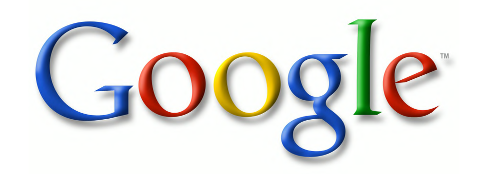
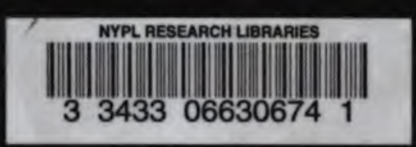
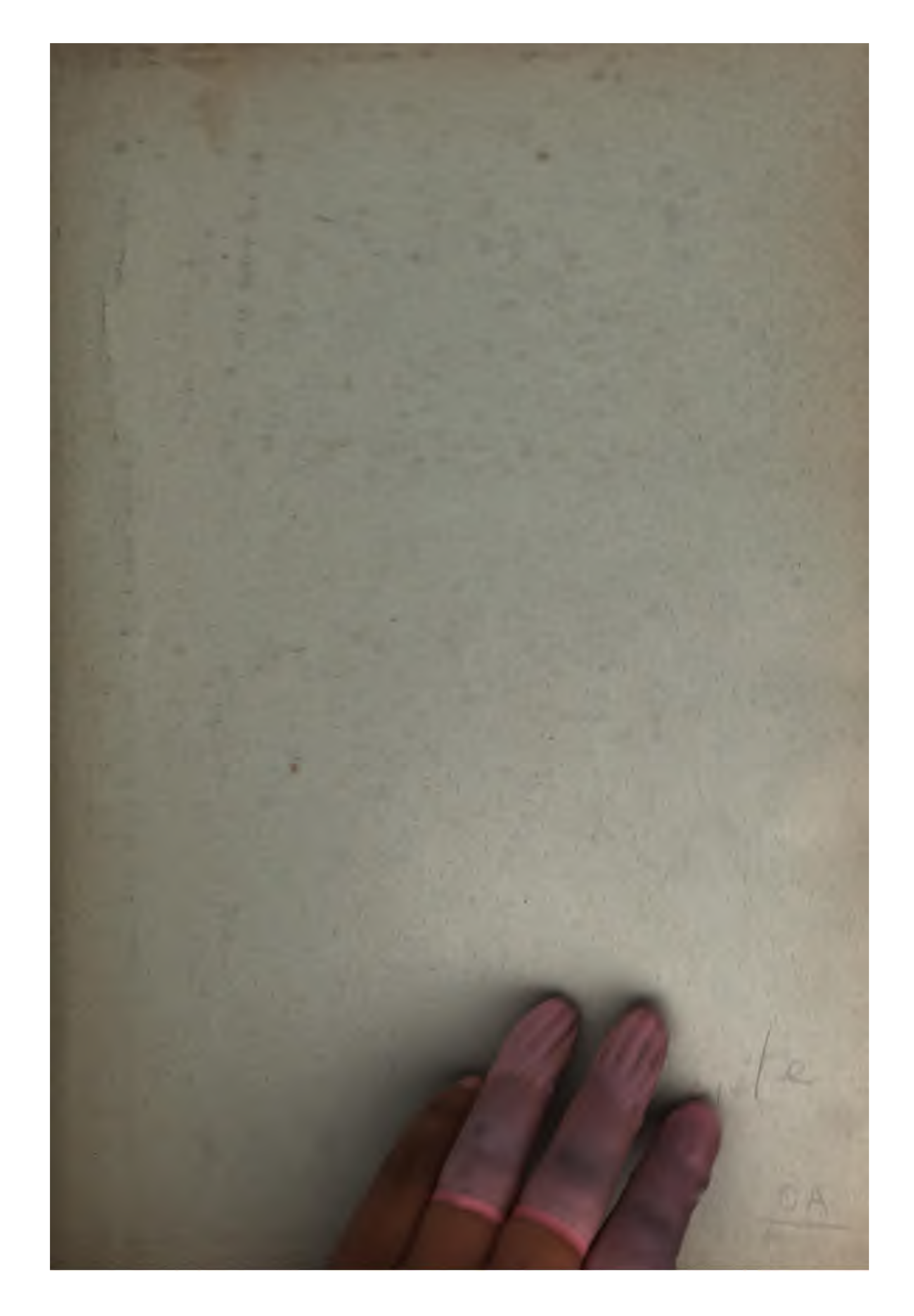



NYPL RESEARCH LIBRARIES
3 3433 06630674 1



MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE

ET

D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE

ET

D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE

Tome vingt-neuvième.

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
RUE DE LA PÉLISSERIE, 18

1884—1887

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE

ET

D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE

impropre aux usages industriels, et que M. de Saussure ne cite qu'au point de vue du fait géologique très intéressant de l'existence de la houille dans les grès du trias.

Le 21 février, M. *Alphonse de Candolle* a exposé le mode d'après lequel le général Strachey, directeur général des observatoires météorologiques des Iles Britanniques, enregistre les sommes et les moyennes thermométriques. Elles y sont supputées en unités où il n'est tenu compte que des chiffres supérieurs à + 42° Far. (5°,56 C.), 6° C. étant, selon les naturalistes du continent, le minimum au-dessus duquel la température commence à développer la végétation dans la plupart des espèces cultivées en Europe.

M. de Candolle a été le premier à signaler ce qu'il y avait de vicieux dans la méthode qui établissait des moyennes thermométriques utilisables pour la botanique, en soustrayant des sommes thermométriques positives la somme des chiffres inférieurs à zéro, au lieu de les supprimer simplement sans en tenir compte, comme étant de nulle valeur pour la végétation.

M. *Casimir de Candolle* nous a communiqué les premiers résultats d'expériences faites par lui sur des graines de pois, de haricots, de moutarde, de fenouil, de Musa paradisiaca, soumises par M. Raoul Pictet, pendant trois jours, à la température de — 120° C., ainsi que des ferments et des germes animaux des microbes du charbon pris à des animaux atteints de pleuropneumonie. Les graines expérimentées, puis semées ensuite à côté de semences qui n'avaient pas été soumises à la même épreuve, ont levé abondamment et avec le même effet.

Dans sa séance du 4 octobre 1883, notre Société, ayant institué une commission de neuf membres pour l'étude des eaux de notre lac, M. *Édouard Sarasin* et M. le prof. *Louis Soret* firent de nuit, dès le 9 novembre, en avant de Sécheron, une série d'essais sur la distance à laquelle on peut apercevoir, à l'aide d'un miroir plongé dans l'eau et incliné à 45°, une lanterne immergée aussi. La distance d'extinction fut de 29 mètres dans une eau de transparence normale et seulement de

12 mètres dans l'eau impure du bord du lac. Plus récemment, le 1er février, MM. Soret et Sarasin ont soumis les eaux du Lac, du Rhône, de l'Arve et l'eau distillée à des expériences de laboratoire, en vue de leur analyse spectrale, par lesquelles ils ont été conduits à découvrir que l'eau, comme beaucoup de substances liquides, possède un spectre d'absorption caractéristique.

Le 6 mars, M. *Louis Soret* donna à notre Société lecture d'un mémoire sur l'origine de la couleur des eaux de Genève, comparée à celle des autres lacs de la Suisse, mémoire que son importance a fait imprimer intégralement dans les *Archives des Sciences physiques et naturelles.*

Dans la séance du 3 août 1884, M. *Louis Soret* vous a donné communication de quatre nouvelles expériences faites par lui-même et par notre Secrétaire, M. Édouard Sarasin, entre le 17 mai et le 18 juillet passés, pour fixer la distance d'un foyer lumineux de nature variable au point où un miroir enfoncé dans l'eau de notre port cesse de la réfléchir, distance que les expérimentateurs appellent *la limite de vision nette.* Après avoir dépassé cette limite, ils ont constaté l'existence d'une *lumière diffuse* qui éclaire encore l'eau et les corps qui y sont plongés. Il semble ressortir de ces expériences : — 1° Que la lumière diffuse se propage à une distance double de celle à laquelle on cesse de voir le point lumineux. — 2° Qu'elle dépend davantage de la grandeur du foyer lumineux employé que de l'intensité de cette lumière.

M. le Dr *Hermann Fol* nous a fait connaître les nouvelles expériences faites le 16 août, par lui avec la collaboration de M. Sarasin, dans le milieu de notre lac, entre Évian et Ouchy, à bord du yacht mis à leur disposition par M. Marcet, pour déterminer la profondeur à laquelle pénètre la lumière. Leurs recherches se sont poursuivies jusqu'à la profondeur de 325 mètres. Ils ont pu constater que les plaques photographiques préparées pour l'expérience attestaient pleinement l'action de la lumière à la profondeur de 140 mètres, mais qu'elle est presque insensible à celle de 250 mètres.

Les appréhensions sur l'état sanitaire de notre ville ont donné, cette

année, une importance particulière aux recherches qui ont été faites sur la pureté des eaux qui s'y consomment. M. le prof. *Marignac* a, dans la séance du 18 avril, rendu compte d'analyses nombreuses auxquelles il a soumis les eaux du lac, du Rhône et des réservoirs de nos habitations pour apprécier les quantités de matières organiques contenues dans chacune d'elles, et, comme corollaire à ces recherches, M. le prof. Brun a rendu compte de ses observations sur les végétaux dont la présence s'est révélée à la surface et dans les profondeurs des eaux de notre lac.

Dans la séance du 3 juillet, M. le Dr *Pierre Dunant* a donné lecture d'un rapport qu'il a adressé, avec le concours de M. le Dr Fol, au Conseil administratif, sur les expériences qu'ils ont faites ensemble sur les eaux de Genève, par des méthodes d'une exactitude rigoureuse, pour connaître les nombres relatifs de germes vivants qu'elles tiennent en suspension. De toutes les eaux examinées, la plus pure, la moins chargée de germes vivants, a été, à peu près constamment, celle du lac prise dans le courant qui passe entre les jetées à une certaine profondeur. Ce n'est qu'après un temps prolongé que les ballons d'épreuve remplis de cette eau présentent de faibles végétations. Les eaux du port sont contaminées de végétations bacillaires que l'on ne réussit pas à détruire en les soumettant à une ébullition prolongée.

L'eau de l'Arve, prise dans le lit de la rivière, a donné de 63 à 125 germes par centimètre cube, que leur filtration au travers du banc de sable établi à Vessy, réduit à des chiffres qui varient entre 43 et 120, tandis que les germes vivants dans chaque centimètre cube de l'eau du lac ne dépassent pas 38, — 44 dans le port, 72 dans le réservoir établi sur le plateau de la Bâtie, — 100 dans l'eau du Rhône qui a traversé la machine hydraulique, 250 dans l'eau de la Seime après la traversée de Chêne, la plus impure de toutes.

Dans la séance du 6 novembre, M. le prof. *Thury* vous a présenté le modèle d'un filtre nouveau inventé pour la purification des eaux contaminées, et M. le Dr Fol nous a fait connaître les altérations que subissent les filtres et l'existence de dépôts rouges qui se forment même dans l'eau du lac.

18 janvier. A la suite de l'épizootie qui a ravagé les étables de M. Haccius, MM. les Drs Fol et d'Espine ont constaté que la pleuropneumonie dont ses vaches sont atteintes, paraît être due à un microcoque développé dans le sang, le poumon, la rate et les muscles des animaux malades. Dans le nord de la France, cette épizootie est combattue par des vaccinations préventives. Ce microbe n'a pu être inoculé à aucun autre animal que les races bovines.

M. *Alphonse de Candolle* a, dans la séance du 3 août, donné à la Société le résumé de l'un des chapitres de l'ouvrage dont il prépare la publication sur les effets de l'hérédité dans l'organisation physique et intellectuelle des générations humaines. Mais ce chapitre ayant été imprimé intégralement dans les *Archives des Sciences physiques et naturelles* (15 août 1884, p. 97), nous croyons devoir renoncer au plaisir de reproduire ici quelques-uns des points si intéressants élucidés par les recherches prolongées et étendues de son auteur.

Je suis obligé de ne mentionner que pour mémoire les communications que notre Société a reçues de M. le Dr *Fol* sur la fermentation du lait, sur la boisson fermentée connue en Russie sous de nom de *képhyr* (3 juillet) [1], — et son étude sur le développement des vertèbres dans l'embryon du poulet (6 mars), — de M. le prof. Schiff sur la direction que prennent les courants électriques dans les nerfs des animaux vivants et morts (20 mars), — de M. le Dr d'Espine sur l'accumulation des sels de potassium dans le sang et dans l'urée, — de M. le Dr Marcet sur l'influence de la hauteur sur les fonctions respiratoires, — le mémoire de M. P. de Loriol sur les Échinides reçus de l'île Maurice par notre Musée (20 nov.).

Pour cause d'indiscutable incompétence, je continue à ne faire que mentionner l'étude critique présentée (6 mars) par M. *Charles Soret* sur la théorie du pouvoir rotatoire naturel, — un mémoire du même savant sur la nature de la cristallisation et sur les lois mathématiques qui y

[1] Voir *Archives* d'août 1884, p. 156.

président (6 mars), — sa description d'un appareil régulateur de la température de l'eau destiné à lui conserver une température constante (6 novembre), — enfin son mémoire si complet sur les aluns et sur toutes les combinaisons de ces sels avec des métaux, sur leur analyse chimique et sur plusieurs de leurs propriétés physiques (6 novembre).

M. le prof. *E. Wartmann* a lu, dans la séance du 4 décembre dernier, une note relative à un complément de l'appareil qu'il avait présenté, sous le nom de *Rhéolyseur* (v. les *Archives* du 15 mai 1882). Il a montré qu'en utilisant un deuxième pont, perpendiculaire au premier, pour déterminer un circuit de même résistance que celui qu'on utilise, l'intensité du courant de la pile devient indépendante des positions des ponts, et, par conséquent, reste constante. L'appareil ainsi complété reçoit le nom de *Rhéolyseur compensé*. Son inventeur a fait voir, en outre, qu'en multipliant les ponts, on transforme l'instrument en un *polyrhéolyseur* qui permet de donner aux courants dérivés des allures très diverses, si l'on fait tourner l'équipage mobile, ou qui rend aisé de maintenir des relations invariables d'intensité entre les courants dérivés, si les ponts sont fixes et que leurs plongeurs ne trempent dans l'anneau mercuriel que d'une manière intermittente (Voir les *Archives des Sciences physiques et naturelles* de janvier 1883).

M. le prof. *E. Wartmann* nous a donné des détails relatifs au transport de la lumière électrique à de grandes distances expérimenté entre Lanzo et Turin, lors de l'exposition récente de cette dernière ville (6 novembre).

Parmi les communications de M. le prof. *Louis Soret*, nous devons également nous borner à mentionner ses observations sur la polarisation des rayons solaires projetés autour de la tête de l'observateur sur les nuages en opposition avec le soleil (3 avril). M. L. Soret a donné une explication de l'origine d'une couleur verte répandue sur les parties sereines du ciel dans une direction formant un angle de 90° avec celle du soleil, pendant les couchers de soleil si remarquables des mois de décembre et janvier derniers. Il attribue cette coloration à un mélange

de la lumière bleue du ciel avec les poussières et les vésicules aqueuses répandues dans les couches inférieures de l'atmosphère et colorées en jaune par le soleil couchant.

La dernière communication de M. le prof. *D. Colladon* (4 décembre) a eu pour sujet la présentation et la description de plusieurs appareils de son invention :

1° Pour remédier à l'impossibilité fréquente de faire parvenir des échelles de sauvetage aux étages supérieurs d'un édifice incendié.

2° Pour sauver un homme tombé à la mer.

Le premier est formé de tubes renfermant une ficelle lancée à 50 mètres de hauteur par un fusil à vent et capable d'enlever à sa suite une corde.— Le deuxième est un tube métallique susceptible d'être lancé par le même propulseur à la distance de 150 mètres en mer, auquel sont fixées des cordes dont un ou plusieurs hommes pourront se saisir de manière à se soutenir en attendant du secours.

La mort de M. Le Fort-Naville a laissé, dans le nombre des associés libres de notre Société un vide sensible dans beaucoup d'œuvres méritoires auxquelles il prenait une part active. Celle de *Dumas* a donné lieu, entre notre Société et la famille de l'illustre défunt, à une correspondance empreinte des sentiments d'admiration et de sympathie qui ont caractérisé tous les rapports de Dumas avec les savants genevois. Nous ne donnerions qu'une pâle copie des articles biographiques publiés sur la carrière de Dumas, si nous essayions de la retracer ici, et devons nous borner à être l'écho de la reconnaissance éprouvée pour lui par tous les savants de notre pays qui ont eu le bonheur de le connaître.

En présentant à la Société helvétique des sciences naturelles, MM. Camille Pictet, W. Patry et Edmond Eynard, pour en faire partie, la Société a délégué MM. Édouard Sarasin et Marc Micheli comme ses représentants à la session de la Société helvétique tenue à Lucerne, et reçu de ses délégués le compte rendu des séances qui ont eu lieu le 16, le 17 et le 18 septembre 1884.

Notre Société a admis en qualité de membre ordinaire M. *Maurice*

Bedot, à la suite de sa lecture dans laquelle il nous a fait connaître le résultat de ses recherches sur les *Velelles* (6 mars).

Elle a conféré le titre de membre honoraire à M. *Édouard Cramer*, professeur de botanique à Zurich ;

M. Albert *Heim*, professeur de géologie à Zurich ;

M. Robert *Billwiller*, directeur du bureau central météorologique à Zurich ;

M. *Cailletet*, de Paris, émule des travaux de M. Raoul Pictet ;

M. Charles *Dufour*, professeur à Morges ;

M. *Wroblewsky*, professeur à l'université de Cracovie après un exposé succinct présenté par M. Raoul Pictet sur les travaux de ce savant (21 février).

Parmi le petit nombre des savants étrangers qui ont assisté aux séances de notre Société, nommons M. le Dr Bretschneider de Saint-Pétersbourg. Le patronage de votre Société et de M. A. de Candolle a valu à votre président, de la part de cet illustre sinologue, des marques précieuses de bienveillance et le don de quelques-uns de ses travaux sur les anciens géographes et historiens chinois. Ceux de ces travaux qui ont eu pour objet de déterminer l'ancienne position de Pé-king m'ont paru ne pas entrer dans le cadre des sciences cultivées par notre Société, de sorte que c'est à la Société des Arts que j'ai cru préférable d'en rendre compte.

La deuxième partie du tome XXVIII des Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle a paru dans le cours de l'année 1884. Il s'ouvre par le rapport du président sortant, M. le prof. Charles Cellérier, sur les travaux de l'année 1883. — Donne le catalogue des ouvrages reçus et se complète par les mémoires suivants :

Marc Micheli. Contribution à la Flore du Paraguay. Il traite de la famille des Légumineuses donnant, en 73 pages, et avec le secours de 23 planches, la description de 58 genres et de 212 espèces. Il se termine par les descriptions de l'*Indigofera latifolia*, du *Phaseolus rufus*, de la *Cassia macrocarpa* et de cinq *Mimosas*.

insérées dans le *Bulletin de la Société des Naturalistes de Moscou*, par M. Bachmétief.

La Norwège a aussi contribué à accroître nos connaissances des régions boréales de l'Europe par le don reçu de Christiania de dix-sept volumes de mémoires sur la géologie du royaume et de documents statistiques d'origine officielle (1882).

Calcutta nous continue l'envoi de cette riche série de mémoires sur l'exploration géologique de l'Inde qui ne menace pas de s'épuiser de sitôt et auxquels l'année 1884 a ajouté dix fascicules de la *Palæontologia Indica*.

Les quatre premiers volumes des Mémoires de l'Institut géographique et statistique de Madrid, embrassant des observations de neuf années (1875-1883), permettent d'espérer une active entrée dans cet ordre de travaux.

C'est avec intérêt que nous voyons commencer ceux de la jeune université de Tokio, la capitale du Japon, par des mémoires scientifiques et accusons avec reconnaissance à la Société seïsmologique réception des observations seïsmologiques provoquées par la nature ultra-volcanique du Japon.

De l'observatoire de Rio de Janeiro et de celui de l'université argentine fixée à Cordoba, ainsi que de l'académie des sciences de cette ville, nous recevons communication d'observations destinées à servir de base à la connaissance du régime météorologique de la région sud-est de l'Amérique méridionale.

Les nombreux envois du Ministerio del Fomento mexicain se composent de mémoires variés sur l'exploration géologique de diverses parties du territoire à la recherche de mines de charbon, — d'études hypsométriques faites en vue de l'établissement des voies ferrées, mais surtout de contributions météorologiques, plus nombreuses que régulières, et qui ne fourniront pas une connaissance réelle du climat du Mexique avant d'avoir été soumises à une enquête topographique un peu difficile jusqu'à présent.

J'ai gardé pour la fin la mention des richesses que nous devons à la générosité du gouvernement fédéral des États-Unis et de quelques États particuliers, qui, cette année, se sont composées surtout de magnifiques volumes et de mémoires sur l'exploration géologique de quelques parties du territoire les moins abordables et de l'aspect le plus frappant; elles portent sur la région des sources du Missouri, de la rivière Lewis, du Parc national de Yellowstone, sur les fameuses mines d'argent de Comstock, de Leadville, la géologie du Wisconsin et les variations passées du Grand lac Salé. — Ces explorations, précédemment commencées par M. Hayden, sont poursuivies par M. Gilbert pour le Grand Lac Salé, par M. Emmons pour les mines de Leadville, par M. Arnold Hague pour celles d'Eureka, par M. Becker pour la région de Nevada devenue célèbre par la découverte de richesses prodigieuses en argent. M. Becker y constate un sondage poussé à la profondeur de 3065 pieds anglais (934 mètres), qui conduisit à l'apparition d'une source puissante d'une eau chargée d'hydrogène sulfuré à la température de 170° F. (76° $^1/_2$ C.).

La région qui a conduit les géologues et les topographes américains sur le théâtre le plus extraordinaire a été le *Grand Canon* (prononcé Cagnon), c'est-à-dire la Grande Gorge du Rio Colorado, tributaire de la Mer Vermeille. Peu après la cession de ce pays par les Mexicains, l'expédition américaine du lieutenant Ives révéla l'aspect extraordinaire de cette gorge (Canon) inaccessible sur une longueur de 50 lieues, entaille faite dans un plateau volcanisé de 6000 pieds par le fleuve Rouge (Colorado). L'exploration géologique, sous la direction du capitaine Dutton, a constaté une étendue beaucoup plus grande encore de cette région extraordinaire. Indépendamment de 32 coupes, et de nombreuses cartes géologiques, 61 vues gravées avec perfection constatent l'alliance de la sublimité du paysage avec l'absence absolue des moyens de soutenir la vie humaine, sur une surface qui dépasse celle de la France, par l'absence de toute végétation utilisable et d'eaux potables.

Prix de Candolle. La Société de Physique et d'Histoire naturelle a reçu de M. A de Candolle communication du résultat du concours ouvert

pour le prix fondé par Augustin-Pyramus de Candolle. Trois mémoires y ont été présentés et le prix de 500 francs adjugé à un mémoire présenté sur les Ampélidées de M. Planchon, professeur de botanique à Montpellier.

Travaux étrangers : M. Charles *Dufour*, professeur à Morges, a, le 2 octobre, entretenu la Société des lueurs crépusculaires rouges observées pendant l'hiver précédent et dont il attribue la fréquence à la présence de poussières volcaniques lancées dans l'atmosphère par les récentes éruptions survenues dans le détroit de la Sonde.

— M. Maurice *Bedot* a communiqué (6 mars) quelques-uns des résultats qu'il a obtenus dans ses recherches sur les *Velelles* et leurs métamorphoses, et leurs rapports avec les *Rataria*, qu'il considère comme l'état embryonnaire des précédentes.

— Le 20 novembre, M. Albert *Brun* a lu un mémoire sur les fulgurites des Alpes, lecture accompagnée d'un grand nombre d'échantillons de roches valaisannes où l'action de la foudre s'est manifestée par la présence de globules de couleur brune et cendrée, considérés comme l'effet de la fusion du fer, de la chlorite noire et du feldspath.

— M. le prof. *Herzen* de Lausanne a présenté (20 mars) les résultats qu'il a su obtenir d'un cas très réussi de résection partielle de l'estomac opérée par lui, sur les progrès de la digestion dans l'estomac humain. Il a procédé, soit par des lavements, soit par l'ouverture artificielle faite à l'estomac, et a réussi à le mettre en contact avec diverses substances présumées comme exerçant une influence active sur la digestion, telles que le bouillon de viande fraîche, la dextrine, le vin et les spiritueux, le lait, le sel. Leur action sur de petits cubes de blanc d'œuf cuit dur, a conduit l'observateur à constater que, de tous les peptogènes, le plus efficace est le bouillon de viande fraîche introduit dans l'estomac une demi-heure avant le repas.

Cette abondance de communications, dues aux membres de tout âge dont se compose notre Société, en a rendu les séances singulièrement nourries et, si la vie scientifique dont elles attestent la vigueur a

trouvé dans votre président sortant de charge une incompétence qui l'empêche d'en faire dignement ressortir toute la portée et toute l'importance, il lui sera du moins permis de vous signaler que la partie la plus douce de sa tâche a été de la terminer sans remplir le devoir douloureux de compléter son rapport par quelque article nécrologique.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Liste des ouvrages reçus par la Société pendant l'année 1884.

Titres.	**Donateurs.**
Compte rendu des travaux présentés à la 66me session de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie à Zurich en 1883. 8° .... Genève, 1883	Société helvétique des Sc. naturelles.
Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Zürich. 66. Jahresversammlung. Jahresbericht 1882-83. 8° .... Zürich, 1883	
Nouveaux Mémoires de la Société helvétique des Sciences naturelles. Vol. XXIX, livraison 1. 4° .... Zurich, 1883	
Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft in Basel. VII. Theil. Heft 2 und Anhang. 8° .... Basel, 1884	Société des Sciences naturelles de Bâle.
Mittheilungen der naturforschenden Gesellschaft in Bern. Nos 1018-1091. 8° .... Bern, 1882-84	Société des Sciences naturelles de Berne.
Bulletin de la Société fribourgeoise des Sciences naturelles. 3me et 4me année. Compte rendu 1881-83. 8° .... Fribourg, 1884	Société fribourgeoise des Sciences naturelles.
Bulletin des travaux de la Société botanique de Genève pendant les années 1881-83. III. 8° .... Genève, 1884	Société botanique de Genève.
Nouvelle Industrie. Mémoire pour le concours ouvert par le Comité de l'Exposition nationale. 8° .... Genève, 1884	Association des Fabric. et March. de Bijouter., etc.
Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles, 2me série, vol. XIX, nos 89, 90. 8° .... Lausanne, 1883-84	Société vaudoise des Sc. naturelles.
Le Grand Saint-Bernard. Nos 1-5. Folio .... Neuchâtel, 1884	La Rédaction.
Mittheilungen der ostschweizerischen Geograph.-commerc. Gesellschaft in St-Gallen. 1884. 1te Heft. 8° .... St-Gallen, 1884	Soc. de Géogr. commerc. de la Suisse occidentale.
Mittheilungen der Thurgauischen naturforschenden Gesellschaft 6. Heft. 8° .... Frauenfeld, 1884	Société des Sciences naturelles de Thurgovie.
Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures. Tome III. 4° .... Paris, 1884	Le Comité international.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris. Tome XCVII, n° 27 et tables; XCVIII, n°s 1-26 et tables; XCIX, n°s 1-26. 4° . . . . Paris, 1884	Académie des Sciences de Paris.
Annales des Mines. Tome IV, 4me, 5me, 6me livraisons de 1883; t. V, 1re, 2me, 3me livraisons de 1884; t. VI, 4me livraison de 1884. 8° . . . . Paris, 1883-84	École des Mines.
Nouvelles Archives du Muséum d'Histoire naturelle. 2me série. Tome VI, 2me fasc. 4° . . . . Paris, 1884	Muséum d'Hist. naturelle de Paris.
Annales de la Société entomologique de France. 6me série. T. III. (1883). 8° . . . . Paris, 1883-84	Société entomologique de France.
Bulletin de la Société de Géographie de Paris. 1884. Trimestres 1-4. 8° . . . . Paris, 1884 Compte rendu des séances. 1884, n°s 1-19. 8° . . . . Paris, 1884	Société de Géographie de Paris.
Bulletin de la Société géologique de France. 3me série. Tome IX (1881), n° 7; X (1882), n° 7; XI (1883), n° 8; XII (1884), n°s 1-7. 8° . . . . Paris, 1883-84	Société géologique de France.
Revue savoisienne. 24me année (1883), n° 12, titre et tables; 25me année (1884), n°s 1-11. 4° . . . . Annecy, 1883-84	Société Florimontane.
Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Savoie. *Documents*. Tome V. 8° . . . . Chambéry, 1883	Académie de Savoie.
Actes de la Société Linnéenne de Bordeaux. Tome XXXVI (4me série, tome VI). 8° . . . . Bordeaux, 1882	Société Linnéenne de Bordeaux.
Mémoires de la Société des Sciences phys. et nat. de Bordeaux. T. V, 3me cahier (dernier) et Appendice au t. V. 8°. Bordeaux, 1883	Société des Sc. phys. et nat. de Bordeaux.
Bulletin de la Société de Géographie commerciale de Bordeaux. 1884. N°s 1-14, 18. 8° . . . . Bordeaux, 1884	Société de Géogr. commerciale de Bordeaux.
Mémoires de l'Académie des Sciences, Belles-Lettres et Arts de Lyon. Classe des Sciences. Vol. XXVI. 8° . . . . Lyon, 1883-84	Académie des Sc., Belles-Lettres et Arts de Lyon.
Annales de la Société d'Agriculture, Histoire naturelle et Arts utiles de Lyon. 5me série. Tome V (1882). 8° . . . . Lyon, 1883	Société d'Agricult., etc., de Lyon.
Mémoires de l'Académie de Stanislas, 1883. CXXXIV^{me} année. 5me série. T. I. 8° . . . . Nancy, 1884	Académie de Stanislas.
Mémoires de l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse. 8me série. T. V, 1er et 2me semestres. 8°. Toulouse, 1883	Académie de Toulouse.
Memorias del Instituto geografico y estadistico. Tomes I-IV. 8° . . . . Madrid, 1875-83	Institut géogr. et statistique d'Espagne.
Discursos leidos en el Ateneo cientifico, literario y artistico de Madrid. 8° . . . . Madrid, 1884 Curso de Ciencias Naturales. 2 cahiers. 8° . . . . Madrid, 1883 Curso de Historia Universal. 8° . . . . Madrid, 1883 Catalogo de las Obras existentes en la Biblioteca del Ateneo cientifico. 8° . . . . Madrid, 1873 El Ateneo de Madrid en el Centenario de Calderon. 8° . . Madrid, 1881 Marquès *de Molins*. Discurso pronunciad en el Ateneo cientifico (el 18 nov. 1874). 8° . . . . Madrid, 1874	Athénée scientifique, littéraire et artistique de Madrid.

Velada en honor del excmo e ilmo senor D. José Moreno Nieto. 8°.....Madrid, 1882 *José Moreno Nieto*. Discursos Academicos. 8°.....Madrid, 1882 Obras de D. *Manuel de la Revilla*. 8°.....Madrid, 1883	Athénée scientifique, littéraire et artistique de Madrid.
Commemorazione funebre del deputato *Sella* Folio.....Roma, 1884	Chamb. des dép. de Rome.
Atti della R. Accademia dei Lincei. *Transunti*. Vol. VII, fasc. 16 (dernier); vol. VIII, fasc. 1-15. 4°.....Roma, 1883-84	Académie des Lynx.
Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia. 1882. Anno XIV. Vol. XIV (4° della 2ª serie), n°s 1-12. 8°.....Roma, 1882	Comité géologiq. d'Italie.
Annali del Museo civico di Storia naturale di Genova. Vol. XVIII, XIX, XX. 8°.....Genova, 1883-84	Musée civique de Gênes.
Memorie del R. Istituto Lombardo di Scienze e di Lettere. Classe di Sc. matem. e natur. Vol. XV (VIª ser. III), fasc. 1. 4°.....Milano, 1883 Rendiconti. Ser. II. Vol. XV. 8°.....Milano, 1882	Institut Royal lombard des Sc. et des Lettres.
Atti della Società italiana di Scienze naturali. Vol. XXV, fasc. 3, 4; vol. XXVI, fasc. 1-4. 8°.....Milano, 1883-84	Société italienne des Sc. naturelles.
Memorie della Regia Accademia di Scienze, Lettere ed Arti. Ser. II. Vol. II. 4°.....Modena, 1884	Académie de Modène.
Annuario della R. Scuola superiore d'Agricultura in Portici. Vol. IV. 1884. Fasc. 3, 4. 8°.....Napoli, 1884	École supérieure d'Agriculture de Portici.
Atti della Società Toscana di Scienze naturali. *Memorie*. Vol. VI, fasc. 1. 8°.....Pisa, 1884 Id. *Processi verbali*. Vol. IV, p. 1 à 124. 8°.....Pisa, 1884 Tables des vol. I, II, III. Titres des vol. I, III et IV des Processi verbali. 8°.....Pisa, 1878-85	Société toscane des Sc. naturelles.
Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino. Serie seconda. Tome XXXV. 4°.....Torino, 1884 Atti. Vol. XIX. Disp. 1-7. 8°.....Torino, 1883-84 Il primo secolo della R. Accad. di Sc. di Torino. Notizie storiche e bibliografiche. 4°.....Torino, 1883 Bollettino dell' Osservatorio della Regia Università di Torino. Anno XVIII (1883). Folio oblong.....Torino, 1884	Académie des Sciences de Turin.
Atti della Società Veneto-Trentina di Scienze naturali. Vol. VIII, fasc. 2. 8°.....Padova, 1883 Bullettino. Tome III, n°s 1, 2. 8°.....Padova, 1884	Société des Sc. nat. de Venise et du Trentin.
Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti (ser. 6). Tome I, disp. 4-10; II, disp. 1, 2. 8°.....Venezia, 1882-84	Institut vénitien des Sc., Lettres et Arts.
Verhandelingen der Koninglijke Akademie van Wetenschappen. Vol. XXIII. 4°.....Amsterdam, 1883 Id. — Afdeeling Letterkunde. Vol. XIV. 4°.....Amsterdam, 1883 Verslagen en Mededeelingen d. k. Akad. von Wetensch.—Afdeel. Natuurkunde. 2me ser. Vol. XVIII. 8°.....Amsterdam, 1883 Id. — Afdeel. Letterkunde. Vol. XII. 8°.....Amsterdam, 1883	Académie Royale d'Amsterdam.

Naam en Zaakregister op de Versl. en Mededeel. — Afd. Letterkunde. 2me sér. Vol. I-XII. 8°............... Amsterdam, 1883	Académie Royale d'Amsterdam.
Processen-Verbaal van de gewone Vergaderingen d. k. Akad. van Wet. — Afdeel. Natuurkunde. Mai 1882—avril 1883. 8°.................................. Amsterdam, 1882-83	
Jaarboek van de k. Akad. van Wet. voor 1882. 8°. Amsterdam, 1882	
Bijdragen tot de Dierkunde. Livr. 10. Folio....... Amsterdam, 1884	Société zoologique d'Amsterdam.
Nederlandsche Tijdschrift voor de Dierkunde. Jahrg. V Afleev. 1. 8°..................................... Amsterdam, 1884	
Archives du Musée Teyler. Série 2. Vol. I, 4me partie; vol. II, 1re partie. 8°............................ Harlem, 1883-84	Fondation Teyler.
Natuurkundige Verhandelingen van de Hollandsche Maatschappij d. Wetenschappen. 3de Verz. Deel IV. 3de Stuck. 4°. Haarlem, 1883	Société hollandaise des Sciences.
Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles. T. XVIII, livr. 2-5; XIX livr. 1-3. 8°.................. Harlem, 1883-84	
Annales de la Société entomologique de Belgique. Tome XXVII. 8°...................................... Bruxelles, 1883	Société entomologique de Belgique.
Annales de l'Observatoire R. de Bruxelles. Nouvelle série. Annales astronomiques. Tome V, fasc. 1, 2. 4°...... Bruxelles, 1884	Observatoire Royal de Bruxelles.
Publications de l'Institut Royal Grand-Ducal de Luxembourg (Section des Sc. Nat. et Mathém.). Tome XIX. 8°.. Luxembourg, 1883	Institut Royal Grand-Ducal de Luxembourg.
Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. Vol. X, part 2 (n° 76); part 3 (n° 77). 8°............... London, 1883	Institution Royale de la Grande-Bretagne.
Report of the Fifty second Meeting of the British Association for the Advancement of Science held at Southampton in Aug. 1882. 8°.................................. London, 1883	Association britannique pour l'avancement des des Sciences.
Philosophical Transactions. Vol. 174, parts II et III. 4°. London, 1883-84	Société Roy. de Londres.
Proceedings of the Royal Society, n° 227 (vol. XXXV); n°s 228-231 (vol. XXXVI). 8°.......................... London, 1883-84	
List of Fellows. 30 Nov. 1883. 4°................. London, 1883	
Astronomical and Magnetical and Meteorological Observations made at the R. Observatory, Greenwich, in the year 1881. 4°.. London, 1883	Amirauté anglaise.
Memoirs of the R. Astronomical Society. Vol. XLVII (1882-83). 4°.. London, 1883	Société astronomique de Londres.
Monthly Notices. Vol. XLIV, n°s 2-9 (supplem. number); XLV, n° 1. 8°................................ London, 1883-84	
Transactions of the Entomological Society of London for 1883. 8°.. London, 1883	Société entomologique de Londres.
Proceedings of the Royal Geographical Society and Monthly Record of Geography. Vol. V, n°s 2-12; VI, n° 1. 8°.... London, 1883-84	Société Royale de Géographie de Londres.
Quarterly Journal of the Geol. Soc., n°s 153-156. 8°. London, 1883-84	Société géologique de Londres.
List. 8°...................................... London, 1883	
Nature. N°s 740-792. 8°.......................... London, 1884	Rédaction.

Transactions of the Linnean Society of London. 2d series. Zoology. Vol. II, parts 9, 10; III, part 1. 4°........... London. 1883-84 Id. Botany. Vol. II, parts 6, 7. 4°................. London, 1884 Journal of the Linnean Society. Zoology. Vol. XVII, nos 101, 102. 8°.................................. London, 1883-84 Id. Botany. Vol. XX, nos 130, 131; XXI, nos 132, 133. 8°. London, 1884 Proceedings. From Nov. 1882 to June 1883. 8°...... London, 1883 List of the Linnean Society. Oct. 1883. 8°........... London, 1883	Société Linnéenne de Londres.
Journal of the R. Microscopical Society. Ser. II. Vol. IV, parts 1-6. 8°...................................... London, 1884 List of Fellows 1884. 8°......................... London, 1884	Société R. de Microscopie de Londres.
Proceedings of the Zoological Society of London for 1883. part 4. 8°....................................... London, 1884 Catalogue of the Library. Supplement. Additions to Aug. 30. 1883. 8°.................................. London, 1883	Société zoologique de Londres.
Proceedings of the Birmingham Philosophical Society. Vol. III, parts I, II; vol. IV, part I. 8°............ Birmingham, 1881-84	Société philosophique de Birmingham.
G.-G. Stokes. Mathematical and Physical Papers. Vol. II. 8°.................................... Cambridge, 1883	Syndics of the Cambridge University Prass.
Royal Society of Edinburgh. List of Members, etc., at November 1883. 4°................................ Edinburgh, 1883	Société Royale d'Édimbourg.
The Scientific Transactions of the Royal Dublin Society (Ser. II). Vol. I, nos 20-25; III, nos 1-3. 4°............ Dublin 1882-84 The Scientific Proceedings. New ser. Vol. III, parts VI, VII; vol. IV, parts I-IV. 8°...................... Dublin, 1882-84	Société Royale de Dublin.
Mémoires de l'Académie Royale de Copenhague. 6me série. Vol. I, nos 9, 10; vol. II, no 6. 4°................ Copenhague, 1884 Bulletin de l'Académie. 1883, no 3 (dernier); 1884, nos 1, 2. 8°................................ Copenhague, 1883-84	Académie Royale de Copenhague.
Entomologisk Tijdskrift. 4me année (1883), nos 1-4; 5me année (1884), nos 1, 2. 8°.................... Stockholm, 1883-84	Société entomologique de Stockholm.
Nova Acta Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis. Ser. tertiæ. Vol. XII, fasc. 1. 4°......................... Upsaliæ, 1884	Société R. des Sciences d'Upsal.
Forhandlinger i Videnskabs-Selskabet i Christiania. Années 1879-1882. 8°............................ Christiania, 1880-83 Archiv fur Mathematik og Naturvidenskab. Vol. III. Tillægshefte; vol. IV, 2, 3, 4; vol. V-VII; VIII, 1, 2. 8°... Christiania. 1878-83 Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Vol. XXIV, H. 4; vol. XXV-XXVII; vol. XXVIII, H. 1. 8°............ Christiania, 1879-83 *Sophus Lie.* Classification der Flächen, etc. 4°...... Christiania, 1879 *G.-O. Sars.* Carcinologiske Bidrag til Norges Fauna. I. Mysider. Tredie Hefte. 4°......................... Christiania, 1879 *Th. Hiortdahl.* Krystallographisk-Chemiske Undersögelser. 4°.................................... Christiania, 1881	Académie Royale de Norwége.

Hans-H. Reusch. Silurfossiler og pressede Konglomerater i Bergenskiffrene. Gr. 8°........................Christiania, 1882
W.-C. Brogger. Die Silurischen Etagen 2 und 3 im Kristianiagebiet, etc. Gr. 8°..........................Christiania, 1882
S. Laache. Die Anämie. 8°....................Christiania, 1883
H. Siebke (Edit. a J. Sparre Schneider). Enumeratio Insectorum Norvegicorum. Fasc. 5. Catal. Hymenopterorum. Pars I. 8°.....................................Christiania, 1880
Fortegnelse over den Tilvœxt, som det Kgl. Frederik Universitets, Bibliotek har erholdt i Aarene 1880-81. 4°......Christiania, 1883
Norges officielle Statistik udgiven i aaret 1877. B n° 3; C n° 5. Id. 1878. B n° 3; C n° 3 a, 3 b; D n° 2. Id. 1879. A n° 1; B n° 1; C n° 3 a, 3 b, 8. Id. 1880. A n° 1; A n° 2; B n° 1 (deux fascicules), n° 2, n° 3; C n° 1. 4°...........................Christiania, 1877-80
Norges officielle Statistik. Ny Rœkke udgiven i Aaret 1880. D n° 2. Id. 1882. B n° 1; C n° 1. Id. 1883. A n° 1; B n° 1. 8°.................................Christiania, 1880-83
Statistike Opgaver vedkommende det Norske Postvæsen for Aaret 1879. 4°...............................Christiania, 1880
— Académie Royale de Norwège.

Mémoires de l'Académie imp. des Sciences de St-Pétersbourg. VIIme série. Tome XXXI, nos 9-16 (dernier); tome XXXII, nos 1-3. 4°........................St-Pétersbourg, 1883-84
Bulletin. Tome XXIX, nos 1-3. 4°........St-Pétersbourg, 1883-84
— Académie Impériale de St-Pétersbourg.

Annalen des physikalischen Central-Observatoriums. Jahrg. 1882. Th. I, II. 4°..........................St-Pétersbourg, 1883
Repertorium für Meteorologie. Bd. VIII. 4°....St.-Pétersbourg, 1883
— Observatoire physiq. central de Russie.

Bulletin de la Commission polaire internationale. Livraisons 5, 6. 4°.................................St-Pétersbourg, 1884
— Commission polaire internationale.

Archiv für die Naturkunde Liv.- Ehst.- und Kurlands, 2te serie. (Biolog. Naturk.) Bd. IX. Lief. 5. 8°..............Dorpat, 1884
Sitzungsberichte der naturforschenden Gesellschaft bei der Universität Dorpat. Bd. VI, H. 3. 8°................Dorpat, 1884
Meteorologische Beobachtungen angestellt in Dorpat im Jahr. 1877, 1878, 1879, 1880. 8°...................Dorpat, 1884
— Société des Naturalistes de Dorpat.

Acta Societatis Scientiarum Fennicæ. Tomus XIII. 4°.Helsingfors, 1884
Œfversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar. XXV, (1882-83). 8°............................Helsingfors, 1883
— Société des Sciences de Finlande.

Nouveaux Mémoires de la Société impériale des Naturalistes de Moscou. Tome XV (XXI), livraison 1. 4°..........Moscou, 1884
Bulletin. Année 1883, nos 2, 3, 4; 1884, n° 1. 8°.Moscou, 1883-84
B.-E. Bachmetieff. Meteorologische Beobachtungen. Beilage zum Bulletin de Moscou. Tome LX. 8°................Moscou, 1884
— Société des Naturalistes de Moscou.

Abhandlungen der Kön Akademie der Wissenschaften zu Berlin aus dem Jahre 1883. 4°........................Berlin, 1884 Sitzungsberichte. 1883. XXXVIII—LIII. 1884. I—XXXIX. Titre et tables du 1er demi-vol. (janv.-mai) 1883. 8°..Berlin, 1883	Académie des Sciences de Berlin.
Zeitschrift der deutschen geologischen Gesellschaft. Bd XXXV, H. 4; XXXVI, H. 1-2. 8°......................Berlin, 1884	Société géologique allemande.
A. Ferrero. Rapport sur les triangulations. 4°.......Florence, 1884	Instit. géodésiq. prussien.
Compte rendu des séances de la septième Conférence géodésique internationale. 4°..............................Berlin, 1884	Bureau de l'Association.
Schriften der Physikalisch-Œkonom. Gesellschaft zu Königsberg. 24. Jahrg. (1883), Abtheil. 1, 2. 4°.......Königsberg, 1883-84	Société physico-économ. de Königsberg.
Schriften der naturforschenden Gesellschaft in Danzig. Neue Folge. Bd VI, Heft 1. 8°......................Danzig, 1884	Société des Sciences nat. de Danzig.
Einundsechzigster Jahresbericht der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Cultur (1883). 8°................Breslau, 1884	Société silésienne pour la culture nationale.
Abhandlungen der naturforschenden Gesellschaft zu Halle. Bd XVI, Heft 2. 4°....................................Halle, 1884	Société des Sciences naturelles de Halle.
Abhandlungen der mathem.-physichen Cl. der K. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Bd. XII, n° 9; Bd. XIII, n° 1. 8°....................................Leipzig, 1883 Berichte über die Verhandlungen der K. Sächs. Ges. der Wiss. Mathem.-physischen Cl. 1882; id 1883. 8°....Leipzig, 1883-84 Berichte, etc.—Philologisch-Historische Cl. 1882. 8°..Leipzig, 1883	Société R. des Sciences de Saxe.
Sitzungsberichte der naturforschenden Gesellschaft zu Leipzig. Zehnter Jahrgang. 1883. 8°....................Leipzig, 1884	Société des Sciences nat. de Leipzig.
Jahrbuch des königl.-sächs. Meteorologischen Institutes. 1883, 2te Lief. Folio...................................Leipzig, 1883 Id. III. Theil des Jahrganges. 1883 (Bericht...) Folio. Chemnitz, 1884 Dekadenberichte des kön. sächs. Meteorol. Institutes im Jahre. 1883. Folio................................Chemnitz, 1883?	Institut R. météorologique de Saxe.
Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. LVI (4. F., II Bd.) H. 5, 6; LVII (4. F., III Bd.) H. 1-3. 8°...Halle a. S., 1883-84	Société des Sc. naturelles de Saxe et Thuringe.
Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. 17 Bd. (N. F., 10 Bd.) H. 1-4; 18. Bd. (N. F., 11) H. 1. 8°..........Iena, 1884 Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellschaft für Medicin und Naturwissenschaft für das Jahr 1883. 8°................Iena, 1884	Société de Médecine et d'Histoire naturelle de Iéna.
Abhandlungen der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. 30. Bd vom Iahre 1883. 4°..........Göttingen, 1883	Société R. des Sciences de Göttingen.
Verhandlungen des naturhistorischen Vereines der preussischen Rheinlande und Westfalens. Jahrg. 40 (4. F., 10), 2te Hälfte; 41 (5. F., 1) 1ste Hälfte. 8°...................Bonn, 1883-84	Société d'Hist. naturelle de la Prusse rhénane et de Westphalie.
Zwölfter Jahresbericht des Westfählischen Provincial-Vereins für Wissenschaft und Kunst pro 1883. 8°...........Münster, 1884	Soc. prov. de Westphalie des Scienc. et des Arts.

Publication	Société
Jahresberichte des naturwissenschaftlichen Vereins in Elberfeld. Sechstes Heft. 8° . . . . Elberfeld, 1884	Société d'Histoire naturelle d'Elberfeld.
Abhandlungen herausgegeben von der Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Bd. XIII, H. 3, 4. 8°. Frankfurt a/M., 1884 Bericht über die Senck. Naturf. Ges. 1882-83. 8°. Frankfurt a/M., 1883	Société Senckenbergienne.
Berichte über die Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg i. B. Bd. VIII, H. II. 8° . . . Freiburg i. B., 1884	Société des Sciences nat. de Fribourg en Brisgau.
Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse. 1884, janvier à octobre et supplément de janvier 8° . . . . Mulhouse, 1884 *A. Rosenstiel.* Les premiers éléments de la science de la couleur. 8° . . . . Mulhouse, 1884	Société industrielle de Mulhouse.
Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. 40. Jahrgang. 8° . . . . Stuttgart, 1884	Société des Sciences nat. du Wurtemberg.
Abhandlungen der Mathem.-Physikal. Cl. der K. bayerischen Akademie der Wissenschaften. Bd. XIV, Abthl. 3; XV, Abthl. 1. 4° . . . . München, 1883-84 Sitzungsberichte der Math.-Phys. Cl. 1883, H. III; 1884, H. I, II, III. 8° . . . . München, 1884 *Ludwig Radlkofer.* Ueber die Methoden in der botanischen Systematik. 4° . . . . München, 1883 *K. Haushofer.* Franz von Kobell. Eine Denkschrift. 4°. München, 1884 *Carl Kupffer.* Gedächtnissrede auf Theodor L.-W. von Bischoff 4° . . . . München, 1884	Académie des Sciences de Bavière.
Sitzungsberichte der physikalischen-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg. Jahrg. 1883. 8° . . . . Würzburg, 1883	Société physico-médicale de Wurzbourg.
Denkschriften der k. Akademie der Wissenschafen. Bd 45, 46. 4° . . . . Wien, 1882-83 Sitzungsberichte. Mathem.-naturw. Classe. 1ste Abtheil., Bd 86, H. I-V; 87, H. 1-VII. 8° . . . . Wien, 1882-83 2te Abtheil., Bd 86, H. II-V; 87. H. I-V. 8° . . . . . Wien, 1882-83 3te Abtheil., Bd 86, H. III-V; 87, H. I-III. 8° . . . . Wien, 1882-83	Académie Impér. des Sc. de Vienne.
Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt. Jahrg. 1883 (XXXIII. Bd) n° 4; 1884 (XXXIV, Bd) nos 1-3. 8°. Wien, 1883-84 Verhandlungen. 1883, nos 10-18; 1884, nos 1-12. 8°. Wien, 1883-84	Institut géologique d'Autriche.
Verhandlungen der k. k. zoolog.-botanischen Gesellschaft in Wien. Jahrg. 1883. Bd XXXIII. 8° . . . . Wien, 1884 Id. Beiheft zu Bd XXXIII 8° . . . . Wien, 1883	Société zoologique-botanique de Vienne.
Mittheilungen der k.-k. geographischen Gesellschaft in Wien. 1883. Bd XXVI (N. F. XVI). 8° . . . . Wien, 1883	Société de Géographie de Vienne.
Astronomische, magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im 1883. 8° . . . . Prag, 1884	Observatoire de Prague.
Mathematische und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Bd. I (Oct. 1882-Juin 1883). 8° . . . . Budapest, 1882-83 Értekezések a Mathematikai Tudomanyok Köréböl. Vol. X, nos I-IV, VI-VIII. 8° . . . . Budapest, 1883-84	Académie Hongroise.

Értekezések a Termeszettudomanyok Köréböl. Vol. XIII, n^{os} I-IX, XI, XIII, XV; vol. XIV, n° 1. 8°. . . . . Budapest, 1883-84 Ungarische Revue. 1883, Hefte IV-X. 1884, H. I-VII. 8°. . 1883-84	Académie Hongroise.
Proceedings and Transactions of the Royal Society of Canada for the years 1882 and 1883. Vol. I. 4°. . . . . Montréal, 1883	Société Royale du Canada.
Proceedings of the Canadian Institute. Vol. I. Fasc. 4. 8°. Toronto, 1883	Institut Canadien.
Third Report of the U. S. Entomological Commission relating to the Rocky Mountain Locust, etc. 8°. . . . . Washington, 1883 Compendium of the tenth Census of the U. S. Parts 1, 2. 8° . . . . Washington, 1883	Département de l'Intérieur des États-Unis.
Second Annual Report of the U. S. Geological Survey 1880-1881. 4°. . . . . Washington, 1882 Bulletin of the U. S. Geol. Survey. N° 1. 8°. . . . . . Washington, 1883 Twelth Annual Report of the U. S. Geol. and Geogr. Survey of the Territories for the year 1878. Parts I and II (with ten Sheets of Maps and Panoramas). 8°. . . . . Washington, 1883 Monographs of the U. S. Geol. Survey. Vol. II. 4°. Washington, 1882	Geological Survey des États-Unis.
Smithsonian Miscellaneous Collections. XXII-XXVIII. 8°. Washington, 1882-83 Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution for 1881. 8° . . . . Washington, 1883	Institution Smithsonienne.
Proceedings of the American Association for the Advancement of Science. 11th (1858), 28th (1880), 31th (1883) Meetings. 8°. Cambridge et Salem, 1858, 1880, 1883	Association américaine p^{r} l'avancement des Sciences.
Bulletin of the Philosophical Society of Washington. Vol. VI. 8°. Washington, 1884	Société philosophique de Washington.
Annals of the New-York Academy of Sciences. Vol. II, n°s 10-13. 8°. . . . . New-York, 1882-83 Transactions. Vol. I. Titre et tables. Vol. II, n°s 1-8. 8°. New-York, 1881-83	Académie des Sciences de New-York.
Bulletin of the Buffalo Society of Natural Sciences. Vol. IV, n° 4. 8°. . . . . Buffalo, 1883	Société des Sciences nat. de Buffalo.
Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences. Vol. VI, part I. 8°. . . . . New-Haven, 1884	Académie des Arts et des Scienc. du Connecticut.
American Journal of Science, n°s 157-168. 8°. . . . . New-Haven, 1884	Rédaction.
Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. New series. Vol. X (whole series XVIII). 8°. . . . . Boston, 1883	Académie américaine des Arts et des Sciences.
Memoirs of the Boston Society of Natural History. Vol. III, n°s 6, 7. 4°. . . . . Boston, 1883 Proceedings. Vol. XXI, part 4; XXII, part 1. 8°. . . . . . Boston, 1883	Société d'Histoire naturelle de Boston.
Memoirs of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College. Vol. VIII, n° 3; vol. IX, n° 3; vol. X, n° 1; vol. XII, XIII. 4°. Cambridge et Boston, 1883-84	Musée de Zoologie comparée de Harvard College.

Bulletin. Vol. X, nos 2, 3, 4; vol. XI, nos 5-10. 8°. Cambridge, Mass., 1883-84 Annual Report of the Museum of Comp. Zool. for 1883-1884. 8°. . . . . Cambridge, Mass., 1884	Musée de Zoologie comparée de Harvard College.
Annals of the Astronomical Observatory at Harvard College. Vol. XIV, part 1. 4° . . . . Cambridge, Mass., 1883 *Edward C. Pickering.* Thirty-eigth Annual Report of the Director of the Astronomical Observatory of Harvard College. 8°. Cambridge, Mass., 1884	Observatoire de Harvard College.
Bulletin of the Essex Institute. Vol. XIV. 8°. . . . . Salem, 1882 Pocket Guide to Salem, Mass. 1883. In-36. . . . . Salem, 1883 The North Shore of Massachusets Bay. 6th edition. In-12. Salem, s. d. Plummer Hall, its Libraries, its Collections, its historial Associations. In-12 . . . . Salem, 1882	Institut de l'Essex.
Proceedings of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. 1883, parts 2, 3 (June-Oct.); 1884, parts 1, 2. 8°. Philadelphia, 1883-84	Académie des Sciences de Philadelphie.
Transactions of the American Philosophical Society. Vol. XVI (n. s.) part 1. 4° . . . . Philadelphia, 1883 Proceedings. Vol. XX, n° 113; XXI, n° 114. 8°. Philadelphia, 1883-84	Société philosophique américaine.
Geology of Wisconsin. Survey of 1873-79. Vol. I et vol. IV, 8°, avec atlas grand in-folio. . . . . Madison, 1882-83	État de Wisconsin.
Bulletin of the California Academy of Sciences. N° 1. Febr. 1884. 8°. . . . . San Francisco, 1884	Académie des Sciences de Californie.
Anales del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana. Tomo VII. 8°. . . . . Mexico, 1882	Ministère de Fomento du Mexique.
Annales de l'Observatoire impérial de Rio de Janeiro. Tome. II. Observations et Mémoires. 1882. 4°. . . . . Rio de Janeiro, 1883 Bulletin astronomique et météorologique. 1881, sept.; 1883, nos 10, 11, 12. 4°. . . . . Rio de Janeiro, 1881-83	Observatoire impérial de Rio de Janeiro.
Actas de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. Tomo V, fasc. 1. Gr. 4°. . . . . Buenos-Ayres, 1884 Boletin de la Academia nacional. Tome V, fasc. 4; tome VI, fasc. 1, 2, 3. 8°. . . . . Buenos-Ayres, 1883-84	Académie nationale des Sciences de Cordoba.
Memoirs of the Geological Survey of India. Vol. XIX, parts 2, 3, 4; vol. XX, parts 1, 2. 8°. . . . . Calcutta, 1882-83 Records of the Geol. Survey. Vol. XV, part 4; XVI, parts 1-4; XVII, parts 1-4. 8° . . . . Calcutta, 1882-83 Palæontologia indica. Ser. X, vol. II, parts 4, 6; vol. III, p. 1. — Ser. XII, vol. IV, p. 1. — Ser. XIII, I, IV, fasc. 1, 2. — Ser. XIV, vol. I, 3 (fasc. III); id. vol. I, part 4. Folio. Calcutta, 1882-84	Commission géologique de l'Inde.

Félix Plateau. Recherches expérimentales sur les mouvements respiratoires des insectes. 2me partie. 8°. . . . Bruxelles. 1884
Id. Comment on devient spécialiste. 4° . . . . Morlaix. 1884
E. [illegible]. Les [illegible] géologiques. 8° . . . . Genève. 1884
Dr [illegible]. Zur Kenntniss der Augenlinse und deren Untersuchungsmethode. 8° . . . . Berlin. 1883
Sam. H. Scudder. A Contribution to our Knowledge of Paleozoic [illegible]. 4° . . . . S. l. n. d.
Id. The carboniferous Insects of Great Britain. 4° . . . . . . Boston. 1883
Id. Two new and diverse Types of carboniferous Myriapods, etc. 4° . . . . Boston. 1884
Id. Triassic Insects from the Rocky Mountains. 8° . . New Haven. 1884
L. Soret. Sur la couleur de l'eau. 8° . . . . Paris. 1884
Maurice [illegible]. Note sur la [illegible] du Liparis [illegible]. 8° . . . . Bruxelles. 1884
[illegible] et A. [illegible] de Borre. Sur la [illegible] maritima. [illegible]. 8° . . . . Bruxelles. 1884
Rud. Wolf. Astronomische Mittheilungen. Nos LXI, LXII. 8° . . . . Basel. 1884
Id. Notizen zur schweizer Kulturgeschichte. 352 (Fortsetzung). 8° . . . . S. l. n. d.
S. Wroblewski. Sur la température d'ébullition de l'oxygène, de [illegible], etc. 4° . . . . Paris. 1884

Dons des auteurs

TABLEAU DES MEMBRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE

Au 1er Octobre 1885.

MEMBRES ORDINAIRES RÉSIDANT A GENÈVE

RANGÉS PAR ORDRE D'ADMISSION

Date de leur réception	
1825	MM. *Daniel* COLLADON, professeur de mécanique.
1828	*Alphonse* DE CANDOLLE, professeur de botanique.
—	*Jean-Etienne* DUBY, pasteur, botaniste.
1830	*Henri-Clermont* LOMBARD, docteur-médecin.
1838	*Paul* CHAIX, géographe.
1841	*Charles* CELLÉRIER, professeur de mécanique.
—	*Alphonse* FAVRE, professeur de géologie.
1842	*Jean-Charles* MARIGNAC, professeur de chimie.
—	*Philippe* PLANTAMOUR, chimiste.
1849	*Élie* WARTMANN, professeur de physique.
1853	*Henri* DE SAUSSURE, entomologiste.
—	*Émile* GAUTIER, astronome.
1854	*Louis* SORET, professeur de physique.
—	*Marc* THURY, professeur de botanique.

Date de leur réception

1864 MM. *Louis* Dufour, à Lausanne.
— *Charles* Lory, à Grenoble.
— *Marcelin* Berthelot, à Paris.
1866 *Anatole* de Caligny, à Paris.
1869 *F.* Plateau, à Gand.
— *Ed.* Hagenbach, à Bâle.
1870 *Albert* Falsan, à Lyon.
— *Ernest* Chantre, à Lyon.
— *Adolphe* Hirsch, à Neuchâtel.
— *Pierre* Blaserna, à Rome.
1872 *W.* Kühne, à Heidelberg.
— *Samuel-H.* Scudder, à Boston.
1874 *François-Aug.* Forel, à Morges.
— *A.* Cornu, à Paris.
1875 *Charles* Ma[illegible], à Paris.
— *J.-Norman* Lockyer, à Londres.
1876 *Eugène* Renevier, à Lausanne.
— *Louis* Rütimeyer, à Bâle.
— *F.-W.* Hayden, à Washington.
1879 *Samuel-P.* Langley, à Allegheny (Pensylvanie).
1880 *C.* Ibanez, général, à Madrid.
— *Hervé-Aug.-Et.-Albans* Faye, à Paris.
— *E.* Mayo, général, à Florence.
— *Th.* von Oppolzer, à Vienne.
— *Charles* Friedel, à Paris.
— *Alexandre* Agassiz, à Cambridge (Massachusets).
1881 *Lorenzo* Respighi, à Rome.
1882 *L.-H.-F.* Melsens, à Bruxelles.
1883 *Louis* Coulon, à Neuchâtel.
— *Théodore* de Heldreich, à Athènes.
— *Henri* Dufour, à Lausanne.
1884 *Sigismond* de Wroblewsky, à Cracovie.
— *L.* Cailletet, à Paris.

Date de leur réception

1884 MM. *Albert* HEIM, à Zurich.
— *K.-Ed.* CRAMER, à Zurich.
— *Robert* BILLWILLER, à Zurich.
— *Charles* DUFOUR, à Morges.

4° ASSOCIÉS LIBRES

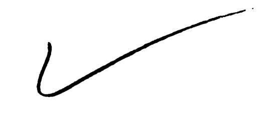
1860 MM. *Gustave* ROCHETTE.
— *Théodore* DE SAUSSURE.
— *Victor* GAUTIER.
— *Amédée* LULLIN.
— *Auguste* BROT.
— *Louis* LULLIN.
— *Georges* SARASIN.
— *Alexandre* MORICAND.
— *François* GAS.
— *Théodore* VERNES.
1861 *Victor* DUNANT.
1863 *Emile* NAVILLE.
1864 *James* ODIER.
1866 *Théodore* AUDÉOUD.
1867 *Charles* MALLET.
1870 *Georges* PREVOST.
1871 *Henri* BARBEY.
1872 *Agénor* BOISSIER.
— *Ernest* DE TRAZ.
— *Alexandre* MARTIN.
— *Lucien* DE CANDOLLE.
1873 *Edouard* DES GOUTTES.
— *Henri* HENTSCH.
1874 *Edouard* FATIO.
1875 *Henri* PASTEUR.

Date de leur réception

1876 MM. *Georges* MIRABAUD.
— *Constant* PACCARD.
— *Charles* GOLAZ.
— *William* FAVRE.
— *Emile* PICTET.
— *Charles* RIGAUD.
1877 *Ernest* COVELLE.
— *Domaine* ROUX.
1879 *Emile* BOISSIER.
— *Henri* BOUTHILLIER DE BEAUMONT.
— *Auguste* PREVOST.
1881 *Henri* SALADIN.

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 1.

LE SYSTÈME DE SATURNE



DÉTERMINATION
DES DIMENSIONS ET DES ANNEAUX DE LA PLANÈTE
DES ORBITES DE SIX SATELLITES ET DE LA MASSE DE SATURNE

D'APRÈS DES OBSERVATIONS FAITES A GENÈVE AVEC L'ÉQUATORIAL PLANTAMOUR PENDANT L'OPPOSITION DE 1881

Précédée d'une description détaillée de l'instrument, par M. le professeur Thury,

PAR

M. Wilhelm MEYER, D. Ph.
Ancien astronome-adjoint à l'Observatoire de Genève.

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1884

LE SYSTÈME DE SATURNE

CHAPITRE PREMIER

Description de l'équatorial Plantamour de l'Observatoire de Genève.

L'équatorial de 10 pouces de l'observatoire de Genève, donné par feu le professeur E. Plantamour, appartient au type général des équatoriaux anglais de Greenwich et de Cambridge. Le réfracteur est monté comme une lunette méridienne entre quatre colonnes, reliées à leurs extrémités par deux plateaux portant chacun un pivot central extérieur, et formant avec les colonnes elles-mêmes l'axe polaire, dont les pivots extrêmes reposent sur deux piliers indépendants (Pl. I).

Ce genre de monture [1] a été choisi en vue de recherches sur les parallaxes stellaires relatives, recherches auxquelles dans l'origine l'instrument était spécialement destiné. On tenait à ce que le travail de l'observateur ne fût jamais interrompu par la nécessité de retourner la lunette dans les observations faites à moins de 35° ou 40° du zénith,

[1] Imaginé, croyons-nous, par le célèbre opticien anglais Ramsden. L'axe optique de la lunette, l'axe géométrique polaire et celui de déclinaison se coupent en un même point, situé entre les deux pivots de l'axe polaire.

c'est-à-dire dans les conditions les plus favorables, au point de vue de l'état du ciel. Une grande fixité de l'instrument était également requise.

On attachait moins d'importance, d'une part à des arrangements commodes ou agréables pour l'observateur, mais qui eussent exigé une augmentation notable de dépense, d'autre part à l'adjonction de nombreux accessoires, qui pouvaient être introduits lorsque le besoin s'en ferait sentir.

L'équatorial est solidement installé dans une tour ronde, en pierre de taille, construite pour le recevoir, à 16 mètres environ du bâtiment principal de l'observatoire, dans la direction du sud-ouest.

Système optique.

L'objectif, de Merz de Munich, a 10 pouces soit 271 millimètres d'ouverture, et $3^{m}.80$ de distance focale approximative, ce chiffre mesurant la distance qui existe entre le plan focal principal et la portée de l'objectif.

Le rapport de l'ouverture de l'objectif à sa distance focale est donc environ $\frac{1}{14}$; il est $\frac{1}{16.3}$; $\frac{1}{17.5}$; $\frac{1}{17.7}$ dans les objectifs établis par le même célèbre constructeur pour les observatoires de Greenwich, Bâle et Rome. On avait demandé une courte distance focale, ce qui augmentait notablement pour l'opticien les difficultés de travail.

Le poids total de l'objectif dans son barillet de laiton est de 10.92 kilogrammes, et l'épaisseur centrale du verre, flint et crown réunis, de 36.6 millimètres.

Bien que les inconvénients qui résultent de la flexion des verres augmentent avec les dimensions absolues des objectifs, il ne semble pas que les opticiens jugent nécessaire de se préoccuper de l'aberration de poids, au moins jusqu'à d'assez grandes ouvertures. Nous avons un petit objectif de Merz, de $4\,^1/_2$ pouces $= 121\,^1/_2$ millimètres de diamètre, et dont l'épaisseur centrale $= 20.9$ millimètres. Proportionnellement aux

ouvertures, l'épaisseur de l'objectif de 10 pouces devrait être 46mm.6, elle est seulement 36 millimètres, c'est-à-dire plus petite de 10 millimètres, ou $\frac{1}{3.7}$. On arrive à des résultats semblables en considérant les poids des objectifs, plus souvent indiqués que les épaisseurs; seulement, dans ce cas, le chiffre est un peu forcé à cause de l'influence du poids des barillets. On a, par exemple, en prenant trois objectifs du même constructeur :

Diamètres. .	4 $^1/_2$ pouces Pléiades	10 pouces Genève	15 pouces Cambridge U. S,
Poids réels .	$1^k.465$	$10^k.92$	$20^k.6$

Proportionnellement aux cubes des ouvertures, si le 4 $^1/_2$ pouces pèse $1^k.46$, le 10 pouces devrait peser $16^k 2$; le poids réel est plus petit de $5^k.28$ soit de $^1/_3$. De même si le 10 pouces pèse $10^k.92$, le 15 pouces devrait peser $23^k.98$; or il pèse $3^k.38$ soit $^1/_7$ de moins.

L'objectif de Genève est serré parallèlement à l'axe optique sur trois points du bord, selon la méthode de Fraunhofer. Il est pressé également dans sa monture, perpendiculairement à l'axe optique, et sur trois points équidistants, dont l'un est commandé par deux ressorts réglables. On évite ainsi l'inconvénient de mouvements latéraux du verre, qui nuiraient au centrage, ou celui de la pression latérale exercée par la monture sur le verre aux températures basses, et qui serait plus nuisible encore qu'un léger défaut de centrage.

Deux fortes têtes de vis, saillantes sur le barillet, aux deux extrémités d'un même diamètre, servent au maniement facile de l'objectif, qui est d'ailleurs fixé à l'extrémité du tube de la lunette par trois vis à tête moletée, ce qui le rend aussi facile à enlever qu'à mettre.

Oculaires. Le réfracteur est pourvu d'une série d'oculaires négatifs ordinaires, donnant les grossissements de 120, 182, 308, 444 et 666. — Les oculaires positifs du micromètre donnent les amplifications : I, 90; II, 150; III, 250; IV, 350; V, 450. Cette dernière série est complétée par un petit microscope composé servant aussi d'oculaire, et permettant d'obtenir les grossissements divers compris entre 375 et 1000.

Pour le cas où l'on n'emploie pas le micromètre, et où il est nécessaire de conserver le maximum d'éclat aux images, en même temps qu'un champ étendu, M. S. Merz a construit un très bon oculaire de nouveau modèle, donnant un grossissement de $40\,^{1}/_{10}$ avec un champ oculaire de $41°\,12'$ [1] et un champ total de 1 degré 4 minutes. Le diamètre de l'anneau oculaire est de $6^{mm}.7$, et comme le diamètre nocturne de la pupille surpasse rarement ce chiffre dans les circonstances habituelles [2], l'oculaire de Merz laisse bien au réfracteur le maximum de lumière dont il est susceptible, c'est-à-dire un éclat du champ égal à celui que percevrait l'œil non armé, moins la perte de lumière due à l'absorption. Or cette perte est plus faible dans le réfracteur de 10 pouces que dans un réflecteur quelconque de même dimension. Dans ce sens on peut certainement dire que les réfracteurs, jusqu'à de très grandes ouvertures, donnent plus de lumière que les réflecteurs.

La combinaison de cet oculaire faible semble inspirée des *periscopische* allemands, laquelle est elle-même une imitation des oculaires des vieux microscopes du dernier siècle, un peu gâtés par une application trop rigoureuse de la théorie. M. Merz s'est rapproché davantage, et avec raison, de la construction des anciens oculaires. Le verre de champ est bi-convexe, à deux courbures égales, la seconde lentille, la plus voisine de l'œil, est plano-convexe, sa distance focale est à celle du verre de champ à peu près comme 2 est à 3. L'intervalle des deux lentilles surpasse un peu la distance focale de la seconde, assez pour que la poussière ne soit pas visible sur le verre de champ. L'observateur peut d'ail-

[1] Le champ objectif ou champ total 2α se mesure, comme on le sait, en notant la durée du passage d'une étoile dans le champ apparent de l'oculaire, multipliant par le cosinus de la déclinaison de l'étoile, et traduisant le temps sidéral en degrés. Le champ propre $2\alpha'$ de l'oculaire est égal au champ objectif multiplié par le grossissement angulaire A, c'est-à-dire que l'on a.... $\alpha' = A\alpha$.

Le dynamètre de Ramsden ne donne pas le grossissement angulaire A, mais bien le grossissement linéaire $\frac{\text{tang}\ \alpha'}{\text{tang}\ \alpha} = N$, et le champ propre $2\alpha'$ de l'oculaire peut également se déduire de la formule... $\text{tang}\ \alpha' = N\ \text{tang}\ \alpha$. On commettrait une erreur notable, en substituant les angles aux tangentes lorsque le grossissement est mesuré à l'aide du dynamètre, et qu'il s'agit, comme dans le cas actuel, d'oculaires à champ étendu : au lieu de $2\alpha' = 41°12'$, nous aurions $2\alpha' = 43°5\,^{1}/_{2}'$.

[2] Voyez note supplémentaire.

et que l'on nous permettra d'appeler *la culasse; v*) d'un bout objectif fixé également sur le cube central, et qui sera *la volée*.

a) Le *cube central* est en fonte de fer; il porte deux cônes latéraux venus de fonte, terminés par deux pivots, et qui forment avec le cube lui-même l'axe de déclinaison. Une ouverture circulaire ménagée dans l'une des faces du cube, et fermée habituellement par un disque de tôle, donne accès dans l'intérieur de la lunette. Le cube a 40 centimètres de côté; la pièce centrale tout entière pèse 60 kilogrammes.

b) La *culasse oculaire*, en fonte de fer, fixée au cube central par un grand nombre de vis, est de forme cylindrique; elle a 39 centimètres de diamètre, 95 centimètres de longueur, et pèse 62 kilogrammes, sans les pièces accessoires qu'elle porte. A l'extrémité la plus éloignée du cube est un prolongement central court, destiné à recevoir les porte-oculaires.

v) Le bout objectif ou *volée*, de $2^{m}.13$ de longueur, est de forme tronc-conique; le grand diamètre, du côté central, mesure 39 centimètres; le plus petit diamètre, vers l'objectif, mesure $30^{cm}.5$. Cette partie de la lunette est en tôle de fer de 2 millimètres d'épaisseur, et pèse avec les anneaux qui la terminent environ 41 kilogrammes.

Le poids total du tube et de ses accessoires est d'environ 200 kilogrammes.

La forme générale de la lunette est à peu près celle d'un canon Krupp; l'augmentation de diamètre du tube, de l'objectif à l'axe de rotation, assure une rigidité suffisante sans l'aide de contrepoids; d'autre part la situation de l'axe de mouvement, plus près de l'oculaire que de l'objectif dans le rapport de $1^{m}.47$ à $2^{m}.33$, exige un déplacement maximum de l'observateur moins étendu et moins gênant que si la lunette tournait sur un axe placé au milieu de sa longueur. Pour observer au méridien, depuis 10° jusqu'à 90° d'altitude, l'œil doit se déplacer seulement de $1^{m}.22$ dans le sens vertical, et de $1^{m}.45$ horizontalement. Afin d'obtenir ce résultat, il a fallu augmenter beaucoup le poids du bout oculaire, ce qui a déterminé la forme cylindrique et la construction en fonte de fer de la culasse. La forme générale de canon, qui résulte de

Il serait très utile de joindre, en outre, les colonnes latérales par un système convenable d'entretoises logées entre les traverses et le plateau inférieur, disposition que nous avions proposée dès l'origine. On éviterait ainsi une flexion très sensible qui a lieu dans le sens horaire, laquelle résulte d'un mouvement de torsion de l'ensemble des colonnes.

La largeur minimum des plateaux (Pl. II, y, y'), dans leur partie centrale, est seulement de 20 centimètres. Cela suffit pour que l'observation devienne impossible à toute distance du pôle inférieure à $7^{\circ}26'$, du moins si l'on veut employer la totalité de l'ouverture objective. Il eût été facile d'éviter cet inconvénient en montant la lunette d'une manière un peu excentrique, la plus courte distance entre les deux axes de mouvement surpassant un peu le rayon de l'objectif augmenté du demi-diamètre minimum du plateau. On n'a pas adopté cette disposition pour les raisons suivantes :

1) La nécessité d'équilibrer la lunette autour de l'axe horaire eût exigé de plus forts contrepoids, et donné lieu en conséquence à une grande augmentation du poids total de l'équipage mobile, pour une même rigidité conservée.

2) Eu égard au but primitif essentiel de l'instrument, on ne tenait pas spécialement à pouvoir observer près du pôle.

Axe de déclinaison. L'axe de déclinaison est formé du cube central de la lunette et de ses appendices latéraux coniques, terminés chacun par un pivot. La longueur totale de l'axe, non compris les pivots, est de 643 millimètres.

Les pivots de l'axe de déclinaison sont des cylindres d'acier non trempé, mesurant 40^{mm} de diamètre et 55^{mm} de longueur. Ils se meuvent dans des coussinets de bronze que l'on peut serrer à volonté, et dont la situation exacte doit être réglée par le mécanicien d'après les indications de l'astronome.

Pivots de l'axe polaire. Moyens d'ajustement en hauteur et en azimut.

Le *pivot inférieur* de l'axe polaire (K, Pl. II), soumis à une pression très forte, est formé d'une tête sphérique d'acier trempé, de 30^{mm} de diamètre, s'emboîtant dans une crapaudine hémisphérique de bronze. On laisse un excès d'huile sur les pièces frottantes. Un fort levier (*f*, Pl. II), commandé par une vis et fixé à demeure, permet de soulever toute la partie mobile de l'instrument pour nettoyer les pièces frottantes et renouveler l'enduit.

Le *pivot supérieur* de l'axe polaire (G, Pl. II), repose sur une pièce qui peut être élevée ou abaissée et portée à droite ou à gauche à l'aide de vis de rappel, ce qui permet d'ajuster l'axe polaire à la hauteur et à l'azimut du pôle.

Le pivot supérieur est un cylindre d'acier non trempé, de 28^{mm} de diamètre et 62^{mm} de longueur. Le coussinet qui reçoit immédiatement ce pivot est en bronze, d'une seule pièce, en forme de tube renflé en sphère dans sa partie moyenne; il peut ainsi prendre son équilibre dans une boîte creuse hémisphérique également en bronze, et dont on serre le couvercle lorsque l'ajustement polaire est terminé. Sur cette même boîte agissent deux vis horizontales antagonistes et deux vis verticales, pour amener définitivement l'axe polaire dans la situation requise.

Équilibre. Mobilité.

Le poids de la partie mobile de l'instrument est d'environ 800 kilogrammes; pour mouvoir facilement une telle masse, il faut qu'elle soit exactement équilibrée autour de l'axe de rotation, et que les frottements se trouvent réduits à la plus petite valeur possible.

La dernière condition peut être remplie, dans une certaine mesure,

par le choix de proportions convenables pour les pivots et l'axe polaire, et par une construction soignée des organes de frottement. De plus, il ne serait pas difficile de diminuer considérablement la résistance à vaincre, par l'emploi de sphères roulantes ou de galets de forme conique; à tort pensons-nous, on n'a pas jugé nécessaire d'employer cette ressource, qu'il serait temps encore de mettre en œuvre.

Les conditions de l'équilibre se réduisent naturellement à maintenir sur l'axe polaire géométrique de rotation, le centre de gravité de l'équipage mobile, quelle que soit la situation de la lunette. Il faut pour cela que la lunette elle-même reste isolément équilibrée autour d'un même point de l'axe de déclinaison. Ces deux conditions seraient d'ailleurs faciles à remplir sans l'intervention du poids des accessoires divers dont le réfracteur peut être chargé, circonstance qui nécessite l'introduction dans l'instrument d'un certain nombre de contrepoids mobiles, diversement placés, lesquels restent à la disposition de l'observateur qui peut les enlever ou les mettre, ou bien modifier leur situation.

Dans l'équatorial de Genève, on dispose de 7 rondelles de fonte, du poids de 7 kilogrammes chacune, et qui peuvent se placer diversement sur la culasse. Il y a de plus un poids cylindrique de 6 kilogrammes, mobile le long d'une tringle parallèle à l'axe optique de la lunette, et qui peut être amené à différentes distances de l'axe transversal de déclinaison, soit du côté objectif, soit du côté oculaire.

L'effort nécessaire pour mouvoir l'instrument en ascension droite est en moyenne de 2 $^1/_2$ kilogrammes appliqués à 1 mètre du centre de mouvement; c'est un peu trop pour l'usage commode de l'équatorial.

Les supports.

Les deux extrémités de l'axe polaire s'appuient sur de grands supports en fonte de fer (R et Q,*c*, Pl. I) reposant eux-mêmes, en dessous du plancher, sur de forts massifs en pierre de taille.

Le support du pivot supérieur ou septentrional de l'axe polaire est naturellement beaucoup plus élevé que celui du pivot méridional. Il se compose de deux parties, inférieure et supérieure, jointes ensemble par des vis. La partie inférieure (R, Pl. I), en forme de caisse tronc-conique avec deux plans coupés au nord et au sud, mesure $3^{m}.25$ de circonférence à la base, $2^{m}.30$ au sommet, et 3 mètres de hauteur verticale au-dessus du plancher.

La partie supérieure (C, Pl. I et II), nommée *la grande corne* par les ouvriers qui l'ont construite, consiste en une pièce de fonte, creuse, d'un seul morceau, et dont la forme générale serait assez bien représentée par une grande dent d'éléphant, coupée en deux suivant son axe. Les deux moitiés symétriques seraient, après la section, éloignées l'une de l'autre d'environ 25 centimètres, réunies à leur base par une semelle de fonte, puis à leur sommet par un arc, portant à son milieu le pivot supérieur de l'axe horaire.

Cette forme a été choisie afin de permettre d'observer le long du méridien inférieur, au-dessous du pôle, et de gêner le moins possible la vision télescopique dans cette même région du ciel. Mais nous pensons que pour les équatoriaux destinés aux observations habituelles, il vaudrait mieux renoncer tout à fait à observer dans le méridien inférieur, renoncer également au retournement de la lunette, et prolonger le tube du réfracteur au-dessus du pivot, par l'échancrure de la plate-forme. Cela permettrait d'adapter à une monture de dimensions restreintes mais construite avec solidité, une lunette de grandes dimensions, comme celles que réclament les besoins actuels de l'astronomie.

Le support du pivot inférieur (Q, Pl. I et II) est une caisse en fonte de 75 centimètres de côté, ayant le sommet coupé par deux plans obliques perpendiculaires l'un à l'autre. L'un de ces plans est parallèle au cercle horaire et supporte le levier *f*, destiné à soulever l'axe. L'autre plan oblique, parallèle à l'axe polaire, reçoit l'horloge motrice H, et le support S de la vis tangente.

Les massifs de pierre de taille, établis directement sur le bétonage

de fondation, et dont la forme est celle d'une pyramide tronquée à base carrée, mesurent respectivement 2^m et $1^m.65$, de côté de base.

Le plancher (PP, fig. I) repose sur les murs de la tour, sans toucher aux supports.

Les cercles.

Le *cercle horaire* (A, Pl. I et II), placé à l'extrémité inférieure de l'axe, près du pivot inférieur, consiste en un disque de fonte de fer, entouré d'un anneau de bronze, lequel peut tourner à frottement dur sur le disque. L'anneau, strié à la circonférence, est destiné à recevoir par une vis tangente et à communiquer au cercle, le mouvement de l'horloge. Le disque de fonte, formant le cercle proprement dit, porte à sa circonférence la division horaire, tracée sur une lame d'argent incrustée sur un biseau de la fonte. Le diamètre du disque, à l'endroit de la division, est de $0^m.66$; le diamètre extérieur de l'anneau strié est de $0^m.711$. Le cercle est divisé en minutes de temps ($= 15'$) subdivisées par un seul vernier en intervalles de 4^s ($= 1'$).

On n'a pas ajouté de division de calage, le grand diamètre du cercle horaire permettant l'emploi de divisions fortement tracées, et de grands chiffres.

Le *cercle de déclinaison* (D, Pl. I et II), gradué sur le champ, est placé à l'extrémité de l'axe de déclinaison, en dedans de la grande traverse de fonte, x, qui porte les coussinets. Le cercle est ajusté sur l'axe sans tourner avec lui, étant retenu par un doigt solidaire des colonnes. Il résulte de cette disposition que la lecture peut être faite à l'aide d'une lunette (β, Pl. I et II) fixée sur le réfracteur et mobile avec lui.

Le cercle est un disque de bronze de $0^m.42$ de diamètre, divisé sur le champ de $15'$ en $15'$ d'arc. Au foyer de la lunette de lecture β, de $0^m.75$ de longueur, est une lame dentée (peigne) qui subdivise en 15 parties chaque division du cercle, ce qui permet de lire les minutes d'arc.

L'approximation de une minute est toujours suffisante pour amener l'image d'un objet céleste dans le champ du télescope, mais elle ne suffirait généralement pas pour déterminer avec l'équatorial la différence de déclinaison de deux astres non visibles en même temps dans le champ de micromètre, tandis que la différence en ascension droite des deux mêmes astres peut être déterminée assez exactement par le temps des passages. Il y aurait donc quelque avantage à augmenter l'exactitude des mesures de déclinaison par l'emploi d'un cercle plus grand et d'une division plus fine, ou bien en ajoutant un secteur à long rayon comme on le fait quelquefois en Angleterre. On a renoncé à l'emploi de ces moyens pour les raisons suivantes :

1) Il est extrêmement commode d'avoir à portée de l'œil un cercle facile à lire, et qui donne immédiatement les déclinaisons avec l'approximation d'une minute d'arc; il faudrait donc *ajouter* au cercle actuel un second cercle. D'autre part, pour remplir le but que l'on se propose, l'approximation de lecture devrait être portée à quelques secondes d'arc; cela exigerait un cercle de grand diamètre, et deux lectures par microscope, pour corriger l'erreur d'excentricité, que l'on peut négliger lorsqu'il s'agit seulement d'un cercle de calage.

L'augmentation de dépense, et la complication résultant de ces dispositions diverses ne seraient guère balancées par une utilité correspondante, parce qu'il existe aujourd'hui un assez grand nombre d'étoiles dont la position exacte est connue ou peut facilement l'être; il est donc presque toujours possible de déterminer la situation d'un objet céleste par comparaison micrométrique avec l'une de ces étoiles, ce qui dispense de l'emploi de moyens moins exacts.

Éclairage des graduations. La graduation du cercle horaire est éclairée par un bec de gaz placé à quelque distance. La flamme est entourée d'un manchon opaque ayant une ouverture circulaire latérale, percée dans la direction du vernier.

On éclaire le cercle de déclinaison avec une petite lanterne, tenue à la main pendant la durée très courte de la lecture du cercle. C'est un

procédé à peu près tolérable, et que l'on emploie aujourd'hui en attendant l'installation projetée d'un bon éclairage électrique.

Les rappels.

1) *Rappel en déclinaison.* Un anneau concentrique à l'axe de déclinaison, et fixé au système des colonnes, reçoit à son pourtour le *collier* tournant du levier de rappel. Ce levier (*n*, Pl. II), de fer d'angle, triangulaire, rigide, porte à son extrémité la plus éloignée de l'axe, la vis de rappel articulée au levier, et destinée à produire le mouvement doux en déclinaison. L'écrou sphérique de cette vis est solidaire de la lunette. Le *collier* est formé de deux parties demi-circulaires, que rapproche une vis terminée par une longue tringle de serrage dont le manche, ainsi que la double tête de la vis de rappel, peuvent être atteints facilement par la main de l'observateur occupé à la lunette. Le mouvement rapide s'obtient en conduisant le tube à la main après avoir désserré le collier.

Le diamètre de l'anneau fixé aux colonnes est de 39 centimètres. La longueur du levier jusqu'à la vis de rappel = $1^{m}.12$. Les pas de la vis étant de 1 millimètre, chaque tour répond = 180″. De plus le mouvement total est de 3 degrés. Ce rappel est jugé suffisamment doux par les observateurs.

2) *Rappel en ascension droite.* Le mouvement rapide en ascension droite s'obtient de deux manières :

a) Après désembrayage de la vis tangente.

b) Sans des embrayage de la vis tangente, mais en surmontant le frottement du cercle strié sur le cercle horaire. La valeur de ce frottement se règle, dans certaines limites, au moyen de 8 vis, qui agissent sur le cercle par l'intermédiaire de petits ressorts.

Cette disposition a pour but d'éviter la perte de temps causée par le déplacement de l'observateur, ainsi que les petites détériorations du

cercle strié, produites à peu près inévitablement par de fréquents désembrayages.

Le mouvement doux en ascension droite s'obtient par un déplacement de la vis tangente parallèlement à son axe. Afin de rendre ce déplacement possible, la vis tangente est portée par un *chariot*, mobile à l'aide d'une vis de rappel. Cette vis (γ, Pl. II) est commandée par une tringle que peut toujours atteindre la main de l'observateur.

L'étendue totale du mouvement lent en ascension droite équivaut à 14 minutes de temps.

Moyens de fixer invariablement les axes. — Pour les observations de passages faites à l'équatorial, et aussi pour les mesures micrométriques, il est nécessaire de pouvoir fixer invariablement la lunette, soit en déclinaison soit dans le sens horaire.

En *déclinaison*, la lunette est fixée seulement par la vis du rappel, ce qui pourrait être jugé insuffisant à cause du jeu nécessaire à cette vis. Cependant les astronomes n'ont remarqué aucun manque de stabilité dépendant de cette cause, ce qui résulte sans doute du poids considérable de la lunette. Il eût d'ailleurs été facile d'y remédier par l'adjonction d'une vis antagoniste.

En *ascension droite* on peut fixer la lunette par deux fortes presses munies d'un rappel spécial (o, Pl. II, fig. 2), liées au pilier inférieur Q, et agissant directement sur le vrai cercle horaire; ou bien à l'aide de la vis tangente (α, Pl. II) engrenée à fond; ou bien encore sans presses ou vis tangente, le poids de l'équipage mobile de l'instrument suffisant pour maintenir la lunette dans une situation invariable, comme l'expérience l'a montré.

Lectures.

A. **Pour mettre sur l'instrument les coordonnées d'un objet céleste.**

1) *Déclinaison.* — L'observateur reste près de l'oculaire; après avoir desserré le collier-frein il donne au réfracteur, avec la main, le mouvement rapide; puis ayant serré le frein de nouveau, il termine l'ajuste-

ment à l'aide de la vis. La lunette de lecture (β), qui est près, commande l'opération.

2) *Ascension droite.* — L'observateur doit se placer près du cercle horaire; il donne le mouvement rapide sans désembrayer la vis tangente, ou bien après l'avoir désembrayée, en appuyant sur des poignées de bois que porte à son pourtour le plateau inférieur (y' Pl. II) de l'axe polaire. L'ajustement s'achève en tournant à la main la vis conductrice du *chariot* (γ, Pl. II). Le vernier du cercle horaire n'est pas loin et guide l'opérateur.

Lorsqu'il s'agit, non pas de mettre l'axe horaire dans une situation déterminée, mais seulement de suivre le mouvement d'un astre, on peut conduire la lunette avec la main après avoir désembrayé la vis tangente.

B. Lecture des coordonnées d'un objet observé.

L'observateur peut lire la *déclinaison* sans quitter sa chaise, en mettant l'œil à la petite lunette (β, Pl. I et II) située près de l'oculaire. Mais pour lire l'*ascension droite*, l'observateur doit généralement se déplacer pour avoir sous les yeux le vernier du cercle horaire.

Recherches à faire dans un espace limité du ciel. — Nous avons employé dans un autre équatorial le moyen simple décrit ci-après pour permettre à l'observateur de borner ses recherches à un espace quelconque du ciel, limité en déclinaison et en ascension droite.

Deux taquets se fixent à volonté sur le cercle horaire; une cheville élastique poussée entre eux au gré de l'observateur, limite le mouvement horaire aux ascensions droites marquées par la situation des taquets.

La déclinaison est commandée par un sautoir fixé au bouton de rappel, et qui permet d'avancer vers le pôle de quantités successives, égales aux $^2/_3$ ou aux $^3/_4$ du champ de l'oculaire que l'on emploie.

Horloge motrice.

On a choisi comme horloge motrice un appareil électrique se composant des trois parties suivantes :

a) Un électromoteur.

b) Un régulateur à force centrifuge, monté sur l'axe de rotation vertical de l'électromoteur.

c) Une pile, comme source d'électricité.

L'électromoteur (Pl. II, fig. 4) se compose d'une bobine d'Edison montée sur un axe vertical et pouvant tourner entre les pôles de deux électro-aimants horizontaux, opposés l'un à l'autre. L'axe de la bobine porte un commutateur circulaire (δ) au moyen duquel le courant est distribué à l'aide de pinceaux métalliques, aux portions successives de la bobine.

Le courant de la pile, à son entrée dans l'appareil, se divise en deux courants dérivés : le premier traverse successivement les deux électro-aimants fixes, le second entre par le commutateur dans la bobine qu'il traverse, puis il vient rejoindre le premier à son issue de l'électro-aimant.

Le courant de la bobine peut être interrompu ou rétabli instantanément par l'action du régulateur.

Le *régulateur* (même figure) se compose de deux lames d'acier, de forme à peu près droite, fixées à une courte traverse que porte l'axe à sa partie supérieure. Ces lames de ressort descendent parallèlement l'une à l'autre, et viennent se joindre par le bas à une seconde traverse, solidaire d'un canon mobile longitudinalement sur l'axe lui-même, et qui porte un petit volant du poids d'environ 1 ½ kilogramme [1]. Chacun des ressorts a vers le milieu une masse additionnelle pesant quelques grammes. Lorsque les deux ressorts se courbent par l'action de la force centrifuge, le canon et son volant s'élèvent sur l'axe jusqu'à une certaine hauteur répondant à une vitesse déterminée; alors le canon soulève un levier très léger que traverse le courant de la bobine, lequel se trouve aussitôt interrompu. Le mouvement se continue alors par la seule force vive du volant, mais cet arrêt ne dure qu'un instant très court, parce que la force vive emmagasinée dans le volant diminue bientôt, jusqu'au

[1] Le poids de l'équipage mobile du régulateur, joint à la grande vitesse qu'il doit prendre, et à la parfaite mobilité qu'il importe de conserver à cette pièce, exigent l'emploi d'un joyau pour le contre-pivot inférieur. Si l'on ne trouvait pas un rubis de bonne qualité, il faudrait choisir le diamant.

point où par suite du changement de vitesse le levier s'abaisse et le courant électrique se rétablit. En fait, le levier se trouve animé d'un mouvement continuel mais presque imperceptible, qui maintient le mouvement uniforme, par une suite continuelle de passages et d'interruptions du courant, d'où il résulte que l'appareil ne reçoit de la pile que la force exactement nécessaire pour assurer la vitesse constante demandée. L'usure de la pile est d'ailleurs proportionnelle à la force qu'il s'agit de produire.

Il est facile de régler la vitesse de l'horloge en marche en déplaçant un peu la hauteur du contact électrique du levier, au moyen d'une vis à tête divisée (2), destinée à cet usage. Alors l'interruption du courant se produit à des hauteurs différentes du manchon, auxquelles répondent des vitesses un peu différentes de l'horloge, dont le régulateur n'est pas strictement isochrone [1]. La vitesse une fois réglée, la hauteur du manchon se maintient à très peu près constante, à cause de la très petite distance explosive de l'étincelle du courant de dérivation, et parce que l'action régulatrice prend les changements de vitesse à leur origine, sans permettre l'établissement de périodes de quelque durée.

Pour éviter autant que possible les étincelles au contact du levier, on a réuni d'une manière permanente le levier et la vis de réglage sur laquelle il appuie, à l'aide d'un fil de platine de 100 millimètres de longueur, et $^1/_5$ de millimètre de diamètre; il se produit dans ce fil une dérivation qui assure le passage continuel d'une partie du courant disponible, et diminue beaucoup la grandeur de l'étincelle. Le partage du courant initial contribue au même résultat.

La pile. — Il suffit, pour actionner le régulateur, de deux éléments à grande surface donnant une force électrique de 3 volts et de 3 ampères.

On a employé provisoirement des piles de Grenet ou de Bunsen, la pile définitive, qui devra n'exiger que peu de soins de la part de l'astronome, n'est pas encore choisie. Nous pensons que l'on pourrait faire

[1] Un tour de la vis de réglage fait avancer ou retarder le moteur d'une seconde par minute. La tête de vis est divisée en 20 parties, dont chacune répond, par conséquent, à un vingtième de seconde.

éléments ordinaires de Bunsen, à surface doublée, nous avons attaché à l'axe polaire une barre horizontale mesurant 1 mètre de longueur, depuis le centre de mouvement jusqu'à l'extrémité de la barre, où l'on a suspendu un poids de 26 $^{7}/_{10}$ kilogrammes. Malgré la résistance occasionnée par ce poids qui s'opposait au mouvement de l'axe polaire, l'électromoteur entraîna tout l'équipage mobile de l'instrument sans que la vitesse qu'il prenait à vide se trouvât notablement altérée [1].

Le poids de $26^{k}\,^{7}/_{10}$ agissant dans une direction verticale, sa composante, tangentielle à un cercle horaire de 1 mètre de rayon, et qui serait égale à $18^{k}.5$, mesure l'effort directement efficace pour s'opposer au mouvement de l'axe polaire.

Il serait difficile d'obtenir une aussi grande puissance en faisant usage d'horloges à poids, et cependant la force mesurée équivaut seulement à $^{1}/_{744}$ de km. par seconde, ce qui est une petite fraction de la force produite par le moteur et employée à vaincre les résistances passives de l'équatorial.

Réserve de travail. Force motrice. — Le petit volant du poids de $1^{k}49$, faisant 40 tours par seconde, et dont le rayon de giration est de 41 millimètres, emmagasine et tient en réserve un travail de 8 kilogrammètres, moitié de la force vive du volant.

Nous avons cherché à mesurer la force développée en différentes circonstances par l'électromoteur, en notant l'arc décrit par l'axe horaire depuis le moment où le courant électrique est définitivement interrompu, jusqu'à celui où toute la force vive emmagasinée dans le volant est transformée en travail moteur de l'axe horaire [2]. Les résultats moyens de ces essais sont écrits dans le tableau suivant.

[1] Dans une autre série d'essais, un poids moyen de 22 kilog. 4, suspendu à 1^{m} de l'axe de mouvement (= effort tangentiel de 15 $^{1}/_{2}$ k.) causa une *accélération* de $0^{s},03$ par minute ; ce chiffre est le résultat moyen de onze mesures, ayant chacune 5 minutes de durée.

La vitesse du régulateur est donc *augmentée* de $^{1}/_{2000}$ environ de sa valeur lorsqu'un effort tangentiel de 15 $^{1}/_{2}$ kilogrammes agissant à l'extrémité d'un rayon de 1 mètre, s'oppose au mouvement de l'axe polaire.

[2] Une partie de la force vive du volant ne contribue pas au mouvement de l'axe polaire, mais se transforme en chaleur au moment où le volant s'arrête. Ce résidu doit être compté en diminution

	α Vis tangente désengrenée.	β Engrenée: lunette équilibrée.	γ Poids additionnel $= 15^k.5$.	δ Poids additionnel $= 20^k.4$.
a) Arc parcouru...........	78^s	65^s	21^s	$18^s.7$
b) Fraction de circonférence..	$^1/_{1107}$	$^1/_{1329}$	$^1/_{4114}$	$^1/_{4620}$
c) Travail pour un tour......	8856^{km}	10632^{km}	32912^{km}	36960^{km}
d) Travail par seconde......	$0^{km}.1024$	$0^{km}.2306$	$0^{km}.3809$	$0^{km}.4278$
e) Travail théorique........	....	$0^{km}.000182$	$0^{km}.000964$	$0^{km}.00121$

Colonnes verticales. — α. *Vis tangente désengrenée.* Le moteur n'entraîne que ses propres organes et ceux de transmission de mouvement, jusqu'à la grande vis tangente, qui tourne à vide.

β. *Engrenée; lunette équilibrée.* Marche normale de l'équatorial; l'équipage mobile est équilibré autour de l'axe polaire de rotation.

γ. *Poids additionnel* $= 15^k.5$. Ce poids agit verticalement à l'extrémité d'une barre horizontale de 1 mètre de longueur, et de manière à s'opposer au mouvement de l'équipage mobile. L'effort correspondant, mesuré à la circonférence du cercle strié et tangentiellement à ce cercle, serait de $30^k.23$.

δ. *Poids additionnels* $= 20^k.4$. Mêmes conditions que ci-dessus; l'effort tangentiel correspondant, mesuré à la circonférence du cercle strié serait de $39^k.77$.

Lignes horizontales. — *a*) *Arc parcouru.* L'arc parcouru par l'équipage mobile de l'axe polaire pendant que s'épuise la force vive du volant, est mesuré sur le cercle horaire, qui donne cet arc en minutes de temps.

b) *Fractions de circonférence.* L'arc parcouru est une fraction de la circonférence totale, qui s'obtient en divisant la valeur de l'arc par 86400 secondes.

c) *Travail pour un tour.* Un travail de 8 kilogrammètres ayant fait tourner l'axe polaire des fractions de circonférence indiquées dans la

de la force de l'électromoteur. Une seconde partie de la force vive du volant s'emploie à produire des courants électriques dans les fils.

ligne précédente, on marque le nombre de kilogrammètres qui serait nécessaire proportionnellement, pour faire tourner l'axe polaire et son équipage d'une circonférence entière.

d) *Travail par seconde.* L'axe polaire tournant en 24 heures, soit 86400 secondes, il suffit de diviser par ce dernier nombre les valeurs contenues dans la ligne précédente, pour connaître le travail effectivement développé par l'électromoteur dans une seconde de marche régulière.

e) *Travail théorique.* On entend ici par travail théorique, le travail par seconde nécessaire pour mouvoir tout l'équipage de l'axe horaire, la grande vis tangente du cercle strié n'étant pas embrayée.

On a calculé ce travail en partant du fait d'expérience, qu'un effort de 2 $^1/_2$ kil., appliqué tangentiellement à 1^m de l'axe horaire, soit un effort de $7^k.042$ appliqué à la circonférence du cercle strié, dont le rayon $= 0^m.355$, suffit pour mener l'instrument lorsque la grande vis tangente n'est pas embrayée. Le travail correspondant $= 7^k.042 \times 2^m.234 = 15^{km}.73$, soit $0^{km}.000182$ par seconde.

A cette dernière valeur marquée dans la colonne β, on ajoute respectivement, pour obtenir les valeurs des colonnes γ et δ, le travail par seconde répondant aux poids additionnels de $15^k.5$ et de $20^k.4$, poids dont le travail total pour une circonférence est $30^k.23 \times 2.234 = 67^{km}.53$, et dans une seconde $0^{km}.000782$; puis $39^k.77 \times 2.234 = 88^{km}.85$, et dans une seconde $0^{km}.001028$.

On donne le travail théorique, pour comparaison avec le travail effectif.

Résultats généraux.

On peut déduire des chiffres ci-dessous, les conséquences suivantes :

1. Le travail total, extérieur et intérieur, développé dans la marche normale de l'instrument, et fourni par l'électromoteur, équivaut à celui d'un poids de 222 kilogrammes descendant de un mètre, et qui ferait mouvoir l'équatorial pendant une demi-heure.

1. Vis tangente désembrayée; l'horloge entraîne les organes de transmission du mouvement, jusqu'à la vis tangente exclusivement: *séries I et III*.

2. Vis tangente embrayée; l'horloge mène la lunette, à peu près équilibrée autour de l'axe polaire : *série IV*.

3. Vis tangente embrayée, presses de fixation du cercle horaire serrées, ce qui rend beaucoup plus difficile le mouvement de l'axe polaire et de la lunette, l'horloge ayant à surmonter une résistance additionnelle à peu près équivalente à un effort de 30 kilogrammes, exercé à la circonférence du cercle strié.

Un index, fixé temporairement comme une aiguille sur l'axe de la vis tangente, sert à marquer exactement les tours de cette vis par la coïncidence de l'extrémité de l'index avec un repère fixe.

Pour mesurer le temps, à chaque tour de la vis tangente, c'est-à-dire à l'instant du passage de l'index devant le repère, nous disposions de deux chronomètres *à aiguille rattrapante,* qui nous avaient été confiés par les constructeurs respectifs de ces belles machines, MM. Fritz Piguet et R. Ekegrèn.

Dans ces chronomètres, il y a deux aiguilles de secondes, concentriques à celles des minutes et des heures, et qui se superposent exactement l'une à l'autre dans la marche habituelle, en sorte que l'on n'en distingue qu'une seule. dont le mouvement s'accomplit par petits sauts réguliers à $^1/_5$ de seconde d'intervalle, marqués chacun très distinctement par un trait court sur le bord du cadran.

Pour noter l'instant d'une observation, on appuie vivement avec le doigt sur une détente placée au bord extérieur du chronomètre, alors l'une des aiguilles de seconde s'arrête subitement, ce qui permet de noter le chiffre que donne l'observation; cela fait, on appuie une seconde fois sur la même détente, et l'aiguille demeurée un moment immobile va rejoindre celle qui poursuit régulièrement sa marche; à ce moment le chronomètre est prêt pour une autre observation. Le grand avantage qu'offrent des chronomètres à aiguille rattrapante sur les compteurs ordinaires, est que le temps absolu ne se perd jamais d'une observation à l'autre et durant la série entière des mesures.

régulateur avance de 0s.70 en 30 minutes; il y aurait donc un léger retard, de 0s.06, causé par une augmentation relativement faible dans les résistances. Ainsi une faible augmentation des résistances à vaincre par l'électromoteur produirait un léger retard, tandis qu'une augmentation considérable des mêmes résistances causerait une accélération. Bien qu'un tel résultat ne soit pas absolument impossible, il se pourrait aussi que le faible retard de 0s.06 en 30 minutes ne fut pas réel, et résultât seulement de l'incertitude des observations.

Uniformité de marche du régulateur. Nous caractérisons l'uniformité de marche du régulateur en notant l'avance ou le retard sur le temps uniforme, à l'instant où l'aiguille de la vis tangente passe devant son index. Le chronomètre est supposé réglé de manière à marquer le temps normal de la vis tangente au commencement et à la fin de chaque série. La durée d'une série est toujours de 30 minutes.

Comme ci-dessus, on a pris la moyenne arithmétique *mn* des 30 différences, abstraction faite de leur signe, et la valeur maximum de ces mêmes différences, en faisant la somme arithmétique *mx* de la plus grande valeur positive et de la plus grande valeur négative. Les résultats sont contenus dans le tableau suivant :

	mn	*mx*
1re série	0s.05	0s.31
2me série	0s.08	0s.56
3me série	0s.07	0s.32
4me série	0s.08	0s.45

Nous mettons en regard de ces différences les valeurs de l'incertitude résultant du fait des chronomètres et de celui des observateurs. Ce sont les chiffres de l'un des tableaux précédents, multiplié par 0.71.

	mn	*mx*
1re série	0s.06	0s.32
2me série	0s.09	0s.40
3me série	0s.08	0s.33
4me série	0s.13	0s.35

Les chiffres qui expriment les variations de marche sont presque identiques à ceux de l'erreur accidentelle. Nous avons en effet pour le premier de ces éléments et comme moyenne des 4 séries :

$$mn = 0^s.070 \quad : \quad mx = 0^s.41$$

Et pour le second élément :

$$mn = 0^s.090 \quad : \quad mx = 0^s.35$$

On ne saurait conclure de là aucune valeur positive des variations de marche de l'électromoteur, mais seulement une limite, qui est celle de l'incertitude affectant les moyens d'observation ; nous dirons donc pour conclure :

Les *variations moyennes* de marche de l'électromoteur, durant une demi-heure, sont sûrement inférieures à 9 centièmes de seconde, soit $^1/_{25000}$ du temps total.

Les *plus grandes variations* de marche dans le même laps sont sûrement inférieures à 4 dixièmes de seconde, soit $^1/_{4500}$ du temps total.

Les valeurs relatives seraient plus faibles, si l'on eut prolongé davantage la durée des expériences.

On a préféré l'électromoteur à une horloge ordinaire pour les motifs suivants :

1. L'électromoteur n'exigeant aucun remontage laisse plus de liberté à l'observateur.

2. La grande puissance de l'électromoteur permet de surmonter aisément les résistances accidentelles diverses causées par le poids des pièces accessoires, dont on peut être appelé à charger le réfracteur durant le cours d'une observation. On évite ainsi la nécessité de perdre un temps quelquefois très précieux, à chercher les nouvelles conditions d'équilibre de l'instrument lorsqu'il vient d'être chargé de ses accessoires.

3. Enfin le mouvement de l'électromoteur offre une plus grande uniformité que celui de la plupart des horloges employées à mener des équatoriaux.

En retour il est nécessaire d'avoir un courant électrique d'intensité peu variable et qui reste sans cesse disponible sans embarras pour l'observateur.

Le tableau suivant donne tous les chiffres de la première série.

Première série. 3 Avril 1884.

Nombre de tours.	Secondes du régulateur R	Chron. F. P. — Observ. M. T. Temps au chronomètre.	Id. corrigé. t	Chron. Ekegr. — Observ. R. T. Temps au chronomètre.	Id. corrigé. t'	Moyenne des 2 observations. $\frac{1}{2}(t+t')=c$	Différence entre régulateur et moyenne. $R-c$	Différence entre les deux observateurs. $(t-t')$
		m s		m s				
0		2.8.3	0	1.0.4	0	0		
1	60	3.8.1	59.87	2.0.2	59.86	59ˢ.87	+0ˢ.13	+0.01
2	120	4.8.1	119.94	3.0.2	119.72	119.83	+0.17	+0.22
3	180	5.8.0	179.91	4.0.2	179.97	179.94	+0.06	—0.06
4	240	6.8.1	240.08	5.0.2	240.03	240.05	—0.05	+0.05
5	300	7.8.0	300.06	6.0.1	299.99	300.02	—0.02	+0.07
6	360	8.7.9	360.01	7.0.1	360.05	360.03	—0.03	—0.04
7	420	9.8.0	420.18	8.0.1	420.11	420.14	—0.14	+0.07
8	480	10.7.7	479.95	9.0.0	480.06	480.00	±0.00	—0.11
9	540	11.7.7	540.02	10.0.0	540.15	540.08	—0.08	—0.13
10	600	12.7.7	600.09	10.59.9	600.08	600.08	—0.08	+0.01
11	660	13.7.5	659.96	11.59.8	660.04	660.00	±0.00	—0.08
12	720	14.7.4	719.93	12.59.8	720.10	720.01	—0.01	—0.17
13	780	15.7.4	780.00	13.59.7	780.05	780.02	—0.02	—0.05
14	840	16.7.2	839.87	14.59.6	840.01	839.94	+0.06	—0.14
15	900	17.7.2	899.94	15.59.6	900.07	900.01	—0.01	—0.13
16	960	18.7.1	959.90	16.59.6	960.13	960.02	—0.02	—0.23
17	1020	19.7.1	1019.97	17.59.4	1019.99	1019.98	+0.02	—0.02
18	1080	20.7.1	1080.04	18.59.4	1080.04	1080.04	—0.04	±0.00
19	1140	21.7.1	1140.11	19.59.4	1140.10	1140.10	—0.10	+0.01
20	1200	22.6.9	1199.98	20.59.2	1199.96	1199.97	+0.03	+0.02
21	1260	23.6.9	1260.05	21.59.2	1260.02	1260.03	—0.03	+0.03
22	1320	24.6.7	1319.92	22.59.2	1320.08	1320.00	±0.00	—0.16
23	1380	25.6.7	1379.99	23.59.2	1380.13	1380.06	—0.06	—0.14
24	1440	26.6.6	1439.95	24.59.0	1439.99	1439.97	+0.03	—0.04
25	1500	27.6.6	1500.02	25.59.0	1500.05	1500.03	—0.03	—0.03
26	1560	28.6.5	1559.98	26.59.0	1560.11	1560.01	—0.01	—0.13
27	1620	29.6.5	1620.05	....	1620.07	1620.06	—0.06	—0.02
28	1680	30.6.3	1679.93	28.58.8	1680.02	1679.97	+0.03	—0.09
29	1740	31.6.2	1739.90	29.58.8	1740.08	1739.99	+0.01	—0.18
30	1800	32.6.2	1799.97	30.58.6	1799.94	1799.96	+0.04	+0.03

Le micromètre.

L'équatorial est pourvu d'un micromètre filaire de position, monté sur un tube court spécial, qui s'adapte par trois vis sur la culasse du réfracteur, et porte les moyens d'ajustement nécessaires pour amener le système des fils dans le plan focal.

Le cercle de position, de 13 centimètres de diamètre, est divisé en degrés : l'index est un vernier qui donne les 5 minutes; le mouvement tournant est communiqué à l'aide d'un pignon et d'une roue dentée couverte; il y a une presse de serrage pour fixer la position du micromètre sur le cercle.

Un seul fil transversal est tendu sur le cadre rectangulaire mobile, fixé invariablement à la vis. L'écrou, portant le tambour divisé en 60 parties, tourne sur la vis. Chaque division du tambour vaut à très peu près, sur le réfracteur, une demi-seconde d'arc. On apprécie à l'œil $^1/_{10}$ de division, soit $^1/_{20}$ de seconde d'arc. Les minutes et demi-minutes sont indiquées sur le cadran d'un petit compteur spécial, commandé par l'écrou.

La plaque portant le réseau des fils fixes n'est pas mobile au gré de l'observateur.

On a cherché, dans l'arrangement des fils, à rendre possibles divers modes d'emploi du micromètre, et spécialement :

1) L'usage du chronographe, pour déterminer exactement les ascensions droites par des observations répétées.

2) A défaut de chronographe, la notation du temps par l'oreille.

3) La notation simultanée des ascensions droites et des déclinaisons, le fil mobile étant dirigé parallèlement au mouvement horaire, tandis que les 4 ou 5 fils longitudinaux servent à déterminer à l'oreille les ascensions droites.

4) La notation successive des ascensions droites et des déclinaisons, obtenue avec toute l'exactitude possible, en tournant le micromètre de 90° et multipliant les observations.

Il suffira de jeter un coup d'œil sur la figure qui représente le réseau fixe du micromètre (fig. 5, pl. II) pour voir comment les conditions ci-dessus peuvent être remplies.

L'ouverture oculaire du micromètre, c'est-à-dire l'étendue visible du réseau, mesure 30 millimètres de longueur totale. Mais par suite d'un arrangement défectueux des diaphragmes, cette longueur ne peut être toute entière utilisée. Il est d'ailleurs évident qu'elle ne saurait l'être, avec de forts grossissements, que d'une manière successive. Pour cela l'oculaire, porté par un double chariot, est mobile dans deux sens perpendiculaires l'un à l'autre à l'aide de vis à pas rapide, ce qui permet d'amener toujours le point observé au centre du champ.

On amène le réticule dans le plan focal de l'objectif à l'aide d'un anneau à vis qui embrasse toute la circonférence du tube, et communique par conséquent au micromètre un mouvement parallèle à l'axe du réfracteur. On arrête finalement la position du micromètre à l'aide d'un anneau de serrage.

Éclairage du micromètre. — Le champ, ou bien les fils du micromètre sont éclairés à l'aide d'une lampe située près de l'oculaire, sous la main de l'observateur.

La lampe est suspendue de manière à demeurer constamment verticale, et à lancer dans une direction constante relativement au tube, le faisceau de lumière qui doit éclairer le micromètre. Sur le trajet des rayons est placé un diaphragme circulaire d'ouverture variable, permettant à l'observateur de modifier à son gré l'intensité de l'éclairage.

Champ éclairé, fils sombres. — L'éclairage s'obtient en recevant la lumière de la lampe sur un petit miroir annulaire, incliné à 45°, sur l'axe optique du réfracteur. Ce miroir renvoie la lumière à l'objectif, d'où elle revient partiellement vers l'oculaire en éclairant le champ d'une manière suffisante et très égale.

Fils éclairés et champ sombre. — La lumière est réfléchie très obliquement sur les fils dans trois directions différentes, par autant de prismes situés dans le voisinage immédiat du réticule et du côté intérieur. Ces

prismes reçoivent la lumière du miroir annulaire éclairé par la lampe, et que l'on a fait tourner sur lui-même de 90 degrés, au moyen d'un bouton extérieur, pour substituer le second mode d'éclairage au premier. Un système de diaphragmes, assez compliqué mais efficace, sert à exclure toute lumière qui pourrait éclairer le champ [1].

Accessoires du réfracteur.

Aujourd'hui l'équatorial ne possède qu'un seul accessoire de quelque importance, c'est un hélioscope à prisme de J. Herschel. La lumière est affaiblie d'abord par une réflexion à 45° sur la surface extérieure d'un prisme de verre, puis une seconde fois par absorption, en traversant un verre gradué dit teinte neutre (en réalité brun de suie verdâtre), de Steinheil. Ce dernier accessoire est placé entre l'oculaire et l'œil.

On sait combien il est difficile d'éviter les inconvénients qui résultent de la concentration de la chaleur solaire au foyer des grands objectifs. Le prisme d'Herschel constitue l'un des meilleurs moyens connus pour atteindre ce but. L'angle du prisme est petit, et seulement suffisant pour exclure la seconde image; la faible épaisseur du prisme, rendue possible par son petit angle, permet le libre passage de la plus grande partie de la chaleur solaire (environ 90 %) qui se dissipe dans la monture à claire voie de l'hélioscope. De plus, le prisme étant placé à quelque distance de l'oculaire, du côté de l'objectif, reçoit les rayons solaires avant le moment de leur plus grande concentration.

Un avantage considérable de l'hélioscope actuel est de permettre l'emploi du micromètre, dont la situation, dans ce cas, devient naturellement latérale.

La chaise. — On sait combien il importe à la sûreté des observations

[1] Nous employons avec avantage les lampes électriques de Swan pour l'éclairage du micromètre et des cercles dans notre équatorial de 4 ½ pouces; un petit régulateur de courant permet de modérer à volonté l'intensité de la lumière. Les fils conducteurs passent dans l'intérieur des supports et des axes.

Lorsque le siège est vacant, on change facilement à la main l'inclinaison du marchepied, et celle du siège lui-même.

Une petite table, et une lampe enveloppée donnant la lumière strictement nécessaire à l'observateur, sont adjointes à la chaise, et peuvent être facilement éloignées au gré de l'astronome.

La tour et la coupole.

La tour ronde de pierre de taille qui renferme l'équatorial mesure 8 mètres de diamètre à sa base, et $5\ {}^1/_2$ mètres de hauteur au-dessus du sol. La hauteur totale de la tour avec le dôme est seulement de $8\ {}^3/_4$ mètres. Cette dernière dimension n'a pas été dépassée pour ne pas masquer l'horizon astronomique du bâtiment principal.

Le plancher intérieur est à 4 mètres au-dessus du sol; le centre de mouvement de la lunette à $1^m.96$ du plancher, et à $0^m.42$ au-dessus du couronnement supérieur du mur de la tour. Avec le réfracteur on peut observer jusqu'à l'horizon.

Coupole. — La coupole en tôle de fer est de forme cylindrique, la base supérieure ou couverture légèrement conique. Cela n'est pas élégant, mais pratique au point de vue de la fermeture des trappes.

Le diamètre de la coupole est de $7^m.30$. L'ouverture d'observation a $1^m.10$ de largeur; elle se compose d'une partie verticale coupée dans la face convexe du cylindre, et se continuant au delà du centre de la coupole. Une trappe, glissant horizontalement sur des galets, et mobile à l'aide d'une corde, ferme la partie supérieure de l'ouverture. Une porte à deux vantaux ferme simplement la coupure verticale.

Toute la coupole repose sur 15 galets à rebord extérieur, ayant 20 centimètres de diamètre, et fixés sur le sommet du mur. La base de la coupole porte une couronne de fonte, dentée sur toute sa circonférence, et qui reçoit le mouvement de roues d'engrenages, avec une amplification totale de $24\ {}^3/_4$ fois, mesurant le rapport des vitesses du manche de la manivelle motrice et du bord denté de la coupole.

quelquefois sur les instruments, dans un local entièrement clos. Il est heureusement facile d'éviter cet inconvénient, en revêtant toute la coupole, à l'intérieur, d'un lambrissage bien joint, séparé du métal par un intervalle de quelques centimètres.

La coupole de l'équatorial de Genève est en tôle de fer de $1^{mm}.6$ d'épaisseur pour la partie cylindrique verticale, et 2^{mm} pour le toit; le revêtement de bois de sapin est formé par l'assemblage d'un grand nombre de lambris très étroits, de 15 à 18^{mm} d'épaisseur, joints à languette les uns avec les autres, et séparés de la surface de tôle par un intervalle de 4 centimètres.

Tout le revêtement est peint en gris. L'instrument lui-même est peint à l'huile couleur gris de fer, avec des teintes plus ou moins sombres selon les parties. L'impression générale est celle d'une construction simple et un peu sévère.

Historique.

Il y a quelques années l'observatoire de Genève possédait un seul équatorial de 3 $^{1}/_{4}$ pouces seulement d'ouverture objective, mais à grands cercles, et construit par Gambey en 1832. Feu le professeur E. Plantamour, frappé de l'insuffisance du pouvoir optique de cet instrument, eu égard aux besoins actuels de l'astronomie, et d'ailleurs ne voulant rien solliciter de l'État engagé de sa propre initiative dans beaucoup d'autres dépenses, résolut de faire établir à ses frais l'instrument que nous venons de décrire, ainsi que le bâtiment qui l'abrite et le renferme.

Il fut décidé qu'un objectif de 10 pouces serait demandé aux ateliers célèbres de Merz à Munich, et que le reste de l'instrument serait construit à Genève par la Société pour la construction des instruments de physique et d'astronomie, 5, chemin Gourgas.

L'objectif fut premièrement commandé le 8 octobre 1878, puis on s'occupa de construire le reste de l'instrument, qui fut à peu près terminé et installé dans sa coupole au mois de juillet de l'année suivante.

Le 9 août 1880, le Dr W. Meyer, qui était alors astronome adjoint, commença ses premières observations régulières de la planète Saturne.

Le 16 août de la même année 1880, eut lieu la cérémonie de la remise officielle de l'instrument à l'État de Genève, représenté par la plupart des membres du Conseil d'État et par le chancelier. Le professeur Plantamour, donateur, était accompagné de l'auteur de ces lignes et des deux astronomes adjoints, MM. Meyer et Cellérier.

Durant le mois d'octobre, M. Meyer poursuivit avec beaucoup d'activité et de constance ses observations de Saturne, qui était alors en opposition. La nécessité de compléter sans retard l'instrument sur quelques points, fut mise en évidence durant ces observations, et M. Plantamour s'entendit dès lors avec nous pour faire exécuter les trois modifications ou adjonctions suivantes :

1) Revêtir l'intérieur de la coupole d'un lambrissage continu, pour éviter toute condensation de vapeur d'eau autour de l'équatorial.

2) Remplacer la turbine, admise provisoirement en guise d'horloge motrice, mais irrégulière, et trop soumise au gel, par un électro-moteur régulateur du système René Thury; cet appareil se trouvait décrit dans le *Journal Suisse d'horlogerie*, n° d'avril 1882, et M. Plantamour avait fait éprouver un électro-moteur de même système joint à notre propre équatorial.

3) Éclairer les cercles et le micromètre au moyen de petites lampes électriques à incandescence.

Lorsque nous eûmes le chagrin de perdre le professeur E. Plantamour (7 septembre 1882), les travaux mentionnés se trouvaient exécutés seulement en partie; le revêtement intérieur de la coupole était achevé. Le moteur électrique, mis en travail, fut terminé, à l'exception de la pile définitive, pour le moment du passage de Vénus le 6 décembre, 3 mois après la mort de Plantamour. Pour le reste on attend quelque astre propice.

Le passage de Vénus nous valut l'acquisition de l'hélioscope décrit ci-dessus, et dont l'État de Genève a payé le prix.

Un spectroscope sera prochainement acquis au moyen d'un legs de 1000 francs fait en 1881 par feu le professeur Alfred Gautier, de vénérée mémoire, qui a été le premier directeur de l'observatoire de Genève.

NOTE SUPPLÉMENTAIRE

Sur le diamètre nocturne de la pupille (Voir page 6).

Nous avons essayé de mesurer le diamètre nocturne de la pupille en faisant usage de la méthode suivante.

Notre réfracteur de 4 $^1/_2$ pouces d'ouverture a été muni d'un oculaire très faible, formé de l'objectif achromatique d'une petite lunette; dans cette combinaison le diamètre de l'anneau oculaire correspondant à l'ouverture entière de l'objectif était d'environ 8 millimètres.

Au moyen d'un diaphragme à ouverture variable (*Archiv. des Sc. phys. et nat.*, nov. 1874), placé devant l'objectif de 121 millimètres, et dont la manœuvre se faisait commodément à l'aide d'un rappel, sans quitter l'oculaire, l'observateur pouvait augmenter ou diminuer à volonté le diamètre de l'anneau oculaire, de 8 millimètres à 0, sans changer le grossissement de la lunette.

L'observation se faisait par une nuit sombre. On avait placé à grande distance une mire, consistant en une ouverture circulaire percée dans l'une des faces verticales d'une caisse de bois, et fermée par un disque de papier blanc que l'on pouvait éclairer plus ou moins à l'aide d'une petite lampe, placée derrière le disque, et mobile au gré de l'observateur.

Le disque étant éclairé de manière à être à peine visible dans le réfracteur avec toute l'ouverture découverte, on ferme graduellement le diaphragme jusqu'à l'instant où la visibilité du disque commence

à diminuer d'une manière sensible; on note alors l'ouverture, ce qui donne le diamètre correspondant de l'anneau oculaire, puis on ouvre de nouveau le diaphragme, juste assez pour faire reparaître l'image primitive. Quelques essais de ce genre suffisent pour déterminer le diamètre d'anneau oculaire au-dessus duquel la lumière n'entre plus en totalité dans l'œil. Ce diamètre limite est l'ouverture de la pupille dans les circonstances de l'observation.

C'est ainsi que nous avons pu reconnaître, dans quelques essais faits en 1874 aux Pléiades, en compagnie de M. H. Rapin de Lausanne, que le diamètre nocturne de la pupille ne s'éloigne pas beaucoup de 7 millimètres, pour chacun des deux observateurs et dans les circonstances mentionnées. Toutefois les conditions de visibilité ne sont que légèrement modifiées lorsque le diamètre de l'anneau oculaire s'abaisse jusqu'à 6 millimètres, ou même jusqu'à 5 $^1/_2$ millimètres, probablement à cause de petites variations qui surviennent dans le diamètre de la pupille et dans la situation de l'œil.

De telles observations devraient être répétées dans des nuits très sombres, et en faisant varier l'aspect de la mire. L'observation nous a montré que la disparition d'un point lumineux est moins significative que celle d'un disque d'une certaine étendue, très faiblement éclairé.

EXPLICATION DES PLANCHES

Planche I. — Vue d'ensemble de l'équatorial et du bâtiment qui le renferme. Coupe partielle, à l'échelle de $^1/_{60}$, suivant un plan vertical dirigé du nord au sud, et passant par le centre de la coupole.

PP. — Plancher de la salle de l'équatorial. Les autres lettres ont la même signification dans les deux planches.

Planche II. — *Fig. 1.* L'axe polaire, la lunette et le support inférieur de l'axe polaire vus du côté sud, projetés sur un plan vertical est-ouest. Echelle = $^1/_{30}$. On a coupé ou supprimé quelques parties, telles que les portions moyennes des colonnes antérieures, afin de rendre visibles quelques organes essentiels.

S. Support de la vis tangente.

H. Horloge motrice.

T. Transmission de mouvement de l'horloge à la vis tangente du cercle horaire.

A. Cercle horaire ou d'ascension droite.

D. Cercle de déclinaison.

C. Chercheur.

Fig. 2. Coupe partielle des deux extrémités de l'axe horaire, montrant :

G. Le pivot supérieur.

K. Le pivot inférieur avec le cercle horaire, le cercle strié, et le levier destiné à soulever l'axe polaire.

Fig. 3. C. Partie supérieure, vue de face, du support du pivot supérieur de l'axe horaire, soit la *grande corne*, ouverte au milieu afin de rendre possible l'observation au-dessous du pôle. Echelle = $^1/_{30}$.

Fig. 4. L'horloge, soit électro-moteur régulateur. Coupe verticale partielle. Echelle = $^1/_6$.

Fig. 5. Réseau des fils fixes du micromètre.

ll, fils parallèles à l'axe de la vis.

mm, fils transversaux, parallèles au fil mobile, et formant trois groupes. Les deux groupes extrêmes, composés chacun de 9 fils, servent spécialement dans les observations faites à l'aide du chronographe. Échelle = 1^{mm} pour 2 secondes de temps.

Pour d'autres indications voir le texte.

CHAPITRE II

Étude de la vis micrométrique.

La valeur d'un pas de la vis micrométrique dont je me suis servi pour obtenir les observations détaillées ci-dessous a été déterminée de trois manières différentes et indépendantes.

La première a consisté dans l'observation de passages de ε *ursæ minoris* derrière le fil mobile, la monture anglaise de l'instrument ne permettant pas de choisir une étoile plus rapprochée du pôle. Les passages ont été observés chronographiquement, et toujours dans les environs du méridien supérieur.

Je donne dans le tableau qui suit les valeurs moyennes des différentes séries, et les dates nécessaires pour leur réduction :

Date.	δ 82°14′	Nombre de secondes observées.	Valeur brute d'une partie.	Correction.	Valeur corrigée.	Nombre de passages.	Limites des pass. obs.
1880 novembre 10	−2″	147ˢ.683	0″.99795	0″.00136	0″.99659	21	22ᵗ—27ᵗ
1881 août 25	+7	118.190	0.99800	0.00190	0.99610	5	26—30
» » »	7	118.000	0.99640	0.00178	0.99462	3	26—30
» sept. 16 et oct. 7.	6	118.190	0.99805	0.00186	0.99619	19	26—30
» octobre 11	4	176.920	0.99610	0.00165	0.99445	8	25—31
» » 18	2	177.060	0.99692	0.00159	0.99533	7	2—8
» novembre 7	−3	176.980	0.99662	0.00159	0.99503	9	2—8

La colonne δ contient la déclinaison apparente de ε *ursæ minoris* comme je l'ai adoptée pour la réduction des observations. La colonne suivante renferme le nombre de secondes tel qu'il a été observé. Ce chiffre divisé par la sécante de δ et le nombre de pas de vis embrassé entre la première et la dernière observation dans chaque passage, multiplié enfin

par quinze, donne la valeur brute d'une partie du tambour, comme je l'ai donnée dans la quatrième colonne du tableau. La suivante indique la somme des corrections à appliquer à cette valeur brute, premièrement pour la marche de la pendule employée, puis pour la correction connue sous la forme $t.\sin t$, et enfin pour la réfraction atmosphérique. La différence des chiffres dans les deux colonnes que je viens de définir donne enfin la valeur corrigée d'un pas de vis. Les deux dernières colonnes du tableau indiquent le nombre de passages observés dans chaque série, et la limite des pas observés. Une révolution de la vis est à très peu de chose près égale à 30", et le tambour est divisé en trente parties; mais le petit disque à côté du tambour, qui indique les révolutions entières, est gradué de deux en deux tours, de sorte que ces derniers chiffres donnent des minutes d'arc à une petite correction près. La dernière colonne donne la position de la vis micrométrique au commencement et à la fin du passage sur le disque des tours entiers. Je commençais et je finissais toujours par un tour entier à une distance égale des deux côtés du fil du milieu. La position de ce dernier a été changée plusieurs fois dans le courant des observations, mais seulement par rapport à l'index du disque des tours entiers. Je travaillais donc toujours avec la même partie de la vis et les tours entiers seuls ont pour ainsi dire changé de nom pendant les différentes périodes de mes observations.

En combinant les sept valeurs données dans le tableau précédent, d'après le nombre d'observations dont elles résultent, on obtient la valeur d'une partie du tambour de la vis micrométrique, exprimée en secondes d'arc :

$$1\,p = 0''.99581 \pm 0''.00032$$

Ce chiffre résulte donc de 72 passages de ε *ursæ minoris*. L'erreur moyenne qui l'accompagne a été trouvée d'après l'accord imparfait des sept chiffres respectifs dans le tableau précédent.

La seconde méthode pour déterminer cette même valeur a consisté en passages d'étoiles équatoriales, observées à l'ouïe, derrière deux fils

fixes, à distance égale du fil du milieu. Pour exprimer cette distance en parties de la vis micrométrique, on observait les coïncidences de ces deux fils fixes avec le fil mobile. Le tableau ci-dessous donne les moyennes de dix passages pour chaque étoile observée :

Date.	Etoile.	δ	t^s	t_0''	ps	p
1883 avril 5	φ leonis.......	$-3°\ 0'.7$	$47^s.575$	$712''.62$	715.59	$0''.99588$
» »	ι leonis.......	+11 10.4	48.525	714.07	715.59	0.99788
» »	α corvi.......	—24 4.5	52.040	712.68	715.59	0.99595
» »	η virginis.....	— 0 1.0	47.540	713.10	715.59	0.99652
» »	ϑ virginis.....	— 4 54.8	47.595	711.30	715.59	0.99400
» avril 6	τ leonis.......	+ 3 13.5	47.580	712.57	715.41	0.99602
» »	o virginis.....	+ 9 23.0	48.122	712.18	715.41	0.99548
» »	γ corvi.......	—16 53.5	49.590	711.75	715.41	0.99488
» »	B. A. C. 4254.	+ 2 29.9	47.570	712.87	715.41	0.99644
» »	θ virginis.....	— 4 54.8	47.700	712.87	715.41	0.99644
» avril 8	ζ leonis.......	+11 49.0	48.605	713.63	715.73	0.99705
» »	η leonis.......	+17 20.0	49.790	712.93	715.73	0.99610
» »	ρ leonis.......	+ 9 54.5	48.250	712.95	715.73	0.99612
» »	36 sextant.....	+ 3 6.4	47.660	713.83	715.73	0.99735
» »	c leonis.......	+ 6 43.8	47.870	713.10	715.73	0.99632

Ici t^s est la durée du passage directement observée à la pendule; t_0'' cette même valeur réduite à l'équateur et transformée en secondes d'arc, ps le nombre de parties de la vis comprises entre les deux fils fixes d'après les coïncidences observées, et p la valeur brute d'une partie, résultant des dix passages de chaque étoile. La moyenne arithmétique de ses quinze valeurs de p est $0''.99616$. Reste encore à appliquer à cette moyenne la correction pour la réfraction et pour la marche de la pendule. La réfraction a été calculée séparément pour chaque étoile; mais comme toutes ces petites corrections différaient très peu les unes des autres, les passages étant toujours observés très près du méridien, je les ai réunies dans une moyenne, et j'ai corrigé la moyenne des valeurs de p de cette quantité. Cette correction pour la réfraction devient ainsi pour une partie $-0''.00029$, et celle pour la marche de la pendule $-0''.00008$. Ces deux chiffres, ajoutés à la moyenne trouvée plus haut, donnent

comme valeur d'une partie du tambour d'après ces 150 passages d'étoiles équatoriales :

$$1\,p = 0''.99579 \pm 0''.00024$$

L'erreur moyenne indiquée résulte de l'accord imparfait des quinze valeurs d'une partie, dérivées de chaque dizaine de passages.

La troisième méthode pour déterminer la valeur angulaire d'une partie du tambour a consisté dans la mesure de la différence en déclinaison de huit différents couples d'étoiles, dont les positions sont très bien connues et qui avaient entre elles une distance de 10′ environ. Voici les déclinaisons apparentes adoptées pour ces étoiles :

N°.	δ 1850.0.	Préc. 1883.	Mouv. pr.	Corr. p. l. app.	δ app. 6 avril 1883.
341	+26° 16′ 22″.31	— 2′ 24″.78	+2″.36	— 7″.00	+26° 13′ 52″.89
342	26 6 45.02	— 2 26.66	—0.94	— 7.09	26 4 10.33
371	28 25 20.04	— 3 49.10	—2.13	— 7.24	28 21 21.57
372	28 13 13.57	— 3 50.42	—0.95	— 7.32	28 9 14.88
400	23 3 33.51	— 5 26.85	—0.85	—10.29	22 57 55.52
401	22 53 0.03	— 5 27.61	—1.09	—10.37	22 47 20.96
485	12 15 34.21	— 9 2.54	+0.49	—16.12	12 6 16.04
486	12 7 19.14	— 9 2.73	—1.63	—16.15	11 57 58.63
568	4 19 2.72	—11 1.33	—0.48	—17.32	4 7 43.59
569	4 29 26.58	—11 1.50	—0.69	—17.27	4 18 7.12
553	3 49 48.44	—10 51.74	+5.91	—17.94	3 38 44.67
554	3 40 54.56	—10 52.27	—0.70	—17.95	3 29 43.64
604	— 9 34 21.96	—10 33.10	—2.06	—15.26	— 9 45 12.38
605	— 9 45 15.06	—10 30.78	+0.42	—15.11	— 9 56 0.53
ζ aurigæ.				+ 1.31	+40 54 14.17
η aurigæ.				+ 1.27	41 4 30.29

Ces positions, à l'exception de deux dernières, sont prises dans le *Catalogue of 1098 Standard clock and zodiacal stars*, de Newcomb, auquel se rapportent aussi les numéros du tableau qui précède. La précession est calculée au moyen des constantes de Struve, le mouvement propre d'après Newcomb. La correction pour le lieu apparent est celle

du 6 avril 1883. Les deux dernières étoiles sont prises dans le catalogue du *Berliner Jahrbuch*, d'après Auwers.

Les observations sont faites de la manière suivante : Premièrement on plaçait le micromètre de façon que le fil mobile fût exactement parallèle au mouvement diurne. Puis on faisait entrer l'étoile précédant d'un des couples indiqués plus haut, et l'on ajustait un des fils fixes sur l'étoile, de sorte que celle-ci passât constamment derrière ce fil. On avait toujours soin de choisir ce fil, de façon que les distances des deux étoiles au fil du milieu fussent à peu près égales dans le sens de la déclinaison. Si l'étoile précédant se trouvait par exemple 10′ au nord de l'étoile suivant, la première était ajustée à son apparition dans le champ de la lunette sur un fil fixe à une distance de 5′ à peu près au-dessous du fil du milieu. Quelque temps après l'étoile suivant arrivait donc dans le champ à une distance de 5′ au-dessus du fil du milieu. L'instrument étant fixé déjà auparavant, on ajustait alors le fil mobile sur l'étoile qui passait, et on répétait ces ajustements après la lecture du tambour autant de fois que cela se pouvait pendant le passage de l'étoile, sans bouger l'instrument, c'est-à-dire de cinq à huit fois. Ensuite on déplaçait l'instrument un peu dans les deux sens, on remettait la première étoile sur le fil fixe pour répéter de la même façon toute l'opération. Finalement on déterminait la position du fil fixe employé par rapport à l'index de la vis micrométrique, au moyen de coïncidences avec le fil mobile. Ainsi dans chaque soirée on faisait ordinairement cinq séries de cinq à huit ajustements pour chacun des couples que j'ai indiqués plus haut. Je donne ci-dessous les moyennes des observations de chaque soirée; chaque chiffre est donc basé sur trente à quarante ajustements du micromètre et donne la différence en déclinaison entre les deux étoiles respectives, exprimée en parties de la vis micrométrique.

Date.	341–42	371–72	400–01	485–86	553–54	568–69	604–05	$\zeta-\eta$ aurigæ
1883 avril 4	584.77	729.14	639.52	498.16		626.65		
» » 5	582.97	728.03	639.06	498.66		626.32		
» » 6	583.88	728.64	638.86	497.78		626.33		
» » 8				496.24	541.40	627.83	650.64	
» » 3								618.67

Ces quantités sont déjà corrigées pour la réfraction. Voici maintenant le résultat de leur comparaison avec les distances réelles, d'après les positions des étoiles données plus haut :

Étoiles.	Lect. moy.	Dist. réelle.	p	Poids.
341-42	$583^{p}.87$	$582''.56$	$0''.99775$	3
371-72	728.60	726.69	0.99738	3
400-01	639.15	634.56	0.99282	3
485-86	497.71	497.41	0.99940	4
553-54	541.40	541.03	0.99928	1
568-69	626.78	623.53	0.99480	4
604-05	650.64	648.13	0.99614	1
ζ-η aurigæ	618.67	616.12	0.99587	8

Le poids est attribué à ces différents résultats d'après le nombre de soirées consacrées à leur mesure, à l'exception du couple ζ et η ***aurigæ***, qui n'a été observé que dans une seule soirée, mais un nombre de fois beaucoup plus grand que les autres couples, ce qui justifie le grand poids donné à cette dernière détermination de p. La moyenne de ces huit valeurs, formée d'après les poids indiqués, est

$$1\,p = 0''.99641 \pm 0''.00074$$

On voit que cette dernière méthode pour déterminer la valeur d'une partie du tambour est de beaucoup la moins exacte, sans doute parce que l'erreur des déclinaisons des étoiles employées se mêle ici à l'erreur de l'observation.

Je récapitule maintenant les valeurs de la vis d'après les trois méthodes de détermination, avec leurs erreurs moyennes respectives :

ε ursæ minoris	$1\,p = 0''.99581 \pm 0''.00032$
Étoiles équatoriales ..	$1\,p = 0.99579 \pm 0.00024$
Déclinaisons.........	$1\,p = 0.99641 \pm 0.00074$

En donnant, d'après ces erreurs moyennes, le poids 5 à la première,

parcouru ce jour-là dix fois la longueur de la vis. Voici les résultats de ces quatre séries :

Tours.	1-2	$1^1/_2$-$2^1/_2$	2-3	$2^1/_2$-$3^1/_2$	3-4	$3^1/_2$-$4^1/_2$	4-5	$4^1/_2$-$5^1/_2$
Janvier 27 ; 25°.5	—	—	1.81	1.66	1.66	1.55	1.57	1.59
» » 3.1	—	—	1.99	1.60	1.66	1.67	1.59	1.58
» » 15.0	—	—	1.71	1.53	1.50	1.54	1.49	1.50
Février 16 14.0	1.69	1.62	1.78	1.63	1.62	1.67	1.63	1.66
Moyennes du 27 j.	—	—	1.84	1.60	1.61	1.59	1.55	1.56
Écarts du 27 j. . .	—	—	+0.24	0.00	+0.01	—0.01	—0.05	—0.04
Écarts $2^1/_2$-$8^1/_2$.	—	—	—	+0.02	+0.03	+0.01	—0.03	—0.02
Écarts 16 f.	+0.03	—0.04	+0.12	—0.03	—0.04	+0.01	—0.03	0.00
Écarts sans 2-3. .	+0.04	—0.03	—	—0.02	—0.03	+0.02	—0.02	+0.01

Tours.	5-6	$5^1/_2$-$6^1/_2$	6-7	$6^1/_2$-$7^1/_2$	7-8	$7^1/_2$-$8^1/_2$	8-9	Moyenne.
Janvier 27 ; 25°.5	1.59	1.66	1.54	1.61	1.58	1.52	—	1.612
» » 3.1	1.62	1.66	1.54	1.62	1.55	1.56	—	1.637
» » 15.0	1.49	1.59	1.57	1.60	1.50	1.51	—	1.536
Février 16 14.0	1.58	1.70	1.66	1.66	1.63	1.71	1.65	1.659
Moyennes du 27 j.	1.57	1.64	1.55	1.61	1.54	1.53	—	1.599
Écarts du 27 j. . .	—0.03	+0.04	—0.05	+0.01	—0.01	—0.07	—	±0.080
Écarts $2^1/_2$-$8^1/_2$.	—0.01	+0.06	—0.03	+0.03	—0.04	—0.05	—	±0.033
Écarts 16 f.	—0.08	+0.04	0.00	0.00	—0.03	+0.05	—0.01	±0.046
Écarts sans 2-3. .	—0.07	+0.05	+0.01	+0.01	—0.02	+0.06	0.00	±0.034

Les chiffres indiquent le nombre de parties du tambour observées pour chaque pas de la vis, moins 60 qui devrait être ajouté partout. La ligne « Moyennes du 27 janvier » donne la distance moyenne des deux croisées, exprimée par les parties du tambour dans le même pas de vis, mais aux trois différentes températures. La ligne au-dessous de celle-ci contient les écarts de ces moyennes avec la moyenne générale du 27 janvier. On voit que ces écarts, dont l'unité est à très peu de chose près égale à une seconde d'arc, sont très faibles, à l'exception de celui pour le tour 2-3. En laissant de côté ce tour, l'écart moyen diminue de ±0.080 à ±0.033. Ces chiffres sont donc à même de constater une anomalie prononcée dans le tour indiqué. C'était surtout dans le but

d'obtenir une vérification de ce fait que j'ai répété les observations le 16 février, en commençant encore un tour avant ce pas douteux, et en multipliant les observations sous la même température. Cette série a conduit au résultat, que cette anomalie existait réellement dans ce tour; mais la quantité avait diminué de 0″.24 à 0″.12. L'écart moyen pour cette série diminue seulement de 0″.012, si l'on laisse de côté le tour 2-3. Il est probable que cette inégalité constatée était produite par un peu de saleté adhérant à cette partie de la vis, et il serait en tout cas difficile de déterminer l'époque depuis laquelle cette petite anomalie existait pour en tenir compte dans les recherches suivantes, cette inégalité ayant été constatée seulement après les mesures micrométriques que j'aurai à traiter dans la suite. J'ai donc préféré laisser subsister cette petite incertitude dans les observations, qui pourrait du reste affecter seulement quelques-unes des observations de Titan dans ses élongations. Pour les autres satellites ce tour reste hors de cause, parce qu'il se trouve trop loin du milieu de la vis et qu'il ne fonctionnait pas pendant les observations des satellites inférieurs du système. En faisant abstraction de ce tour, les écarts des autres avec la moyenne respective deviennent très faibles et ne laissent soupçonner aucune loi, d'après laquelle ces inégalités seraient distribuées le long de la vis. Je me suis donc cru autorisé à les négliger entièrement pour les réductions à traiter dans les chapitres suivants de ce travail. L'erreur moyenne dont on pourrait m'accuser, en négligeant ces inégalités, certainement non encore suffisamment constatées par les chiffres donnés plus haut, est de $\pm 0''.03$ pour une mesure des satellites jusqu'à Rhéa, et elle pourrait au maximum et dans des cas exceptionnels s'élever pour Titan seul jusqu'à 0″.08. Comme les inégalités ont des signes changeant irrégulièrement de plus en moins d'un tour à l'autre, il est évident que pour les déterminations d'orbites d'après le nombre assez considérable d'observations à toutes les distances des satellites au centre de Saturne, ces inégalités négligées dans les réductions doivent se compenser à une quantité près qui est en tout cas beaucoup plus faible que l'incertitude

du résultat provenant des erreurs accidentelles des observations. Je remarque enfin que les moyennes générales obtenues dans des températures extrêmes n'indiquent point de variation dans la longueur d'un pas de vis qui soit une fonction de la température. J'ai donc de même négligé pour le moment cette influence sur les mesures des satellites, quoique la méthode employée pour constater une telle influence ne soit certainement pas suffisamment exacte. Cette influence doit évidemment être constatée pendant que le micromètre fonctionne comme partie de l'instrument entier, et non pas quand il est enlevé, parce que la température influe en même temps sur toutes les parties de l'instrument et aussi parce que la longueur d'une partie de la vis, exprimée en secondes d'arc, est une fonction, non seulement de la longueur absolue de la vis aux différentes températures, mais aussi de la distance focale de l'instrument qui varie en même temps. Les observations que j'ai pu faire à Genève jusqu'à mon départ de cette ville ne suffisaient pas pour servir de base à des recherches sur cette influence; je dois maintenant laisser la continuation de ces recherches à mon successeur. Mais le fait que la plupart des observateurs qui se sont occupés de la question de cette influence de la température, ont trouvé qu'elle était à négliger pour leurs instruments respectifs, me tranquillise sur cette négligence.

Je dois encore dire ici deux mots sur l'orientation du micromètre dans le sens du mouvement diurne. Elle est toujours vérifiée par l'observation des passages d'étoiles le long du fil fixe. Lorsque je croyais que la coïncidence exacte avait lieu, je faisais la lecture du cercle de position ; ensuite je désorientais le micromètre et je faisais un nouvel ajustement, pour répéter cette opération encore quelques fois. Ensuite je tournais le micromètre d'un angle droit, pour vérifier la position du fil fixe du milieu qui est perpendiculaire au premier. La moyenne des deux séries de coïncidences observées ne différait jamais de plus de $90° + 5'$ l'une de l'autre. Comme le cercle de position est divisé de façon à permettre, au moyen du vernier, une lecture minimale de cinq minutes, et comme la division de ce cercle a été faite avec soin sur la machine à diviser de

l'atelier de Plainpalais, on pouvait en conclure que les deux fils fixes du milieu étaient réellement perpendiculaires l'un à l'autre, dans la limite de l'incertitude que cette méthode nous donnait. Mais je ne négligerai pas d'ajouter qu'un manque de perpendicularité des deux fils devient pour le genre d'observations qui seront à discuter dans la suite, un danger d'erreur constante, fortement à redouter. En considérant que toutes les orbites des satellites, jusqu'à Titan, se trouvent à la fois dans le champ de la lunette, et que le centre des orbites coïncide avec le centre de l'instrument, c'est-à-dire avec le point où les deux fils fixes se croisent, on peut facilement voir qu'un manque de perpendicularité des deux fils doit produire des erreurs constantes, qui se manifestent dans les résultats du calcul des orbites, comme si tout était rapporté à un système de coordonnées obliques et non rectangulaires. Mais ceci n'a toutefois lieu que si les mesures sont faites toujours dans le même sens de la vis micrométrique, les distances à l'ouest quand le tambour de la vis se trouvait par exemple aussi à l'ouest, et celles à l'est le micromètre restant dans la même position originelle. Si l'on tourne le micromètre de 180° pour répéter chaque mesure dans l'une et dans l'autre position, ce manque de perpendicularité s'élimine évidemment, et ceci a toujours été fait dans la série de mesures à discuter plus tard. Les ajustements du cercle de position pour les mesures des différences d'ascension droite et de déclinaison ont toujours été faits directement sur le vernier de ce cercle, après avoir déterminé la direction du mouvement diurne. Ainsi la déviation du système de coordonnées auquel les observations se rapportent, d'avec un système rectangulaire, ne peut pas être plus grande que l'erreur de division à craindre dans la partie du cercle employé. Mais d'après de longues expériences sur la machine à diviser de Plainpalais, il est sûr que cette erreur ne s'élève pas à une minute d'arc sur ce petit cercle.

Quant aux ajustements du micromètre dans le sens du mouvement horaire, je me suis assuré que cette direction restait toujours très constante. Du reste ni le micromètre ni aucune partie essentielle de l'instru-

ment n'ont jamais été détachés de la lunette pendant toute la série d'observations de Saturne faites en 1881. Vu la stabilité remarquable de l'instrument dans toutes ses parties, je m'étais décidé à toujours ajuster le micromètre dans une même position fixe, et je m'étais proposé de corriger les observations de l'effet de l'écart de cette position d'avec la direction vraie du mouvement diurne telle qu'elle avait réellement lieu pendant chaque observation. Il m'a paru après tout que cette correction, tantôt en plus tantôt en moins, est absolument assimilable aux erreurs accidentelles des observations, et qu'elle doit donc s'éliminer dans un nombre considérable de mesures. Mais si la direction moyenne vraie du mouvement diurne pendant la série des observations de 1881 diffère réellement de quelques minutes d'arc de la direction moyenne adoptée, l'effet sur les déterminations des orbites des satellites serait le suivant: toutes les longitudes dérivées seraient comptées à partir d'un point distant de quelques minutes du point équinoxial. Une erreur constante de ce genre ne me semble pas très à redouter; on ne peut en tout cas pas l'éviter dans la détermination d'orbites de petites dimensions.

---

mêmes pour l'une et pour l'autre mesure, et l'existence conclue de la petite excentricité de 0″.2 restait douteuse.

En 1881 j'ai mesuré chaque dimension séparément. Pour avoir, par exemple, la distance du bord occidental du globe à l'extrémité de l'anneau de ce même côté, j'ajustais d'abord le fil du milieu sur le bord du globe, et puis le fil mobile sur l'extrémité de l'anneau; après avoir répété ces ajustements cinq fois, je tournais le micromètre de 180°, j'ajustais alors le fil fixe sur le bord de la planète et le fil mobile sur l'extrémité de l'anneau, et ainsi de suite. La lecture du fil du milieu s'éliminait d'elle-même; on n'avait plus besoin d'observer des coïncidences de celui-ci avec le fil mobile pour avoir sa position par rapport à l'index de la vis, opération qui avait introduit une incertitude très désagréable dans les observations de 1880, et finalement la différence des lectures du tambour dans les deux positions du micromètre divisée par deux donnait immédiatement la distance cherchée.

Le tableau des observations qui suit contient dans la colonne « Instant » l'heure observée au chronomètre de poche qu'on avait l'habitude de désigner tout court par le nom « Plantamour. » Il appartenait au regretté directeur de l'Observatoire de Genève, Émile Plantamour. Il était réglé sur le temps sidéral, muni d'une aiguille à secondes mortes, et battait assez fortement les tiers de secondes. Plantamour avait fait faire ce chronomètre pour s'en servir pendant ses expéditions géodésiques dans les montagnes, afin d'avoir toujours l'heure sidérale sur lui. La marche de ce chronomètre est très satisfaisante. Je l'ai employé pour toutes mes observations de Saturne et de ses satellites. Le chapitre suivant contient les chiffres nécessaires pour transformer les indications de ce chronomètre en temps moyen de Greenwich. Dans la colonne « Objet » du tableau ci-dessous, est indiquée par des lettres la dimension mesurée. On désigne par :

a la direction du grand axe des anneaux;
b le grand axe de l'anneau A, pris extérieurement;

c le grand axe de l'anneau B, pris intérieurement;
d le petit axe de l'anneau A;
e le diamètre équatorial de la planète;
f le diamètre polaire de la planète;
g la distance entre l'extrémité de l'anneau A et le globe du côté ouest;
h la même distance du côté est;
i le diamètre de la séparation de Cassini;
k le diamètre intérieur de l'anneau C.

Les trois anneaux sont ici désignés comme de coutume par les lettres A, B et C. La partie extérieure du système jusqu'à la séparation de Cassini, est l'anneau A; l'anneau B va de là jusqu'au commencement de l'anneau obscur C.

La colonne « Lecture » dans le tableau des observations des dimensions de Saturne donne la moyenne des lectures pour les cinq ajustements du micromètre, faits pour chaque dimension dans la même position du micromètre et répétés dans la position inverse. La « différence » donnée dans la colonne suivante est celle des deux lectures moyennes pour la même dimension, donc la valeur double de la distance mesurée, exprimées en parties du tambour. Les deux autres lignes indiquent le grossissement employé et l'état de l'image pendant l'observation : 1 est mis pour très bonne image, 2 pour bonne image, 3 pour image médiocre, 4 pour mauvaise image et finalement 5 pour très mauvaise image. Ce dernier chiffre ne paraît pas dans cette série de mesures; il se trouve seulement à quelques endroits dans le tableau des observations des satellites au chapitre suivant. J'ai toujours renoncé aux mesures des dimensions des anneaux lorsque les conditions atmosphériques n'étaient pas au moins passables.

Observations des dimensions de Saturne.

Date.	Instant.	Objet.	Lecture.	Différence.	Oculaire.	Image.	Remarques.
1881	h m						
Septembre 16	1 54	*a*	158°44′		350	3	
		a	338 46				
	2 2	*b*	28ᵗ 41.60				
		b	27 10.94	90.66			
	2 8	*c*	28 25.06				
		c	27 27.54	57.52			
	2 14	*g*	28 8.74				
		g	27 42.92	25.82			
	2 20	*h*	28 8.12				
		h	27 43.88	24.24			
	2 28	*e*	28 15.70				
		e	27 35.94	39.76			
	2 35	*f*	28 14.32				
		f	27 37.56	36.76			
	2 43	*d*	27 41.62				
		d	28 10.64	29.02			
Octobre 6...	2 2	*a*	338°28′		350	4—5	L'image devient trop mauvaise pour continuer les observations.
		a	158 48				
	2 8	*b*	27ᵗ 9.70				
		b	28 42.44	92.74			
	2 15	*c*	28 25.80				
		c	27 26.60	59.20			
	2 25	*e*	27 36.34				
		e	28 16.60	40.26			
	2 33	*g*	28 9.02				
		g	27 42.88	26.14			
	2 42	*h*	27 43.18				
		h	28 9.28	26.10			
	2 50	*f*	28 15.04				
		f	27 37.18	37.86			
» 9...	2 15	*b*	28 41.82		450	3—4	A la fin image assez confuse.
		b	27 9.70	92.12			
	2 24	*a*	338°27′				
		a	158 6				
	2 32	*c*	28ᵗ 25.98				
		c	27 25.86	60.12			
	2 39	*e*	27 35.88				
		e	28 16.76	40.98			
	2 46	*g*	28 9.06				
		g	27 42.94	26.12			
	2 55	*h*	27 42.50				
		h	28 9.12	26.62			
	3 2	*f*	27 37.40				
		f	28 14.90	37.50			
	3 8	*d*	28 10.36				
		d	27 41.60	28.76			

Date.	Instant.	Objet.	Lecture.	Différence.	Oculaire.	Image.	Remarques.
1881	h m						
Octobre 10..	23 20	*k*	28^t 20.48		350	2	
		k	27 31.48	49.00			
	23 31	*b*	27 9.54		450		
		b	28 42.30	92.76			
	23 45	*i*	28 35.24				
		i	27 16.20	79.04			
	23 53	*c*	27 26.22				
		c	28 25.84	59.62			
	23 58	*e*	28 16.78				
		e	27 35.66	41.12			
	0 5	*g*	27 42.92				
		g	28 9.52	26.60			
	0 11	*h*	28 9.26				
		h	27 42.94	26.32			
	0 26	*a*	159°12′				
		a	339 9				
	0 32	*f*	27^t 37.02				
		f	28 15.10	38.08			
	0 38	*d*	28 10.28				
		d	27 41.68	28.60			
» 16..	0 41	*b*	4 10.20		450	3—4	Vers la fin l'air très défavorable.
		b	5 44.50	94.30			
	0 55	*c*	5 27.72				La turbine cesse de fonctionner.
		c	4 26.80	60.92			
	1 4	*e*	4 37.14				
		e	5 18.20	41.06			
	1 10	*h*	5 10.96				
		h	4 44.22	26.74			
	1 17	*g*	4 44.37				
		g	5 10.77	26.40			
	1 25	*a*	159°15′				
		a	338 53				
	1 37	*f*	4^t 38.47				
		f	5 16.72	38.25			
» 17..	0 54	*b*	5 44.49				
		b	4 10.28	93.21	350	4	
	1 3	*c*	4 27.94				
		c	5 27.64	59.70			
	1 11	*e*	5 18.22				
		e	4 36.90	41.32			
	1 18	*h*	4 44.68				
		h	5 10.65	25.97			
	1 25	*g*	5 11.00				
		g	4 44.66	26.34			
	1 35	*a*	159° 7′4				
		a	337 55				
	1 42	*f*	4^t 38.35				
		f	5 16.73	38.38			
	1 48	*d*	5 12.14				
		d	4 43.16	28.98			

Date.	Instant.	Objet.	Lecture.	Différence.	Oculaire.	Image.	Remarques.
1881	h m						
Octobre 18..	1 53	*b*	4^t 11.18		450	2	
		b	5 44.35	93.17			
	2 5	*c*	5^t 27.97				
		c	4 27.82	60.15			
		e	4 37.27				Le ciel se couvre.
		e	5 18.54	41.27			
» 21..	0 38	*b*	5 44.53		350	2	J'observe à travers le brouillard.
		b	4 10.98	93.55			
	0 49	*c*	4 27.46				Image faible mais tranquille.
		c	5 28.18	60.72			
	0 55	*e*	5 18.24				
		e	4 37.24	41.00			
	1 2	*h*	4 44.60				
		h	5 10.76	26.16			
	1 8	*g*	5 10.94				
		g	4 44.56	26.38			
	1 20	*a*	158°42′				
		a	337 30				
	1 27	*f*	4^t 39.06				
		f	5 16.18	37.12			
» 26..	2 40	*b*	4 10.84		350	4	Nuages. Image très faible.
		b	5 44.98	94.14			
Novembre 3..	1 38	*a*	157°49′		450	2	Ciel brumeux.
		a	338 33				
	1 48	*b*	5^t 45.09				
		b	4 10.67	94.42			
	1 56	*c*	4 27.94				
		c	5 27.68	59.74			
	2 3	*k*	5 22.31				
		k	4 33.87	48.44			
	2 10	*e*	4 36.95				
		e	5 18.67	41.72			
	2 20	*h*	5 10.82				
		h	4 44.70	26.12			
	2 28	*g*	4 44.76				
		g	5 11.26	26.50			
	2 35	*f*	5 17.00				
		f	4 39.44	37.56			
	2 42	*d*	4 43.54				
		d	5 12.44	28.90			?
» 4..	4 4	*b*	5 44.86		450	2	
		b	4 10.92	93.94			
	4 14	*c*	4 27.58				
		c	5 28.42	60.84			
	4 20	*e*	5 18.92				
		e	4 37.00	41.92			
	4 27	*h*	4 44.72				
		h	5 11.03	26.31			
	4 34	*g*	5 11.18				
		g	4 44.76	26.42			

Date.	Instant.	Objet.	Lecture.	Différence.	Oculaire.	Image.	Remarques.
1881	h m						
Novembre 4..	4 40	*f*	5t 14.82				
		f	4 38.95	35.87			
	4 47	*d*	4 43.72				
		d	5 12.22	28.50			
» 5..	3 17	*b*	5 45.00		350	3	
		b	4 11.32	93.68			
	3 27	*c*	4 27.96				
		c	5 28.24	60.28			
	3 33	*e*	5 18.50				
		e	4 37.36	41.14			
	3 43	*h*	4 44.66				
		h	5 10.81	26.15			
	3 50	*g*	5 11.28				
		g	4 44.82	26.46			
	3 56	*f*	5 17.12				
		f	4 38.79	38.33			
» 6..	1 38	*b*	5 44.84		450	2	
		b	4 11.04	93.80			
	1 52	*c*	4 27.58				
		c	5 27.66	60.08			
	1 56	*e*	5 18.50				
		e	4 37.38	41.12			
	2 1	*h*	4 44.20				
		h	5 11.00	26.80			
	2 6	*g*	5 11.25				
		g	4 44.99	26.26			
	2 10	*f*	4 39.08				
		f	5 16.97	37.89			
	2 15	*d*	5 11.86				
		d	4 44.26	27.60			
	2 27	*i*	5 38.21				
		i	4 17.50	80.71			
	2 36	*a*	157°58′4				
		a	338 18				
	2 42	*k*	5t 22.24				
		k	4 32.70	49.54			
» 7..	3 0	*b*	5 44.96		450	2	
		b	4 10.88	94.08			
	3 7	*c*	4 27.87				
		c	5 28.80	60.93			
	3 14	*e*	5 18.82				
		e	4 37.44	41.38			
	3 20	*h*	4 45.06				
		h	5 11.16	26.10			
	3 26	*g*	5 11.11				
		g	4 45.34	25.77			
	3 32	*f*	5 17.38				
		f	4 39.14	38.24			
	3 38	*d*	4 43.70				
		d	5 11.46*	27.96			

* Corrigé de 5 p.

Date.	Instant.	Objet.	Lecture.	Différence.	Oculaire.	Image.	Remarques.
1881	h m						
Novembre 7.	3 45	*i*	4t 17.78				
		i	5 38.15	80.37			
	3 50	*k*	5 22.62				
		k	4 33.62	49.00			
» 12.	1 50	*b*	5 44.44		450	2	
		b	4 11.00	93.44			
	1 56	*c*	4 27.74				
		c	5 28.50	60.76			
	2 1	*e*	5 18.92				
		e	4 37.56	41.36			
	2 6	*h*	4 45.00				
		h	5 10.98	25.98			
	2 11	*g*	5 11.70				
		g	4 45.10	26.60			
	2 16	*f*	5 17.36				Le ciel se couvre.
		f	4 39.38	37.98			
» 13.	1 57	*b*	5 45.34		450	3—4	
		b	4 11.16	94.18			
	2 2	*c*	4 27.84				
		c	5 28.46	60.62			
	2 7	*e*	5 18.68				
		e	4 37.32	41.36			
	2 11	*h*	4 44.92				
		h	5 11.32	26.40			
	2 16	*g*	5 11.44				
		g	4 44.86	26.58			
	2 21	*f*	5 17.28				
		f	4 39.22	38.06			
» 18.	1 34	*b*	4 11.76		450	2	
		b	5 44.64	92.88			
	1 42	*c*	5 28.64				
		c	4 27.54	61.10			
	1 48	*e*	4 37.18				
		e	5 18.90	41.72			
	1 53	*h*	5 11.24				
		h	4 44.84	26.40			
	2 0	*g*	4 44.94				
		g	5 11.40	26.46			
	2 6	*f*	5 17.34				
		f	4 39.31	38.03			
» 22.	3 14	*b*	4 11.74		450	1—2	
		b	5 44.98	93.24			
	3 20	*c*	5 28.18				
		c	4 28.08	60.10			
	2 26	*k*	4 33.60				
		k	5 22.62	49.02			
	2 31	*e*	5 18.78				
		e	4 37.78	41.00			
	3 37	*h*	4 45.66				
		h	5 11.12	25.46			

Date.	Instant.	Objet.	Lecture.	Différence.	Oculaire.	Image.	Remarques.
1881	h m						
Novembre 22.	3 43	*g*	5t 11.23				
		g	4 45.12	26.11			
	3 50	*f*	5 17.02				
		f	4 39.46	37.56			
	3 55	*d*	4 44.58				
		d	5 11.36	26.78			
	4 1	*i*	4 18.44				
		i	5 38.14	79.70			
» 24.	3 0	*b*	4 11.40		450	3	
		b	5 44.50	93.10			
	3 4	*c*	5 28.26				
		c	4 28.42	59.84			
	3 8	*e*	4 37.86				
		e	5 18.80	40.94			
	3 13	*h*	5 10.92				
		h	4 45.25	25.67			
	3 18	*g*	4 45.32				
		g	5 11.08	25.76			
	3 22	*f*	5 17.08				
		f	4 39.72	37.36			
Décembre 3..	5 1	*b*	5 44.50		450	3—4	
		b	4 12.12	92.38			
	5 8	*c*	4 28.24				
		c	5 28.82	60.58			
	5 15	*e*	5 18.87				
		e	4 38.06	40.81			
	5 22	*h*	4 45.20				
		h	5 11.46	26.26			
	5 30	*g*	5 11.33				
		g	4 45.58	25.75			
	3 37	*f*	4 39.82				
		f	5 17.06	37.24			
» 6.	4 12	*b*	5 44.74		450	2—3	
		b	4 12.32	92.42			
	4 18	*c*	4 28.26				
		c	5 28.59	60.33			
	4 25	*e*	5 18.42				
		e	4 38.32	40.10			
	4 30	*h*	4 45.52				
		h	5 11.38	25.86			
	3 37	*g*	5 11.28				
		g	4 45.64	25.64			
	3 42	*f*	5 16.96				
		f	4 39.88	37.08			
	3 48	*d*	4 45.18		450	3	
		d	5 11.42	26.24			
» 9..	2 37	*b*	4 12.77				
		b	5 44.34	91.57			
	2 45	*c*	5 28.32				
		c	4 28.76	59.56			

Date.	Instant.	Objet.	Lecture.	Différence.	Oculaire.	Image.	Remarques.
1881	h m						
Décembre 9..	2 54	*e*	4ᵗ 38.34				
		e	5 18.32	39.98			
	3 2	*h*	5 11.10				
		h	4 45.34	25.76			
	3 7	*g*	4 45.86				
		g	5 11.06	25.20			
	3 12	*f*	5 16.80				
		f	4 39.88	36.92			

Outre ces observations et remarques, je trouve encore les suivantes dans mon carnet.

Nov. 4. Pendant l'observation de Saturne je remarque depuis quelque temps une différence très prononcée dans la couleur du globe et de l'anneau. Le globe est plus foncé, d'une nuance gris-bleuâtre, tandis que l'anneau est très brillant, sans couleur prononcée. La zone sombre sur le globe est très nettement tranchée, en sorte que des mesures micrométriques de sa position seraient faciles à faire. La séparation d'Encke et l'anneau obscur sont visibles aujourd'hui avec une netteté remarquable. C'est un spectacle d'une beauté rare, de voir rassemblés autour de la planète sept satellites visibles à la fois dans le champ de la lunette.

Nov. 7. Je fais des ajustements sur les limites de la zone sombre du globe. Le bord méridional de cette zone n'est pas si bien tranché que sa limite nord. La calotte du pôle sud est certainement plus sombre que les parties équatoriales de la planète, mais plus brillante que la zone.

Lectures du micromètre à 3^h57^m du chronomètre Plantamour (P). Fil fixe sur le bord sud de la planète, fil mobile sur le bord nord de la zone; lecture $5^t8.74$ et en retournant le micromètre $4^t47.32$. Ajustements sur le bord sud de la zone : lectures $4^t52.56$. Chaque ajustement est répété cinq fois comme d'habitude.

Nov. 30. Je vois souvent très distinctement la séparation d'Encke. J'estime que du côté ouest elle se trouve plus près du bord extérieur de l'anneau extérieur, de sorte que celui-ci se trouve divisé à peu près dans le rapport de deux tiers à un tiers. Du côté opposé (est) elle est

à peu près à distance égale du bord extérieur et de la séparation de Cassini.

Déc. 3. Je vois distinctement que la séparation d'Encke se trouve du côté gauche plus près du bord extérieur que du côté droit : ici elle est presqu'au milieu de l'anneau extérieur, peut-être même un peu plus près du bord intérieur de ce dernier; à gauche elle le divise dans le rapport de deux tiers à un tiers. J'écris ceci sans prendre connaissance de ce que j'avais écrit auparavant sur le même sujet et sans bien me rappeler le sens de l'excentricité que j'avais remarquée.

Déc. 6. Je vois la séparation d'Encke excentrique comme précédemment.

Dans les colonnes (*b*) jusqu'à (*h*) se trouvent les distances directement observées, tandis que les lettres sans parenthèse caractérisent les colonnes pour ces mêmes valeurs, mais réduites à la distance moyenne de Saturne à la Terre, prise comme auparavant égale à 9.5389. Les quantités employées pour cette réduction à la distance moyenne sont reproduites dans le chapitre suivant.

Réduction des observations.

Date.	(*b*)	*b*	(*c*)	*c*	(*d*)	*d* Bess.	M—B
1881							
Sept. 16	45.33	40.51	28.76	25.70	14.51	15.01	+ 0.50
Octob. 6	46.37	40.47	29.60	25.84			
» 9	46.06	40.10	30.06	26.17	14.38	15.09	+ 0.71
» 10	46.38	40.34	29.81	25.93	14.30	15.08	+ 0.78
» 16	47.15	40.85	30.45	26.38			
» 17	46.60	40.35	29.85	25.85	14.49	15.01	+ 0.52
» 18	46.59	40.32	30.08	26.03			
» 21	46.78	40.43	30.36	26.24			
» 26	47.07	40.62					
Nov. 3	47.21	40.73	29.87	25.77	14.45	14.78	+ 0.33
» 4	46.97	40.53	30.42	26.25	14.25	14.76	+ 0.51
» 5	46.84	40.42	30.14	26.01			
» 6	46.90	40.48	30.04	25.93	13.80	14.72	+ 0.92
» 7	47.04	40.61	30.46	26.30	13.98	14.70	+ 0.72
» 12	46.72	40.40	30.38	26.27			
» 13	47.09	40.75	30.31	26.23			
» 18	46.44	40.30	30.55	26.51			
» 22	46.62	40.57	30.05	26.15	13.39	14.35	+ 0.96
» 24	46.55	40.57	29.92	26.08			
Déc. 3	46.19	40.63	30.29	26.65			
» 6	46.21	40.80	30.16	26.63	13.12	13.96	+ 0.84
» 9	45.78	40.57	29.78	26.39			
		40.516 ± 0.038 1 obs. ± 0.180		26.158 ± 0.059 1 obs. ± 0.269			+ 0.679 ± 0.065 1 obs. ± 0.206

Date.	(e)	e	(f)	f	(g)	g	Phase.
1881							
Sept. 16	19.88	17.77	18.38	16.43	12.91	11.54	0.03
Octob. 6	20.13	17.57	18.93	16.52	13.07	11.41	0.01
» 9	20.49	17.84	18.75	16.32	13.06	11.37	0.01
» 10	20.56	17.88	19.04	16.56	13.30	11.57	
» 16	20.53	17.79	19.12	16.57	13.20	11.44	
» 17	20.66	17.89	19.19	16.63	13.17	11.40	
» 18	20.63	17.86					
» 21	20.50	17.72	18.56	16.04	13.19	11.40	
» 26							
Nov. 3	20.86	18.00	18.78	16.20	13.25	11.43	
» 4	20.96	18.09	17.94	15.48	13.21	11.40	
» 5	20.57	17.75	19.17	16.54	13.23	11.42	
» 6	20.56	17.75	18.94	16.35	13.13	11.33	
» 7	20.69	17.86	19.12	16.51	12.89	11.13	
» 12	20.68	17.88	18.99	16.42	13.30	11.50	
» 13	20.68	17.89	19.03	16.47	13.29	11.50	
» 18	20.86	18.10	19.02	16.50	13.23	11.48	
» 22	20.50	17.84	18.78	16.34	13.05	11.36	0.01
» 24	20.47	17.84	18.68	16.28	12.88	11.23	0.01
Déc. 3	20.40	17.95	18.62	16.38	12.87	11.32	0.02
» 6	20.05	17.70	18.54	16.37	12.82	11.32	0.02
» 9	19.99	17.72	18.46	16.36	12.60	11.16	0.02
		17.842 ± 0.028 1 obs. ± 0.127 corr.p.l.Ph. 17.848		16.363 ± 0.055 1 obs. ± 0.248 f corr. 16.186		11.385 ± 0.026 1 obs. ± 0.116 corr.p.l.Ph. 11.388	0.006

Date.	(h)	h	(i)	i	(k)	k
1881						
Sept. 16	12.12	10.83				
Octob. 6	13.05	11.39				
» 9	13.31	11.59				
» 10	13.16	11.45	39.52	34.37	24.50	21.31
» 16	13.37	11.58				
» 17	12.98	11.24				
» 18						
» 21	13.08	11.30				
» 26						
Nov. 3	13.06	11.27			24.22	20.90
» 4	13.16	11.35				
» 5	13.07	11.28				
» 6	13.40	11.57	40.35	34.83	24.77	21.38
» 7	13.05	11.27	40.19	34.70	24.50	21.15
» 12	12.99	11.23				
» 13	13.20	11.42				
» 18	13.20	11.45				
» 22	12.73	11.08	39.85	34.58	24.51	21.33
» 24	12.84	11.19				
Déc. 3	13.13	11.55				
» 6	12.93	11.42				
» 9	12.88	11.42				
		11.344 ± 0.038 1 obs. ± 0.170 corr. p. l. Ph. 11.348		34.620 ± 0.098 1 obs. ± 0.196		21.214 ± 0.085 1 obs. ± 0.189

Dans les réductions j'ai complètement laissé de côté les quantités *a*, direction du grand axe de l'anneau. Ce dernier se présentait pendant l'opposition de 1881 sous un angle d'élévation relativement grand. L'anneau était donc très ouvert et le rapport de ses deux axes était à peu près celui de 1 à 3. Cette position de Saturne est par cette raison très défavorable à la détermination de la direction du grand axe qui s'opère le plus facilement pendant l'époque où la Terre passe par le plan de l'anneau, et où celui-ci devient une ligne très fine. Les ajustements du micromètre sur la direction du grand axe faits en 1881 ne méritent donc pas une grande confiance; je les ai donnés dans la liste des observations, sans pourtant en tirer de conséquences. Il fallait faire des observations pour orienter le micromètre dans la direction où il restait pendant les mesures des autres dimensions de Saturne. Les angles donnés pour la direction du grand axe sont les lectures directes du cercle de position. La direction du parallèle sur ce cercle est, avec une approximation suffisante pour ce genre d'observation, 337°35′ pendant toute la saison; le micromètre n'avait jamais été enlevé de l'instrument pendant le cours des observations.

Les séries de chiffres (*b*),*b* et (*c*),*c* sont déjà suffisamment expliquées. Au bas de chaque colonne on trouve la moyenne de toutes les mesures réduites, toujours exprimée en parties de la vis, suivie de l'erreur moyenne de cette moyenne, et finalement de l'erreur moyenne d'une observation.

La quantité *d* est le petit axe de l'anneau. De même qu'en 1880, elle était difficile à mesurer. D'un côté l'anneau disparaissait complètement derrière le globe qui se projetait sur lui, de l'autre il se confondait avec le globe devant lequel il passe. Les nuances d'éclairage des deux corps n'étant pas suffisamment différentes pour mettre en évidence la ligne-limite où il fallait ajuster le fil. On a toujours mesuré la distance entre le point le plus septentrional du petit axe et la ligne qui joint les deux points de rencontre des circonférences du globe et de l'anneau du côté sud. La correction à appliquer aux mesures pour compléter cette

partie sud du petit axe, depuis cette ligne jusqu'à son extrémité cachée derrière le globe de Saturne, est d'après mon premier travail sur Saturne

$$\lambda = \frac{t\,(a^2 - t^2 - 2\,a^2\,\varepsilon)}{2\,\alpha^2 - a^2}$$

Ici t signifie la moitié de la distance observée de la façon que je viens de décrire, a le rayon équatorial de la planète, ε l'aplatissement de Saturne, et α le demi grand axe de l'anneau.

La liste des valeurs de d donne mes observations telles quelles. Cette quantité ne varie pas seulement avec la distance de Saturne à la Terre, comme les autres dimensions, mais aussi avec l'angle d'élévation de la Terre au-dessus du plan des anneaux. J'ai mis à la suite, de mes observations les chiffres donnés pour cette dimension dans le *Berliner Jahrbuch* d'après les recherches de Bessel. La différence de ces deux résultats dans la colonne suivante a toujours le même signe et sa moyenne est $+ 0.679$. Pour le 26 octobre cet axe devrait être d'après Bessel 14.93; je retranche la différence trouvée et j'ajoute la correction pour $\lambda = + 0.05$, afin d'avoir le petit axe de l'anneau pour l'époque moyenne de mes observations égal à 14.30.

La dimension e, diamètre équatorial, est corrigée de l'effet de la phase, suivant qu'on l'observe avant ou après l'opposition de la planète. Cette petite correction adoptée d'après l'éphéméride de Marth est $+ 0''.006$ en moyenne. On peut trouver, après les mesures pour la dimension g, les corrections relatives à la phase pour chaque soir où elle n'était pas inférieure à $0''.005$.

Les quantités mesurées qui peuvent servir à trouver le diamètre polaire de la planète ont été désignées précédemment par f. Ces mesures sont prises dans la direction perpendiculaire à la direction du grand axe de l'anneau. Dans cette ligne se trouve réellement le pôle de la planète, mais le rayon mesuré dans cette direction n'est pas le rayon le plus court du globe, parce que nous ne voyons pas le pôle au bord de la

planète mais sur son disque, la Terre étant à une certaine hauteur au-dessus du plan de l'équateur. Le rayon mesuré ρ correspond à une latitude saturni-centrique φ, qui est déterminée par le rapport des deux axes de l'anneau, si l'on admet que le plan de l'anneau coïncide avec le plan de l'équateur de la planète. Nous avons donc

$$\cos\varphi = \frac{\beta}{\alpha}$$

En faisant maintenant

$$l = \frac{a - \rho}{a}$$

on a avec une approximation suffisante l'aplatissement du globe ε, et le rayon polaire b

$$\varepsilon = \frac{l}{\sin^2\varphi} \qquad b = a\,(l - \varepsilon)$$

f a été corrigé au moyen de ces formules.

Les distances aptes à constater une position excentrique du globe dans l'anneau sont appelées plus haut g et h. La très faible correction pour la phase de la planète (0″.003 pour g, et 0″.004 pour h) a été appliquée à la moyenne.

Le diamètre de la séparation de Cassini i est mesuré à partir du milieu de cette large ligne noire.

Résultats des observations de Saturne et de ses anneaux.

	1880.	1881.	Différence.	±	Nombres de soirées.
Diamètre extérieur du système des anneaux......	40″.43	40″.35	—0″.08	0″.038	22
Diamètre de la séparation cassinienne		34.48		0.098	4
Diamètre intérieur de l'anneau brillant..........	26.30	26.05	—0.25	0.059	21
Diamètre intérieur de l'anneau obscur..........	21.15	21.13	—0.02	0.085	5
Distance entre l'extrémité ouest du système et le bord de la planète..........................	11.59	11.34	—0.25	0.026	20
La même distance du côté est	11.41	11.30	—0.11	0.038	20
Diamètre équatorial de la planète..............	17.40	17.77	+0.37	0.028	21
Diamètre polaire de la planète.................	16.18	16.12	—0.06	0.055	20
Aplatissement	$\frac{1}{14.5}$	$\frac{1}{10.7}$			
Petit axe de l'anneau brillant.................		14.19		0.065	10

Résultats obtenus indirectement en 1881.

	1880.	1881.	Différence.
Distance moyenne de la séparation cassinienne à la périphérie extérieure du système	3.00	2.94	—0.06
Largeur moyenne de l'anneau brillant	7.07	7.15	+0.08
Largeur moyenne de l'anneau obscur	2.57	2.46	—0.11
Espace moyen entre l'anneau brillant et la planète	4.43	4.14	—0.29

Dans la colonne intitulée 1880, j'ai reproduit les résultats de cette année d'après mes premières recherches sur Saturne; les valeurs ici transcrites diffèrent de quelques centièmes de secondes de celles du mémoire cité, par suite de l'équation de la vis micrométrique, actuellement mieux établie qu'en 1880. Le colonne 1881 contient les moyennes données dans le tableau des réductions, mais transformées en secondes d'arc. Les deux dernières colonnes renferment l'erreur moyenne des résultats de 1881, et le nombre de soirées consacrées à la mesure de la valeur correspondante. En multipliant ce chiffre par dix on obtient le nombre d'ajustements du micromètre sur lequel le résultat en question est basé. Le nombre total des ajustements pour cette série est donc de 1430.

Le diamètre extérieur du système se trouve à 0″.08 près le même que celui déterminé par les mesures de 1880. La méthode d'observation pour cette dimension a été la même dans les deux séries et cette coïncidence est certainement due en grande partie à cette circonstance.

Le diamètre de la séparation cassinienne n'a pas été mesuré en 1880.

Le diamètre intérieur de l'anneau B a été trouvé, en 1881, de 0″.25 plus faible qu'en 1880. Sa détermination ne pouvait pas se faire avec la même précision que celles des autres dimensions du système, parce que les contours intérieurs de l'anneau ne se présentaient jamais bien nettement; l'anneau B semblait plutôt se dissoudre graduellement pour former ensuite l'anneau obscur C, qui est sa continuation intérieure. Aussi voit-on que l'erreur d'une observation de cette dimension est beaucoup plus grande que pour les autres, à l'exception du diamètre polaire de Saturne, qui est affecté d'une erreur presque aussi grande.

Le diamètre intérieur de l'anneau obscur se terminait, en revanche, toujours très nettement du côté intérieur, de sorte que les mesures micrométriques de cet objet délicat, répétées pendant cinq soirées, s'accordent remarquablement bien ensemble. Aussi les quelques mesures que j'avais faites de cette dimension en 1880, coïncident à 0″.02 près avec mes derniers résultats.

En 1880 j'avais trouvé que la position des anneaux brillants était un peu excentrique par rapport au centre de la planète. L'asymétrie était faible, mais dépassait pourtant les erreurs moyennes dont le résultat était affecté. En 1881 j'ai mesuré avec toutes les précautions possibles la distance entre le bord extérieur de l'anneau et celui de la planète, des deux côtés. J'ai pris soin surtout de mesurer toujours les deux côtés avec la même partie de la vis micrométrique pour éviter une différence qui pourrait résulter d'une inégalité des pas de vis, cause d'erreur non éliminée dans les observations de 1880. Le résultat de 20 soirées d'observations pour ces deux dimensions, c'est-à-dire de 400 ajustements du micromètre, est que cette asymétrie n'existait plus pendant l'époque de mes observations de 1881, la différence entre les deux côtés étant de 0″.04 seulement, quantité entièrement comprise dans l'incertitude du résultat. Reste à savoir maintenant si cette asymétrie, indiquée dans les observations de 1880, existait alors réellement, ou s'il s'agit ici simplement d'une erreur constante dans les observations. La première manière de voir est parfaitement admissible à un point de vue théorique. Nous sommes porté à croire que l'anneau, étant composé d'une multitude de petits satellites, n'est pas orienté d'une façon absolument symétrique autour de la planète, comme aussi les orbites des satellites sont elliptiques et non pas circulaires. Mais dans ce cas, le périsaturnium de l'anneau doit avoir un mouvement très rapide par suite de l'influence de l'aplatissement de Saturne, et la moyenne des mesures faites pendant une opposition de la planète peut seulement donner la position moyenne de l'anneau par rapport à la planète pendant l'époque correspondante. Il est donc parfaitement possible que cette position moyenne soit symé-

trique au centre de la planète pour une première série d'observations, et qu'elle ne le soit plus pour une autre. Le mouvement du périsaturnium de l'anneau, provenant de l'attraction spéciale des parties équatoriales de la planète, peut se calculer pour une excentricité donnée du premier, et il serait très intéressant de traiter à ce point de vue un grand ensemble d'observations pour rechercher quelle est, en réalité, la longueur de cette période.

Le diamètre équatorial de la planète se trouve pour la série de 1881 passablement plus grand qu'en 1880. Cette différence provient évidemment surtout d'erreurs constantes dans les observations de 1880, qui ont été faites pour cette dimension d'une manière toute différente dans l'une et l'autre série.

Le diamètre polaire est, pour 1881, presque identique avec celui de 1880. La différence est 0″.06. Cette coïncidence parle en faveur du mode d'observation employé en 1881, qui avait été aussi adopté en 1880 pour cette dernière dimension.

La combinaison des deux diamètres, trouvés en 1881 et corrigés, soit pour la phase de la planète, soit pour la projection dans laquelle on voit le diamètre polaire du sphéroïde, donne l'aplatissement du globe de Saturne égal à 1/10.7, valeur beaucoup plus probable que celle trouvée en 1880, si on la compare avec les résultats d'autres observateurs, Bessel surtout, qui avait trouvé, par un grand nombre d'observations avec l'héliomètre de Kœnigsberg, 1/10.2 pour l'aplatissement de Saturne.

J'ai déjà mentionné que la position du petit axe de l'anneau était très défavorable pour mesurer ses dimensions. Les résultats des différentes soirées concordent pourtant très bien entre eux. La différence remarquablement grande avec la mesure de Bessel, savoir — 0″.68, mérite donc quelque attention, surtout parce que toutes mes autres mesures donnent des dimensions plus grandes que celles de Bessel, à l'exception de celle du petit axe. En 1880 mon résultat était aussi plus faible que le chiffre indiqué dans le *Berliner Jahrbuch* pour la date correspondante.

Il me reste encore à traiter les deux observations du 7 novembre qui

peuvent servir à déterminer l'étendue de la zone sombre sur la surface de la planète à cette époque. Des chiffres donnés plus haut résulte la distance de son point le plus méridional au bord nord de la planète égale à 10.71, et celle du bord le plus rapproché de la zone à la circonférence de la planète égale à 5.47, les deux chiffres exprimés en parties du tambour. Réduits à la distance moyenne de Saturne à la Terre et exprimés en secondes d'arc, on obtient pour ces deux distances 9".21 et 4".72. Si l'on désigne une de ces distances par la lettre l, le rayon de la planète par ρ, l'angle d'élévation de la Terre sur le plan de l'équateur de la planète par i, on obtient la latitude saturno-centrique φ d'un bord de la zone par la formule

$$\frac{\rho - l}{\rho} = \sin(\varphi - i)$$

En mettant pour l'époque respective $i = -18^{\circ}.50$, on trouve que la zone s'étendait alors de — 16° jusqu'à — 47° de latitude.

Vu le mode d'observation, certainement plus rationnel pour les mesures de 1881 que pour celles de l'opposition précédente, et l'habitude beaucoup plus grande que j'avais obtenue pour ce genre d'observations dans la seconde série, j'émets ici l'opinion que les résultats des mesures de 1881 méritent bien plus de confiance que ceux de 1880, et qu'une combinaison des deux séries dans une moyenne générale ne me paraît pas admissible.

CHAPITRE IV

Les lignes de séparation dans les Anneaux.

M. Schiaparelli, directeur de l'Observatoire de Milan, m'adressa en date du 28 novembre 1881 une lettre dans laquelle il me priait d'examiner attentivement la partie de l'anneau extérieur, qu'on appelle la ligne de Encke ou de Kater. C'est une trace dans l'anneau au delà de la grande séparation de Cassini, qui est plus sombre que son entourage, mais d'une extrême finesse et par conséquent difficile à voir. M. Schiaparelli me communiqua qu'il remarquait, depuis ces derniers temps, que cette ligne se trouve plus près du bord extérieur du système d'un côté de l'anneau que de l'autre, sans pourtant me dire dans quelle direction il voyait cette excentricité et à combien il l'avait évaluée. J'ai transcrit les notes consignées sur ce sujet dans mon carnet d'observation les 30 novembre, 3 et 6 décembre. Après avoir communiqué ces observations à M. Schiaparelli, celui-ci m'écrivit que j'étais en parfait accord avec lui quant au sens et à la quantité de cette asymétrie et il publia un article à ce sujet dans les *Astron. Nachrichten,* nº 2430 (Sopra alcune osservazioni fatte in Saturno ed in Marte). Dans un autre article, intitulé : « Gli annelli di Saturno, » et tout dernièrement publié dans les *Astr. Nachr.,* nº 2521, le savant de Milan dit qu'en 1882 l'aspect de cette ligne et son défaut de symétrie lui paraissaient beaucoup moins marqués, mais que l'état de l'atmosphère était moins favorable qu'en 1881. A Genève, les observations avec le grand équatorial furent interrompues pendant l'automne de 1882, par suite de réparations à faire à la coupole. Mais il y a dans cette intéressante question au moins une chose prouvée, c'est que la séparation de Encke était en 1881 asymétrique

par rapport aux limites de l'anneau extérieur, et que cette situation excentrique est restée constamment dans la même position pendant plusieurs mois. C'est cette dernière particularité de la direction constante de cette excentricité qui est d'un intérêt spécial pour la question de la constitution physique des anneaux. Car, en admettant que l'anneau doit faire une fois le tour de la planète en 13 heures environ, cette excentricité devrait de même occuper toutes les directions dans ce même intervalle de temps, si chaque anneau consistait en une matière solide permettant un seul et même mouvement dans toutes ses parties. Il faut donc admettre que les anneaux de Saturne sont composés d'une multitude de petites particules ou satellites, dont chacun se meut autour du centre de gravité commun à tout le système, d'après les lois de Kepler, donc avec des vitesses différentes suivant leurs distances au centre. Dans certaines parties des anneaux, la plupart de ces petits satellites décrivent des ellipses dont les excentricités sont distribuées de façon à former dans leur ensemble un anneau séparé, d'une situation un peu asymétrique aux autres parties; en d'autres termes, dans ces parties, les périsaturniums de la plupart des satellites composant l'anneau, se trouvent dans la même direction. Ce périsaturnium est aussi soumis à un mouvement, par suite des perturbations des satellites plus considérables au delà des anneaux, et par l'influence de l'aplatissement du globe de Saturne. Nous n'avons pas encore à notre disposition les données nécessaires pour évaluer cette influence perturbatrice; mais il y a lieu de croire que ce mouvement ne change pas très considérablement la position excentrique des anneaux dans le courant de quelques mois d'observations, mais il pourra pourtant changer l'aspect du système vu de chez nous dans un intervalle d'une année. Ceci est probablement la cause des divergences entre les différents observateurs et les différentes séries d'observations des mêmes astronomes.

Une autre preuve encore plus forte, à mon avis, de l'idée que les anneaux sont composés d'une multitude de satellites se mouvant indépendamment les uns des autres, est fournie par les considérations sui-

vantes. La théorie de l'attraction universelle démontre d'une manière positive que, dans un système quelconque, deux planètes tournant dans le même sens autour d'un centre commun de gravité, ne pourraient pas exister si leur temps de révolution autour de ce centre était dans un rapport commensurable, c'est-à-dire qu'une de ces planètes eût un temps de révolution exactement deux fois, trois fois, quatre fois, etc., plus long que l'autre. Dans ce cas, les perturbations mutuelles de ces deux corps devraient s'accumuler continuellement dans le même sens, et en peu de temps elles changeraient complètement le caractère de l'orbite. Si les temps de révolutions sont seulement à peu près commensurables, les perturbations sont très considérables et de longues périodes, comme par exemple dans le cas de Jupiter et Saturne, où la dernière planète fait deux fois le tour de son orbite dans à peu près le même temps que Jupiter accomplit cinq révolutions. Si maintenant le système des anneaux de Saturne est composé de particules, se mouvant seulement sous l'influence de l'attraction du système et indépendamment les unes des autres, les huit grands satellites de Saturne, en dehors du système des anneaux, doivent avoir une influence perturbatrice sur ces derniers, et cette influence doit surtout se faire remarquer dans les régions où les particules des anneaux se meuvent, d'après la loi de Kepler, avec une vitesse dont le rapport avec celle du satellite perturbant est représenté par un nombre entier. L'influence sera telle que les particules arrivant dans une de ces régions, ne pourront pas y rester longtemps, mais se rapprocheront du satellite, en laissant un vide dans la partie considérée.

Si a et a_1 sont les demi-grands axes de deux satellites, v et v_1 leurs vitesses angulaires respectives, nous avons la relation connue entre ces trois quantités :

$$a = a_1 \sqrt[3]{\frac{v_1^2}{v^2}}$$

Or j'ai recherché toutes les distances a de satellites fictifs dont la vitesse

Tableau de commensurabilité des distances des Satellites.

	Mimas.		Encelade.		Tethys.		Dione.		Rhéa.		Titan.		Moyenne	Observ.	C—O
	n	*a*	*n*	*a*	*n*	*a*	*n*	*a*	*n*	*a*	*n*	*a*			
Limite intér. de l'anneau C	4	10."65	6	10."43	8	10."66	12	10."43	19	10."72	70	10."41	10."55	10."56	-0."01
Séparation de Struve...	-	—	5	11.78	7	11.66	10	11.77	17	11.54	59	11.67	11.68	11.79	-0.11
Limite entre B et C...	3	12.90	4	13.67	6	12.92	8	13.66	14	13.14	50	13.03	13.22	13.02	+0.20
x.............	-	—	-	—	5	14.58	7	14.93	12	14.55	42	14.65	14.68	—	—
Limite entre A et B...	2	16.91	3	16.56	4	16.93	6	16.55	9	17.64	33	17.19	16.96	17.24	-0.28
Séparation d'Encke....	-	—	-	—	-	—	5	18.69	8	19.08	29	18.74	18.84	18.95	-0.11
Limite extér. du Système.	-	—	-	—	3	20.51	—	—	7	20.86	26	20.16	20.51	20.16	+0.35

Quelques-uns des chiffres ci-dessus diffèrent un peu de ceux publiés dans les résumés du travail actuel donnés dans les *Archives des sciences physiques et naturelles* du 15 juillet 1883 et dans les *Astronomische Nachrichten* N° 2527, par suite d'une revision, du calcul avec des constantes différentes de celles adoptées primitivement. Les moyennes sont pourtant restées les mêmes à deux centièmes de seconde près. Pour la séparation de Struve, la valeur de cette moyenne se confond avec celle qui résulte de l'observation dans les deux résumés cités.

Dans le tableau, la colonne « Moyenne » donne la moyenne des distances a qui se trouvent sur la même ligne horizontale et qui par conséquent représentent la partie de l'anneau où les satellites respectifs réunissent leurs influences perturbantes sur les particules tournant autour de Saturne et composant par leur ensemble le système des anneaux. A côté de cette moyenne, j'ai indiqué les distances correspondantes, fournies par l'observation directe, à l'exception d'une distance x sur laquelle je reviendrai. La colonne C-O donne la différence des deux chiffres qui précèdent sur la même ligne horizontale. La petitesse de ces différences fournit, à mon avis, la preuve évidente que ces limites et séparations sont formées, d'après l'idée que je viens d'émettre, par les perturbations des satellites sur les particules des anneaux.

Ces chiffres expliquent en outre, par le calcul, certaines particularités

dans la configuration des anneaux, qui mettent en évidence les conclusions précédentes. La première série de chiffres qui se rapporte à la limite intérieure de l'anneau obscur donne toutes les distances *a* presqu'identiques pour les six satellites les plus rapprochés. Cette circonstance explique le fait constaté par tous les observateurs, que cette limite est tranchée d'une manière extrêmement nette. La différence de 0″.01 étant complètement comprise dans les limites de l'incertitude des observations.

Je considère comme prouvé par la coïncidence des six distances trouvées de la manière indiquée avec le rayon intérieur du système des anneaux, que l'extension de ce dernier est limitée par les influences perturbatrices de ces six satellites, de façon que les particules, composant l'anneau obscur et tournant chacune séparément autour de leur centre de gravité, seraient éloignées d'une manière continue de ce dernier en arrivant à cette limite, qu'elles ne peuvent donc pas dépasser.

Quant à la séparation de O. Struve que je n'ai pas aperçue jusqu'à présent, j'ai adopté comme position observée une situation intermédiaire entre la limite intérieure de l'anneau obscur et celle de l'anneau brillant, ce qui ne peut pas être bien loin de la réalité, d'après les indications des quelques observateurs qui ont été assez heureux pour voir cette ligne. On sait que M. O. Struve a découvert cette ligne en 1851, mais que très peu de personnes l'ont revue après lui, de sorte que son existence a souvent été contestée. On a décrit l'objet à peu près comme suit : La limite intérieure des anneaux brillants n'est pas bien nettement tranchée; l'éclat diminue graduellement, en se fondant dans l'anneau obscur, dans sa partie extérieure. Mais à une certaine distance on voit une discontinuité, un arc plus sombre ou même complètement obscur, séparant les parties extérieures du véritable anneau obscur, qui paraît donc suspendu entre la planète et les autres anneaux sans avoir de point de contact avec ces derniers. Comme déjà tout l'anneau obscur est un objet délicat, il est naturellement difficile de bien apercevoir cette particularité, et M. Struve lui-même n'a pas pu revoir cette séparation en 1882, avec l'instrument au moyen duquel il l'avait découverte en 1851,

tandis que M. Schiaparelli a réussi à l'entrevoir à plusieurs reprises en 1882 et 1883 (*Astr. Nachr.*, 2521).

Un autre objet délicat et qui a donné lieu à beaucoup de controverses, est la séparation d'Encke, dont j'ai déjà cité une particularité. D'après le calcul qui précède, il y a seulement trois satellites qui réunissent leurs influences perturbatrices pour former cette lacune dans l'anneau extérieur. Ceci explique l'extrême finesse de cette ligne. La distance de cette ligne au centre de la planète n'a pas pu être mesurée; mais j'ai déjà indiqué qu'elle se trouvait d'un côté à égale distance de la séparation cassinienne et de la limite extérieure du système, et de l'autre côté à un tiers de la largeur de l'anneau extérieur, compté à partir de cette même limite extérieure. C'est d'après ces observations que j'ai donné dans la colonne « Observ. » une distance de cette ligne.

Quant à la séparation de Cassini, Kirkwood avait déjà remarqué qu'elle se trouve à une distance à laquelle un satellite devrait avoir un temps de révolution commensurable avec les quatre satellites intérieurs du système (voir *Monthly Notices* du 8 janvier 1868 : On the nebular Hypothesis, and the approximate commensurability of the planetary periods) [1]. Il paraît qu'ici Mimas joue un rôle prépondérant, par suite de sa proximité de l'anneau. L'influence perturbatrice est naturellement d'autant plus grande que la commensurabilité est représentée par un chiffre plus petit. Or le nombre 2 pour Mimas et la séparation de Cassini, est le plus petit possible.

Mes mesures micrométriques donnent pour la distance du milieu de la séparation cassinienne au centre de la planète, 17″.24, mais on peut estimer qu'elle s'étend au moins de 17″.00 jusqu'à 17″.4, sa largeur n'étant guère inférieure à une demi-seconde d'arc. On voit donc que les influences perturbatrices des six satellites se réunissent principalement à la limite intérieure de cette séparation, qui est en effet beaucoup plus nettement tranchée que la limite extérieure, laquelle semble être for-

[1] Dans le numéro de novembre 1883 du journal *The Observatory*, M. Kirkwood cite aussi un autre article du *American Philosophical Society*, 6 octobre 1871, dans lequel il avait parlé d'une coïncidence pareille à celles dont je viens de parler pour la séparation d'Encke.

mée par les perturbations de Rhéa et de Titan, agissant moins sur les particule, par suite de leur distance plus grande de l'anneau.

En faisant maintenant avec les temps de révolution des satellites intérieurs toutes les combinaisons possibles, et en retenant celles dont la distance *a* calculée est la même au moins pour deux satellites, on trouve qu'outre les séparations connues dont nous avons déjà parlé, il en est encore une autre à la distance 14".68, indiquée dans le tableau par *x*. A cette distance, soit à environ un tiers de la largeur de l'anneau brillant du côté intérieur, on n'a remarqué jusqu'à présent aucune séparation. Cependant la comparaison des nombres respectifs du tableau avec ceux relatifs à la séparation d'Encke, semble indiquer que cette séparation inconnue doit être plutôt plus marquée que celle de Encke.

Le *Observatory* donne, dans son numéro de septembre 1883, un résumé du travail actuel, et il cite à cette occasion le fait que plusieurs observateurs de Saturne avaient remarqué que l'anneau B commence à devenir plus sombre à partir d'une distance qui est un peu plus faible que celle du centre de cet anneau, ce qui correspond à peu près à une distance de 14".7 à 14".8. M. Holden, autrefois observateur à Washington, parle de ce point comme « a definite point.» « The correspondence — continue ce journal — between calculation and observation as to the divisions of Saturn's rings would therefore seem to be complete. »

Quant à moi, j'ai bien remarqué, en employant l'équatorial de Genève, que l'anneau B devenait graduellement plus sombre vers le centre du système. Ceci est un fait facile à constater, même avec des lunettes moins puissantes. Mais je n'avais pas vu que cette nuance d'illumination commençait à une limite bien définie. A présent, que j'ai l'occasion d'admirer la merveilleuse planète avec l'instrument gigantesque de Vienne, je suis à même de constater ce fait, qui fournit une preuve de plus à l'idée que les anneaux de Saturne se composent d'une multitude de petits satellites qui se meuvent indépendamment les uns des autres autour de leur centre de gravité commun, tout comme les autres satellites plus grands du système.

CHAPITRE V

Observations micrométriques des satellites de Saturne.

Les mesures micrométriques relatives aux satellites de Saturne ont été faites en 1881 d'après une méthode différente de celle adoptée pendant l'opposition précédente. Chaque position d'un satellite est obtenue par 16 ajustements du micromètre à huit distances différentes, tandis qu'en 1880 on n'avait fait que moitié autant d'ajustements pour chaque mesure. Voici le mode suivi pendant la dernière série. On ajustait d'abord le micromètre dans la direction du mouvement diurne. On déterminait alors les différences d'ascension droite et de déclinaison entre le satellite et Saturne de la manière suivante, en commençant toujours par les déclinaisons. Immédiatement avant le premier ajustement, on marquait l'heure d'après le chronomètre de poche « Plantamour, » habituellement à cinq secondes près. Alors on ajustait le fil du milieu sur le bord supérieur ou inférieur de la planète et le fil mobile sur le satellite. On répétait cette mesure une seconde fois et, dans le cas où la seconde lecture du tambour différait de la première de plus d'une seconde d'arc, une troisième devait constater si une grosse erreur s'était introduite dans l'une ou l'autre mesure. Puis des ajustements semblables étaient faits depuis l'autre bord de la planète, en vue de déterminer cette même différence en déclinaison. — Après ces quatre ajustements on marquait de nouveau l'heure, et l'on tournait le micromètre de 90°. Avant de commencer les mesures des différences en ascension droite, on notait l'heure une troisième fois pour déterminer ensuite, toujours par deux ajustements, la distance du satellite à la planète, du bord est et du bord ouest. Alors détermination de l'heure et mouvement du micromètre de 180°,

en sorte que le tambour de la vis, qui auparavant était à droite, par exemple, se trouvait maintenant à gauche, et que la division du tambour augmentait dans le sens contraire à celui où cela avait lieu lors de la position précédente du micromètre. Dans cette nouvelle position on répétait la détermination de la différence en ascension droite absolument de la même façon que je viens de décrire, et l'on notait l'heure avant et après. Enfin on tournait le micromètre de nouveau de 90°, en sorte qu'il se trouvait maintenant dans la position opposée à la première, pour faire deux ajustements à partir du bord nord de la planète et deux à partir du bord sud, en marquant l'heure avant et après ces quatre dernières lectures du tambour.

On voit que les mesures sont arrangées d'une manière absolument symétrique, et que la position moyenne du satellite, résultant de ces huit distances déterminées dans les quatre positions du micromètre, devient complètement indépendante du diamètre de Saturne et de la lecture du fil du milieu; en sorte que l'influence du mouvement du satellite pendant l'observation doit s'annuler dans la moyenne des mesures. Cette méthode, beaucoup plus compliquée que la méthode des distances et angles de position, habituellement employée dans ce genre de déterminations, me paraissait pourtant plus symétrique, puisque les deux composantes, l'ascension droite et la déclinaison sont déterminées de la même façon, et que les erreurs du cercle de position restent complètement sans influence. Je suis en outre persuadé que l'erreur constante des mesures est diminuée par le fait que la position trouvée comme moyenne de quatre distances différentes est déterminée par deux parties opposées de la vis micrométrique.

La différence de cette méthode avec celle employée en 1880 est considérable. Dans ma première série d'observations des satellites j'ai ajusté le micromètre dans la direction du grand axe de l'anneau. Mais cette direction était très difficile à déterminer exactement, parce que l'anneau est très ouvert à l'époque actuelle. Ainsi une incertitude sensible s'introduisait tout d'abord dans les mesures par suite de cette direction inexac-

tement connue de l'axe principal des coordonnées auquel se rapportaient les observations. Une autre divergence provient de ce que les différences en ascension droite et en déclinaison ne sont mesurées en 1880 que dans une même position du micromètre. De cette façon l'incertitude sur la lecture du fil du milieu s'introduisait dans la distance cherchée; les distances à l'est de la planète étaient constamment mesurées avec le même côté de la vis, celles à l'ouest avec une autre partie qui demeurait toujours la même pour ces distances, et ceci se répétait pour les distances nord et sud. La conséquence en était que les mesures restaient affectées d'une erreur constante, présumée exister dans les pas de vis employés. Elle était toujours la même dans la même direction, c'est-à-dire pour la même position du satellite par rapport au centre du système. Cette erreur s'introduirait dans le calcul de l'orbite et en affecterait le résultat. La méthode adoptée en 1881 élimine cette possibilité d'erreurs constantes, parce que les positions des satellites sont mesurées des deux côtés avec la même partie de la vis. Je mentionne encore qu'en 1880 une des coordonnées, ou l'ascension droite ou la déclinaison, était déterminée la première, et la moyenne des heures observées n'indiquait donc l'instant exact ni de l'une ni de l'autre. En 1881 autant d'observations pour l'une que pour l'autre coordonnée sont faites avant et après l'instant moyen pour une position complète qui se rapporte par conséquent effectivement à cet instant.

Observations micrométriques des satellites.

Mimas

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s			t p	t p					
Sept. 4	0 27 25	247°35	S	28 6.05	27 56.94		-0.86	144		A 12h 59m t. m. de Greenwich, je vois le satellite distinctement dans son élongation ouest. Pendant les mesures, le satellite est très visible et presque aussi lumineux qu'Encelade.
	30 0	»	N	27 47.90	57.01		-0.93			
	31 0	157 35	O	27 33.95	27 24.21	31.87				
	37 15	»	E	27 15.70	25.44	30.64				
	39 35	337 35	E	28 36.95	28 27.21	31.13				
	43 25	»	O	28 17.45	27.19	31.11				
	44 45	67 35	N	28 5.75	27 56.64		+0.56			
	50 40	»	S	27 48.70	57 81		+1.73			
	0 38 1					-31.29	+0.12			
	13 12 37									
Oct. 9	0 5 0	157 35	O	27 35.0	27 24.81	31.34		144	2	A 10h 20m.7 je vois distinctement Mimas dans son élongation ouest. Lune très proche. Mesures peu satisfaisantes, le satellite étant seulement visible par moments. Mais je constate qu'il a sûrement déjà passé par son élongation.
	9 0	»	O	35.0	24.81	31.34				
	12 45	»	O	34.1	23.91	32.24				
	13 10	»	O	34.0	23.81	32.34				
	14 5	»	O	34.8	24.61	31.54				
	0 10 48					-31.76				
	10 31 30									
Nov. 3	1 21 0	157°35	E	5 20.4	5 30.68	32.80				9h 47m. Mimas distinctement visible dans l'élongation est. Le satellite reste bien visible pendant très peu de temps.
	22 0		E	19.2	29.48	31.60				
	25 0		E	20.2	30.48	32.60				
	1 22 40					+32.33				
	10 4 43									
» 4	0 10 30	67°35	N	5 6.30	4 56.69		1.19	144	1	Observations assez sûres. Satellite quelquefois très visible. Le ciel par moments un peu brumeux.
	13 45	»	S	4 47.07	56.67		1.21			
	15 30	157 35	O	5 38.65	5 28.37	30.49				
	17 55	»	E	5 17.15	27.43	29.55				
	19 0	337 35	E	4 36.80	4 26.52	31.36				
	24 0	»	O	4 15.90	26.18	31.70				
	24 50	247 35	S	5 7.35	4 57.74		-0.14			
	29 0	»	N	4 49.60	59.21		1.33			
	0 19 19					+30.78	+0.90			
	8 57 37									
Déc. 6	1 36 0	337 35	E	4 36.95	4 26.91	31.69		144	1-2	Je vois distinctement Mimas avant son élongation est. La mesure micrométrique est pourtant peu sûre. A 8h 25m le satellite est peut-être encore une demi-heure avant l'élongation.
	8 10 44					+31.69				

Encelade.

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	°		t p	t p					
Août 15	23 24 40	67 15	N	28 7.80	27 59.00		2.75	144		Observation très dif-
	26 25	»	S	27 49.20	27 58.00		1.75			ficile. Lune très pro-
	32 45	337 15	E	28 19.00	28 28.41	32.16				che; air ondulant.
	33 55	»	O	28 39.80	28 30.39	34.14				Un seul ajustement
	41 30	»	O	28 41.80	28 32.39	36.14				pour chaque quan-
	43 10	»	E	28 22.90	28 32.41	36.06				tité. Instrument in-
	44 45	67 15	N	28 9.30	28 00.50		4.25			versé.
	47 0	»	S	27 50.30	27 59.10		2.85			
	23 36 46					+34.62	+ 2.90			
	13 35 3									
» 21	23 37 55	67 15	S	28 9.50	28 0.61		4.40	96		Vision relativement
	40 0	»	N	27 51.10	27 59.99		3.78			facile. Instrument
	42 40	337 15	E	27 12.90	27 22.41	33.80				inversé.
	44 30	»	O	27 36.30	26.79	29.42				
	48 30	157 15	O	28 18.70	28 28.21	32.00				
	52 25	»	E	28 36.55	27.04	30.83				
	53 55	247 15	N	28 1.50	27 52.61		3.60			
	58 40	»	S	27 41.75	50.64		5.57			
	23 47 19					-31.51	+ 4.34			
	13 18 25									
» 25	0 26 15	67 35	S	27 37.55	27 46.50		9.45	144	1	Relativement facile à
	28 30	»	N	27 55.10	46.15		9.80			observer.
	30 5	157 35	O	27 44.45	27 34.87	21.08				
	33 5	»	E	27 24.70	34.28	21.67				
	34 40	337 35	O	28 8.60	28 18.18	22.23				
	37 40	»	E	28 27.00	17.42	21.47				
	38 50	247 35	S	28 13.40	28 4.45		8.50			
	40 35	»	N	27 55.90	4.85		8.90			
	0 33 42					-21.61	+ 9.16			
	13 47 57									
Sept. 3	23 31 0	67 35	S	27 55.95	28 5.04		8.78	144		Difficile. Ciel voilé.
	33 10	»	N	28 14.80	5.71		9.45			Satellite visible seu-
	35 0	337 35	O	27 17.90	27 27.62	28.64				lement par moments
	41 15	»	E	27 36.45	26.73	29.53				
	43 40	157 35	E	28 12.35	28 22.07	(25.81)				
	46 45	»	O	28 33.60	23.88	27.62				
	48 50	247 35	N	27 37.20	27 46.29		9.97			
	23 39 57	coïncidence.				+28.60	- 9.40			
	12 18 35									

Encelade (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	°		t p	t p					
Sept. 4	22 59 0	67 35	S	27 54.35	28 3.46		7.38	144		Je n'ai jamais aussi
	23 1 0	»	N	28 12.95	3.84		7.76			bien vu Encelade.
	2 0	337 35	E	28 38.50	28 28.76	32.68				On le discerne quel-
	4 55	»	O	28 18.80	28.54	32.46				quefois derrière le
	6 0	157 35	E	27 13.30	27 23.04	33.04				fil brillant.
	9 0	»	O	27 32.25	22.51	33.57				
	10 25	247 35	N	27 38.45	27 47.56		8.52			
	13 0	»	S	27 58.55	49.44		6.64			
	23 5 40					-32.94	- 7.58			
	11 50 31									
» 4	0 59 40	67 35	N	28 16.70	28 7.59		11.51	144		Encore plus facile
	1 2 35	»	S	27 58.15	7.26		11.18			qu'avant.
	3 40	337 35	O	28 9.05	28 18.79	22.71				
	5 40	»	E	28 29.80	20.06	23.98				
	7 50	157 35	O	27 41.45	27 31.71	24.37				
	9 55	»	E	27 23.30	33.04	23.04				
	11 0	247 35	S	27 54.55	27 45.44		10.64			
	12 35	»	N	27 35.80	44.91		11.17			
	1 6 37					-23.52	-11.12			
	13 41 9									
» 13	0 13 50	247 35	S	28 16.05	28 6.81		10.85	144		
	18 15	»	N	27 56.50	5.74		9.68			
	19 45	157 35	O	28 20.65	28 10.77	(14.71)				
	23 0	»	E	28 3.05	12.93	16.87				
	25 30	337 35	E	27 48.20	27 38.38	17.68				
	28 45	»	O	27 28.35	38.23	17.83				
	29 40	67 35	S	27 36.30	27 45.54		10.52			
	coïncidence.									
	0 22 41					+17.46	+10.35			
	12 23 36									
» 16	23 58 0	247 35	S	28 14.25	28 4.97		8.87	250		Très visible.
	0 0 25	»	N	27 56.80	6.08		9.98			
	1 30	157 35	O	27 42.95	27 33.03	23.07				
	—	»	E	27 23.80	33.72	22.38				
	9 0	337 35	O	28 9.40	28 19.02	22.92				
	11 40	»	E	28 29.25	19.33	23.23				
	12 50	67 35	S	27 38.05	27 47.32		8.78			
	14 50	»	N	27 55.90	46.62		9.48			
	0 6 54					-22.90	+ 9.28			
	11 56 18									

Encelade (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Oct. 21	23 24 50	247 35	N	4 36.90	4 46.31		11.61	250	3	Relativement facile, vu la position du satellite près de sa conjonction.
	28 30	»	N	4 36.65	46.24		11.68			
	29 45	157 35	O	5 23.23	5 12.99	(15.07)				
	34 55	»	E	5 5.00	15.24	17.32				
	36 30	337 35	E	4 49.17	4 38.93	18.99				
	40 0	»	O	4 29.50	39.74	18.48				
	40 45	67 35	N	5 17.90	5 8.31		10.39			
	43 55	»	N	5 17.95	8.36		10.44			
	23 36 11					+18.16	-11.03			
	9 9 39.1									
» 26	22 41 10	247 35	S	5 11.07	5 1.46		3.58	144	4	Intermittent ; tantôt facile et tantôt invisible. Observations peu sûres.
	45 45	»	N	4 52.75	2.36		4.48			
	47 20	157 35	O	4 32.35	4 22.07	35.81				
	51 10	»	E	4 11.50	21.78	36.10				
	52 0	337 35	O	5 23.85	5 34.13	36.25				
	58 30	»	E	5 44.50	34.22	36.34				
	59 30	67 35	N	5 3.60	4 53.99		3.89			
	23 1 10	»	S	4 43.85	53.46		4.42			
	22 52 4					-36.12	+ 4.09			
	8 5 52									
» 26	23 18 45	67 35	N	5 3.75	4 54.14		3.74	250	4	Satellite un peu mieux visible qu'avant.
	21 25	»	S	4 44.88	54.49		3.39			
	22 55	337 35	O	5 25.15	5 35.43	37.55				
	29 25	»	E	5 45 60	35.32	37.44				
	30 25	157 35	E	4 9.70	4 19.98	37.90				
	33 30	»	O	4 30.10	19.82	38.06				
	34 30	247 35	N	4 52.55	5 2.16		4.28			
	36 35	»	S	5 9.95	0.34		2.46			
	23 28 26					-37.74	+ 3.47			
	8 42 8									
Nov. 4	0 30 40	247 35	N	4 51.35	5 0.96		3.08	250	1	Ciel un peu brumeux. Observations faciles.
	32 45	»	S	5 9.45	4 59.84		1.96			
	33 30	157 35	E	5 25.25	5 35.53	37.65				
	35 30	»	O	5 46.75	36.47	38.59				
	37 0	337 35	E	4 28.60	4 18.32	39.56				
	38 45	»	O	4 8.55	18.83	39.05				
	39 30	67 35	N	5 3.70	4 54.09		3.79			
	41 30	»	S	4 44.60	54.21		3.67			
	0 36 11					+38.71	+ 3.12			
	9 14 27									

Encelade (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Nov. 4	3 25 20	67 35	S	4 39.55	4 49.16		8.72	250	1	Encore très facile.
	31 20	»	N	4 58.90	49.28		8.60			
	33 5	157 35	E	5 14.50	5 24.78	26.90				
	36 55	»	O	5 35.58	25.30	27.42				
	38 25	337 35	O	4 21.40	4 31.68	26.20				
	41 35	»	E	4 42.37	32.09	25.79				
	43 0	247 35	S	5 16.10	5 6.49		8.61			
	44 50	»	S	5 15.80	6.19		8.31			
	3 36 49					+26.58	+ 8.56			
	12 14 35									
» 6	1 11 40	247 35	S	5 5.90	4 56.29		1.77	250	2	Observation facile.
	14 15	»	N	4 46.70	56.31		1.75			
	15 25	157 35	O	4 28.25	4 17.97	40.09				
	17 50	»	E	4 6.68	16.96	41.10				
	19 5	337 35	E	5 48.90	5 38.62	40.56				
	21 35	»	O	5 27.00	37.28	39.22				
	22 30	67 35	S	4 50.00	4 59.61		1.55			
	24 5	»	N	5 9.35	59.74		1.68			
	1 18 43					-40.24	- 1.69			
	9 49 6									
» 7	0 6 25	247 35	S	5 18.15	5 8.54		10.49	250	2	Difficile par suite de
	8 50	»	S	5 18.30	8.69		10.64			la position du satel-
	10 5	157 35	O	5 17.20	5 6.92	8.87				lite. Je n'ai jamais
	13 35	»	O	5 17.50	7.22	9.17				vu Encelade si près
	14 50	337 35	O	4 38.30	4 48.58	9.47				de sa conjonction
	17 50	»	O	4 39.35	49.63	8.42				avec Saturne.
	19 35	67 35	S	4 37.70	4 47.31		10.74			
	22 50	»	S	4 36.85	46.46		11.59			
	0 14 15					+ 8.98	+10.87			
	8 40 59									
» 13	0 9 30	67 35	S	4 54.00	5 3.58		5.34	144	3	Satellite disparaît à
	12 25	»	N	5 15.75	6.17		7.93			la fin. Observations
	13 45	157 35	E	4 13.00	4 23.25	34.99				très peu sûres.
	16 0	»	O	4 33.30	23.05	35.19				Brouillards.
	17 5	337 35	E	5 41.20	5 30.95	(32.71)				
	0 13 45					-35.09	- 6.63			
	8 17 11									

Téthys.

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Août 15	0 23 25	67 15	S	28 6.65	27 57.85		1.60	250		État de l'air mauvais. Instrument inversé.
	24 45	»	N	27 49.70	27 58.50		2.25			
	26 40	337 15	O	27 21.35	27 11.94	44.31				
	28 55	»	E	27 2.40	27 11.51	44.74				
	32 15	157 15	E	28 49.55	28 40.14	43.89				
	34 20	»	O	28 32.05	28 41.46	45.21				
	37 30	247 15	S	27 45.30	27 54.10		2.15			
	39 15	»	N	28 3.20	27 54.40		1.85			
	0 30 53					-44.54	+ 1.96			
	14 29 1									
» 21	0 2 30	247 15	S	27 59.20	28 8.09		11.88	250		Nuages. Instrument inversé.
	6 50	»	N	28 16.70	7.81		11.60			
	9 55	157 15	E	28 37.50	28 27.99	31.78				
	13 50	»	O	28 17.95	27.46	31.25				
	19 15	337 15	E	27 15.70	27 25.21	31.00				
	21 45	»	O	27 34.15	24.64	31.57				
	22 45	67 15	S	27 53.15	27 44.26		11.95			
	24 30	»	N	27 35.35	44.24		11.97			
	0 15 10					-31.40	-11.85			
	13 46 11									
» 25	0 41 55	67 35	S	27 30.95	27 39.90		16.05	144	1	
	43 15	»	N	27 49.30	40.35		15.60			
	44 40	337 35	O	27 44.65	27 54.23	1.72				
	46 50	»	E	28 3.70	54.12	1.83				
	47 50	157 35	O	28 5.95	27 56.37	(0.42)				
	49 30	»	E	27 48.35	57.93	1.98				
	50 40	247 35	N	28 2.25	28 11.20		15.25			
	52 10	»	S	28 20.15	11.20		15.25			
	0 47 7					+ 1.84	-15.54			
	14 1 20									
» 29	0 51 50	67 35	S	27 57.75	28 6.76		10.65	250		
	54 40	»	N	28 16.00	6.99		10.88			
	56 40	157 35	O	28 37.50	28 27.86	31.75				
	58 55	»	E	28 19.40	29.04	32.93				
	1 0 55	337 35	O	27 14.30	27 23.94	32.17				
	3 40	»	E	27 32.90	23.26	32.85				
	4 40	247 35	S	27 54.65	27 45.64		10.47			
	7 15	»	N	27 36.65	45.66		10.45			
	0 59 49					+32.42	-10.61			
	13 57 34									

Téthys (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Sept. 16	0 18 50	67 35	N	27 54.70	27 45.42		10.68	250		
	21 30	»	S	27 35.80	45.08		11.02			
	23 0	337 35	O	28 19.65	28 29.57	33.47				
	25 15	»	E	28 39.40	29.48	33.38				
	26 0	157 35	E	27 12.85	27 22.77	33.33				
	28 0	»	O	27 32.75	22.83	33.27				
	29 10	247 35	S	28 16.35	28 7.07		10.97			
	31 0	»	N	27 57.30	6.58		10.48			
	0 25 21	=12h14m41s				-33.39	+10.79			
» 29	22 37 0	247 35	S	27 32.10	27 41.53		14.61	250	3-4	Instrument inversé.
	40 15	»	N	27 51.90	42.47		13.67			
	42 50	337 35	O	28 19.75	28 9.66	13.52				
	46 20	»	E	27 59.35	9.44	13.30				
	48 15	157 35	O	27 32.40	27 42.49	13.65				
	50 30	»	E	27 53.00	42.91	13.23				
	51 30	67 35	S	28 19.90	28 10.47		14.33			
	53 10	»	N	28 0.85	10.28		14.14			
	22 46 10					+13.42	+14.19			
	9 45 40									
Oct. 5	23 45 50	247 35	S	27 37.90	27 47.39		8.61	144	4	Instrument inversé.
	48 50	»								
	51 10	337 35	E	27 5.00	27 15.15	40.85				
	53 5	»	O	27 25.15	15.00	41.00				
	54 35	157 35	O	28 26.50	28 36.65	40.65				
	57 5	»	E	28 45.75	35.60	39.60				
	58 10	67 35	S	28 14.00	28 4.51		8.51			
	59 30	»				-40.52	+ 8.56			
	23 53 32									
	10 29 36									
» 6	23 29 45	247 35	N	28 13.60	28 4.09		7.86	250	3	Ciel un peu brumeux. Instrument inversé.
	32 15	»	S	27 54.30	3.81		7.58			
	33 25	337 35	E	28 29.60	28 39.77	43.54				
	35 50	»	O	28 49.80	39.63	43.40				
	38 0	157 35	E	27 22.90	27 12.73	43.50				
	41 5	»	O	27 2.50	12.67	43.56				
	42 25	67 35	S	27 59.15	27 49.64		6.59			
	44 40	»	N	27 39.55	49.06		7.17			
	23 37 11					+43.50	- 7.28			
	10 9 30									

Téthys (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Oct. 7	23 34 0	247 35	N	28 0.63	27 51.12		4.78	250	2	Instrument inversé.
	36 15	»	S	27 41.90	51.41		4.49			
	37 30	157 35	E	28 53.25	28 43.08	47.18				
	40 5	»	O	28 33.30	43.47	47.57				
	41 0	337 35	O	27 18.80	27 8.63	47.27				
	43 10	»	E	26 57.90	8.07	47.83				
	45 0	67 35	S	28 9.65	28 0.14		4.24			
	46 10	»	N	27 50.50	0.01		4.11			
	23 40 24					-47.46	+ 4.40			
	10 8 53									
» 9	0 22 50	247 35	N	27 43.65	27 53.17		2.98	250	2	
	24 40	»	S	28 3.10	53.58		2.57			
	26 10	157 35	O	27 17.70	27 7.51	48.64				
	28 25	»	E	26 57.80	7.99	48.16				
	29 50	337 35	O	28 34.65	28 44.84	48.69				
	33 30	»	E	28 54.95	44.76	48.61				
	34 25	67 35	S	27 50.05	27 59.57		3.42			
	36 10	»	N	28 8.50	58.98		2.83			
	0 29 30					-48.53	- 2.92			
	10 50 10									
» 11	23 33 35	247 35	S	27 58.50	27 48.96		7.02	250		
	36 5	»	N	27 40.05	49.59		6.39			
	37 15	157 35	E	27 0.85	27 11.05	44.93				
	40 30	»	O	27 20.90	10.70	45.28				
	41 55	337 35	O	28 31.25	28 41.45	45.47				
	44 10	»	E	28 51.65	41.45	45.47				
	45 0	67 35	N	28 12.80	28 3.26		7.28			
	46 40	»	S	27 54.10	3.64		7.66			
	23 40 39					-45.29	- 7.09			
	9 53 51									
» 16	22 53 35	67 35	N	4 52.30	4 42.73		14.81	250	2	
	55 20	»	S	4 33.35	42.92		14.62			
	56 40	157 35	E	5 4.40	5 14.64	17.10				
	59 45	»	O	5 24.45	14.21	16.67				
	23 0 50	337 35	O	4 30.55	4 40.79	16.75				
	3 20	»	E	4 51.05	40.81	16.73				
	4 15	247 35	S	5 21.30	5 11.73		14.19			
	5 55	»	N	5 2.35	11.92		14.38			
	22 59 57					+16.81	+14.50			
	8 54 2									

Téthys (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s			t p	t p					
Oct. 17	23 18 45	67° 35′	S	5 3.30	5 12.87		15.09	250	4-5	Téthys est aujour-
	22 15	»	N	5 23.15	13.58		15.80			d'hui relativement
	23 35	337 35	E	5 13.00	5 2.76	4.98				peu lumineuse près
	26 55	»	O	4 53.03	3.27	5.49				de sa conjonction
	27 55	157 35	E	4 42.20	4 52.44	5.34				sud. Elle est plus
	30 0	»	O	5 3.90	53.66	4.14				faible que Dione, ce
	31 0	247 35	N	4 31.95	4 41.52		16.26			qui ne s'explique pas
	32 35	»	S	4 52.30	42.73		15.05			seulement par le voi-
	23 26 38					- 4.99	-15.55			sinage de Saturne.
	9 16 57									
» 17	2 18 50	67 35	N	5 21.97	5 12.40		14.62	250	4	Un peu mieux visible,
	21 20	»	S	5 2.45	12.02		14.24			mais toujours moins
	22 25	337 35	E	4 53.33	4 43.09	14.69				lumineuse que Dione
	25 15	»	O	4 32.60	42.84	14.94				
	26 15	157 35	O	5 23.30	5 13.06	15.28				
	27 40	»	E	5 2.85	13.09	15.31				
	28 35	247 35	S	4 52.30	4 42.73		15.05			
	30 30	»	N	4 33.03	42.60		15.18			
	2 25 6					+15.05	-14.77			
	12 14 56									
» 18	0 58 50	67 35	S	4 34.10	4 43.68		13.97	250	2	
	1 1 0	»	N	4 53.25	43.67		13.98			
	1 50	337 35	E	5 22.60	5 12.35	14.70				
	4 45	»	O	5 1.55	11.80	14.15				
	5 35	157 35	E	4 31.90	4 42.15	15.50				
	9 8	»	O	4 53.05	42.80	14.85				
	10 5	247 35	S	5 21.60	5 12.02		14.37			
	11 45	»	N	5 2.80	12.38		14.73			
	1 5 12					-14.80	+14.26			
	10 50 18									
» 21	23 46 50	67 35	N	5 19.65	5 10.06		12.14	250	3	
	48 50	»	S	4 59.95	9.54		11.62			
	50 15	337 35	O	4 16.55	4 26.81	31.11				
	52 50	»	E	4 37.05	26.79	31.13				
	53 50	157 35	E	5 18.63	5 28.89	30.97				
	55 50	»	O	5 39.15	28.89	30.97				
	56 40	247 35	S	4 54.80	4 45.21		12.71			
	58 0	»	N	4 36.10	45.69		12.23			
	23 52 53					+31.05	-12.18			
	9 26 19									

Téthys (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Nov. 7	0 33 25	67 35	S	5 0.00	5 9.61		11.56	250	2	
	35 25	»	N	5 19.65	10.04		11.99			
	36 40	337 35	O	4 16.85	4 27.13	30.92				
	38 25	»	E	4 37.20	26.92	31.13				
	39 10	157 35	E	5 18.90	5 29.18	31.13				
	40 45	»	O	5 39.85	29.57	31.52				
	42 0	247 35	N	4 36.40	4 46.01		12.04			
	43 55	»	S	4 56.00	46.39		11.66			
	0 38 43					+31.18	-11.81			
	9 5 23									
» 13	0 26 45	247 35	S	5 9.40	4 59.82		1.58	250	3	
	28 40	»	N	4 50.95	5 0.53		2.29			
	29 45	157 35	E	5 36.60	5 46.85	48.61				
	31 40	»	O	5 58.30	48.05	49.81				
	32 50	337 35	E	4 20.22	4 9.97	48.27				
	35 0	»	O	3 58.85	9.10	49.14				
	36 0	67 35	N	5 6.05	4 56.47		1.77			
	38 5	»	S	4 46.05	55.63		2.61			
	0 32 21					+48.96	+ 2.06			
	8 35 44									
» 14	1 7 45	247 35	S	5 1.05	4 51.47		6.66	250	4	
	10 45	»	N	4 41.85	51.43		6.70			
	11 45	157 35	E	4 2.35	4 12.60	45.73				
	14 25	»	O	4 23.70	13.45	44.68				
	15 45	337 35	O	5 32.20	5 42.45	45.68				
	18 10	»	E	5 53.50	43.25	44.88				
	19 20	67 35	N	5 14.50	5 4.92		6.79			
	21 55	»	S	4 55.90	5.48		7.35			
	1 14 59					-45.24	- 6.84			
	9 14 27									
» 18	0 22 10	247 35	S	4 54.95	4 45.40		12.76	250	2	
	24 20	»	N	4 35.35	44.90		13.26			
	25 0	157 35	E	4 23.00	4 33.22	24.94				
	26 40	»	O	4 43.95	33.73	24.43				
	27 45	337 35	O	5 12.50	5 22.72	24.56				
	30 10	»	E	5 33.35	23.13	24.97				
	30 50	67 35	N	5 20.65	5 11.10		12.94			
	32 35	»	S	5 1.65	11.20		13.04			
	0 27 26					-24.72	-13.00			
	8 11 30									

Téthys (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Déc. 6	6 1 50	247 35	N	5 2.65	5 12.04		13.44	250	2-3	
	5 0	»	S	5 21.80	12.41		13.81			
	6 30	157 35	O	4 53.00	4 42.96	15.64				
	8 45	»	E	4 32.60	42.64	15.96				
	9 35	337 35	O	5 4.90	5 14.94	16.34				
	12 0	»	E	5 24.05	14.01	15.41				
	12 45	67 35	S	4 36.05	4 45.44		13.16			
	16 0	»	N	4 55.00	45.61		12.99			
	6 9 3					−15.84	+13.35			
	12 43 3									
» 19	5 0 0	67 35	N	4 56.95	4 47.73		10.71	250	4	
	2 20	»	S	4 38.95	48.17		10.27			
	3 40	157 35	E	5 16.20	5 26.07	27.63				
	5 50	»	O	5 36.65	26.78	28.34				
	7 0	337 35	O	4 20.60	4 30.47	27.97				
	8 40	»	E	4 40.90	31.18	27.26				
	10 0	247 35	S	5 18.85	5 9.63		11.19			
	11 50	»	N	5 0.60	9.82		11.38			
	5 6 10					+27.80	+10.89			
	10 55 11									

Dioné.

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Août 15	23 54 10	67 15	S	28 1.40	27 52.60		3.65	250		État de l'air mauvais. Instrument inversé.
	55 30	»	N	27 43.90	27 52.70		3.55			
	57 45	337 15	E	28 43.55	28 52.96	56.71				
	59 45	»	O	29 3.25	28 53.84	57.59				
	0 1 15	»	O	29 2.50	28 53.09	56.84				
	3 20	»	E	28 43.30	28 52.71	56.46				
	5 20	67 15	N	27 44.15	27 52.95		3.30			
	6 25	»	S	28 2.35	27 53.55		2.70			
	0 0 26					+56.90	− 3.30			
	13 58 39									
» 21	0 26 45	67 15	N	28 4.20	28 13.09		16.88	250		Nuages. La turbine cesse de fonctionner. Instrument inversé.
	33 0	»	S	28 22.60	13.71		17.50			
	34 35	337 15?	E	28 16.30	28 25.81	29.60				
			O	28 35.60	26.09	29.88				
	0 31 27					+29.74	+17.19			
	14 2 25									
» 25	0 53 30	67 35	N	28 20.75	28 11.80		15.85	250		
	55 35	»	S	28 2.45	11.40		15.45			
	57 5	157 35	E	27 5.50	27 15.08	40.87				
	58 40	»	O	27 24.15	15.57	40.38				
	59 45	337 35	O	28 27.70	28 37.28	41.33				
	1 2 30	»	E	28 45.80	36.22	40.27				
	3 50	67 35	S	28 2.75	28 11.70		15.75			
	5 0	»	N	28 20.55	11.70		15.75			
	0 59 29					−40.71	−15.70			
	14 13 40									
» 29	1 8 10	247 35	N	27 58.25	28 7.26		11.15	250		
	10 15	»	S	28 15.95	6.94		10.83			
	11 35	157 35	O	28 56.25	28 46.61	50.50				
	13 45	»	E	28 36.85	46.49	50.38				
	15 55	337 35	E	27 15.10	27 5.46	50.65				
	18 15	»	O	26 55.85	5.49	50.62				
	19 45	67 35	S	27 36.00	27 45.01		11.10			
	21 40	»	N	27 54.10	45.09		11.02			
	1 14 55					+50.54	+11.02			
	14 12 38									

Dioné (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Sept. 3	0 9 55	67 35	N	28 17.10	28 8.01		11.75	250		
	11 35	»	S	27 59.00	8.09		11.83			
	12 40	337 35	E	27 18.30	27 8.58	47.68				
	15 0	»	O	26 59.05	8.77	47.49				
	16 25	157 35	O	28 53.55	28 43.83	47.57				
	18 20	»	E	28 34.25	43.97	47.71				
	19 20	247 35	N	27 35.00	27 44.09		12.17			
	20 40	»	S	27 52.95	43.86		12.40			
	0 15 29					+47.61	-12.04			
	12 54 0									
» 4	23 35 35	67 35	S	27 26.80	27 35.91		20.17	250		
	38 10	»	N	27 44.70	35.59		20.49			
	39 25	337 35	O	27 47.65	27 57.39	1.31				
	41 30	»	E	28 6.80	57.06	0.98				
	42 25	157 35	E	27 45.40	27 55.14	0.94				
	44 10	»	O	28 4.25	54.51	1.57				
	45 10	247 35	N	28 7.70	28 16.81		20.73			
	46 30	»	S	28 25.40	16.29		20.21			
	23 41 49					- 1.20	+20.40			
	12 16 34									
» 13	0 34 15	67 35	N	28 12.40	28 3.16		7.10	250		
	35 45	»	S	27 53.50	2.74		6.68			
	37 30	337 35	E	29 4.60	28 54.72	58.66				
	40 0	»	O	28 44.55	54.43	58.37				
	40 55	157 35	O	27 7.70	26 57.82	58.24				
	42 45	»	E	26 48.00	57.88	58.18				
	43 40	247 35	S	27 58.70	27 49.46		6.60			
	45 0	»	N	27 40.05	49.29		6.77			
	0 39 59					-58.36	- 6.79			
	13 0 51									
» 16	0 32 0	247 35	N	27 29.80	27 39.08		17.02	250		
	33 40	»	S	27 48.00	38.72		17.38			
	34 45	157 35	E	27 6.70	27 16.62	39.48				
	37 35	»	O	27 27.30	17.38	38.72				
	38 35	337 35	O	28 24.75	28 34.67	38.57				
	41 20	»	E	28 44.45	34.53	38.43				
	42 30	67 35	S	28 3.85	28 13.13		17.03			
	44 45	»	N	28 22.25	12.97		16.87			
	0 38 9					-38.80	-17.08			
	12 27 28									

Dioné (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s			t p	t p					
Oct. 9	0 41 40	67° 35′	N	28 1.70	27 52.18		3.97	250	2	
	43 50	»	S	27 43.10	52.62		3.53			
	45 40	157 35	E	28 48.35	28 58.54	62.39				
	48 5	»	O	29 8.30	58.11	61.96				
	49 30	337 35	O	26 43.85	26 54.04	62.11				
	53 0	»	E	27 4.55	54.36	61.79				
	54 0	247 35	S	28 9.40	27 59.88		3.73			
	55 45	»	N	27 50.55	28 0.07		3.92			
	0 48 56					+62.06	+ 3.79			
	11 9 32									
» 11	23 47 40	67 35	S	28 8.15	28 17.69		21.71	250		
	50 55	»	N	28 26.50	16.96		20.98			
	53 0	157 35	E	27 43.70	27 53.90	2.08				
	55 35	»	O	28 3.70	53.50	2.48				
	56 45	337 35	O	27 47.80	27 58.00	2.02				
	59 35	»	E	28 8.65	58.45	2.47				
	0 0 40	247 35	S	27 44.60	27 35.06		20.92			
	2 0	»	N	27 25.40*	34.94		21.04			
	23 55 39					- 2.26	-21.16			
	10 8 31									
» 16	23 37 0	247 35	N	4 39.15	4 48.72		8.82	250	2	
	39 5	»	N	4 38.75	48.32		9.22			
	40 15	157 35	E	3 48.75	3 58.99	58.55				
	43 40	»	O	4 9.70	59.46	58.08				
	45 0	337 35	O	5 45.00	5 55.24	57.70				
	47 15	»	E	6 5.30	55.06	57.52				
	48 35	67 35	N	5 16.25	5 6.68		9.14			
	50 20	»	N	5 16.00	6.43		8.89			
	23 43 53					-57.96	- 9.02			
	9 37 51									
» 17	23 50 55	247 35	N	4 40.70	4 50.27		7.51	250	4-5	
	53 0	»	S	4 59.90	50.33		7.45			
	54 50	157 35	E	5 45.63	5 55.87	58.09				
	57 40	»	O	6 5.57	55.33	57.55				
	58 50	337 35	E	4 10.10	3 59.86	57.92				
	0 2 45	»	O	3 49.00	59.24	58.54				
	4 10	67 35	N	5 15.40	5 5.83		8.05			
	5 45	»	S	4 55.50	5.07		7.29			
	23 58 39					+58.02	- 7.58			
	9 48 42									

* Corrigé de -- 30 p.

Dioné (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Oct. 18	1 14 10	247 35	N	5 6.75	5 16.33		18.68	250	2	
	16 30	»	S	5 25.55	15.97		18.32			
	17 55	157 35	E	4 21.38	4 31.63	26.02				
	20 10	»	O	4 41.90	31.65	26.00				
	21 5	337 35	E	5 13.70	5 23.95	26.30				
	24 10	»	O	5 34.70	24.45	26.80				
	25 10	67 35	N	4 48.90	4 39.32		18.33			
	27 20	»	S	4 29.70	39.28		18.37			
	1 20 49					−26.28	+18.40			
	12 5 53									
» 21	0 0 5	247 35	N	5 0.35	5 9.94		12.02	250	3	Brouillards, qui interrompent l'observation. Mesures peu sûres.
	3 20	»	S	5 20.03	10.44		12.52			
	4 30	157 35	E	3 57.57	4 7.83	50.09				
	9 5	»	O	4 18.45	8.19	49.73				
	10 25	337 35	E	5 58.20	5 47.94	50.02				
	13 35	»	O	5 38.85	49.11	51.19				
	15 25	67 35	S	4 36.07?	4 45.66		12.26			
	0 8 4					−50.26	+12.27			
	9 41 27									
» 26	0 25 40	67 35	S	4 27.70	4 37.31		20.57	250	4	
	27 40	»	N	4 47.60	37.99		19.89			
	28 35	337 35	E	4 56.50	4 46.22	11.66				
	35 0	»	O	4 37.15	47.43	10.45				
	35 50	157 35	O	5 19.05	5 8.77	10.89				
	38 45	»	E	4 58.65	8.93	11.05				
	40 0	247 35	N	5 8.75*	5 18.36		20.48			
	42 40	»	S	5 28.10	18.49		20.61			
	0 34 16					+11.01	+20.39			
	9 47 47									
Nov. 4	2 22 0	67 35	S	4 52.60	5 2.21		4.33	250	1	
	23 40	»	N	5 12.00	2.39		4.51			
	25 15	337 35	O	5 49.28	5 59.56	61.68				
	28 20	»	E	6 9.70	59.42	61.54				
	29 25	157 35	O	4 6.25	3 55.97	61.91				
	32 20	»	E	3 45.65	55.93	61.95				
	33 15	247 35	S	5 2.55	4 52.94		4.94			
	35 0	»	N	4 43.55	53.16		4.72			
	2 28 39					−61.77	− 4.63			
	11 6 36									

* Corrigé de — 30 p.

Dioné (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Nov. 5	4 17 0	247 35	N	4 38.50	4 48.11		9.64	250	3	
	18 30	»	N	4 38.25	47.86		9.89			
	20 0	157 35	O	6 5.15	5 54.87	57.12				
	23 0	»	E	5 45.15	55.43	57.68				
	28 25	337 35	O	3 49.90	4 0.18	57.57				
	32 10	»	E	4 10.05	3 59.77	57.98				
	33 15	67 35	N	5 16.95	5 7.34		9.59			
	36 15	»	N	5 16.85	7.24		9.49			
	4 26 4					+57.59	− 9.65			
	12 59 49									
» 6	3 16 10	67 35	S	4 28.38	4 37.99		20.07	250	1	
	18 50	»	N	4 47.60	37.99		20.07			
	20 30	157 35	E	4 37.75	4 48.03	10.03				
	22 30	»	E	4 37.42	47.70	10.36				
	23 55	337 35	E	5 18.20	5 7.92	9.86				
	26 5	»	E	5 18.50	8.22	10.16				
	27 0	247 35	S	5 27.40	5 17.79		19.73			
	28 45	»	N	5 8.25	17.86		19.80			
	3 23 2					−10.10	+19.92			
	11 53 5									
» 7	0 44 40	247 35	S	4 55.00	4 45.39		12.66	250	2	
	46 40	»	N	4 36.30	45.91		12.14			
	47 40	157 35	E	3 56.75	4 7.03	51.02				
	49 55	»	O	4 18.10	7.82	50.23				
	51 5	337 35	E	5 58.40	5 48.12	50.07				
	52 55	»	O	5 37.80	48.08	50.03				
	54 0	67 35	N	5 20.35	5 10.74		12.69			
	56 10	»	S	5 1.30	10.91		12.86			
	0 50 23					−50.34	−12.59			
	9 17 0									
» 13	0 38 55	67 35	S	5 8.70	5 18.28		20.04	250	3	
	41 40	»	N	5 28.60	19.02		20.78			
	42 30	337 35	E	4 53.92	4 43.67	14.57				
	45 20	»	O	4 31.87	42.12	16.12				
	46 0	157 35	O	5 24.00	5 13.75	15.51				
	48 10	»	E	5 3.25	13.50	15.26				
	49 5	247 35	N	4 28.40	4 37.98		20.26			
	50 50	»	S	4 48.00	38.42		19.82			
	0 45 19					+15.37	−20.22			
	8 48 40									

Dioné (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Nov. 14	1 25 30	67 35	S	4 30.85	4 40.43		17.70	250	4	
	27 40	»	N	4 50.70	41.12		17.01			
	30 10	337 35	O	4 16.30	4 26.55	31.58				
	32 20	»	E	4 36.20	25.95	32.18				
	33 15	157 35	E	5 20.45	5 30.70	32.57				
	35 15	»	O	5 40.25	30.00	31.87				
	36 35	247 35	S	5 25.25	5 15.67		17.54			
	40 20	»	N	5 6.03	15.61		17.48			
	1 32 38					+32.05	+17.43			
	9 32 3									
» 18	0 33 10	67 35	S	5 1.50	5 11.05		12.89	250	2	
	35 15	»	N	5 21.10	11.55		13.39			
	36 30	337 35	E	5 57.15	5 46.93	48.77				
	39 30	»	O	5 35.90	46.12	47.96				
	40 20	157 35	O	4 19.80	4 9.58	48.58				
	42 45	»	E	3 59.75	9.97	48.19				
	43 40	247 35	N	4 35.30	4 44.85		13.31			
	45 20	»	S	4 54.55	45.00		13.16			
	0 39 34					-48.38	-13.19			
	8 24 36									
» 20	4 6 25	67 35	N	4 54.35	4 44.81		13.36	250	4	
	8 35	»	S	4 36.20	45.74		12.43			
	10 0	157 35	E	3 59.55	4 9.75	48.42				
	13 35	»	O	4 19.50	9.30	48.87				
	15 35	337 35	E	5 57.95	5 47.75	49.58				
	17 30	»	O	5 37.90	48.10	49.93				
	18 15	247 35	S	5 19.90	5 10.36		12.19			
	20 5	»	N	5 1.65	11.19		13.02			
	4 13 45					-49.20	+12.72			
	11 49 31									
» 22	0 44 55	247 35	N	4 56.35	5 5.87		7.65	250	2	
	46 50	»	S	5 16.25	6.73		8.51			
	47 25	157 35	O	6 5.10	5 54.91	56.69				
	50 0	»	E	5 44.90	55.09	56.87				
	51 0	337 35	E	4 11.18	4 0.99	57.23				
	53 0	»	O	3 50.95	1.14	57.08				
	53 45	67 35	S	4 40.05	4 49.57		8.65			
	55 25	»	N	4 59.50	49.98		8.24			
	0 50 18					+56.97	+ 8.26			
	8 18 53									

Dioné (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Nov. 24	0 43 0	247 35	N	4 29.30	4 38.81		19.31	250	3	
	45 25	»	S	4 49.00	39.49		18.63			
	47 10	157 35	E	5 7.60	5 17.77	19.65				
	49 10	»	O	5 28.05	17.88	19.76				
	50 10	337 35	E	4 48.20	4 38.03	20.09				
	52 25	»	O	4 27.85	38.02	20.10				
	53 15	67 35	S	5 7.85	5 17.36		19.24			
	55 0	»	N	5 26.78	17.27		19.15			
	0 49 27					+19.90	−19.08			
	8 10 15									
Déc. 3	4 3 45	67 35	S	4 35.20	4 44.62		13.81	250	2-3	
	6 5	»	N	4 53.65	44.23		14.20			
	7 25	157 35	O	5 51.05	5 40.97	42.54				
	10 50	»	E	5 30.25	40.33	41.90				
	12 30	337 35	O	4 5.95	4 16.03	42.40				
	15 25	»	E	4 26.30	16.22	42.21				
	16 40	247 35	S	5 21.75	5 12.33		13.90			
	18 50	»	N	5 2.95	12.37		13.94			
	4 11 26					+42.26	+13.96			
	10 57 6									
» 6	5 45 30	67 35	N	4 48.50	4 39.11		19.49	250	2-3	
	48 0	»	S	4 29.50	38.89		19.71			
	49 0	157 35	O	5 8.78	4 58.74	0.14				
	52 35	»	E	4 48.20	58.24	− 0.36				
	53 30	337 35	O	4 48.50	4 58.54	0.06				
	56 30	»	E	5 8.35	58.31	0.29				
	57 15	247 35	S	5 27.25	5 17.86		19.26			
	59 5	»	N	5 7.90	17.29		18.69			
	5 52 41					+ 0.03	+19.29			
	12 26 43									
» 19	5 12 50	247 35	N	4 46.00	4 55.22		3.22	250		
	15 15	»	S	5 4.60	55.38		3.06			
	16 25	337 35	O	3 47.50	3 57.37	61.07				
	18 35	»	E	4 7.55	57.68	60.76				
	19 35	157 35	E	5 49.30	5 59.17	60.73				
	23 20	»	O	6 9.10	59.23	60.79				
	24 15	67 35	S	4 51.65	5 0.87		2.43			
	26 15	»	N	5 9.70	0.48		2.04			
	5 19 34					+60.84	− 2.69			
	11 4 33									

Rhéa.

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Août 15	0 8 30	67 15	S	28 32.10	28 23.30		27.05	250		État de l'air mauvais. Instrument inversé.
	9 45	»	N	28 14.20	28 23.00		-26.75			
	12 0	337 15	O	27 58.55	27 49.14	7.11				
	13 40	»	E	27 39.45	27 48.86	7.39				
	15 30	»	E	27 39.60	27 49.01	7.24				
	17 10	»	O	27 58.80	27 49.20	7.05				
	18 50	67 15	N	28 14.55	28 23.35		27.10			
	20 25	»	S	28 31.90	28 23.10		-26.85			
	0 14 29					- 7.18	+26.94			
	14 12 40									
» 25	1 5 50	67 35	N	28 2.05	27 53.10		2.85	250		
	7 5	»	S	27 44.00	52.95		3.00			
	8 10	337 35	O	29 8.80	29 18.38	82.43				
	10 45	»	E	29 27.45	17.87	81.92				
	12 50	157 35	O	26 43.50	26 33.92	82.03				
	14 50	»	E	26 24.25	33.83	82.12				
	15 15	247 35	S	28 7.80	27 58.85		2.90			
	17 5	»	N	27 49.90	58.85		2.90			
	1 11 29					-82.12	+ 2.91			
	14 25 38									
» 29	1 23 30	67 35	N	27 44.70	27 35.69		20.42	250		
	25 50	»	S	27 26.65	35.66		20.45			
	27 10	157 35	O	27 10.15	27 0.51	55.60				
	29 0	»	E	26 51.00	0.64	55.47				
	30 0	337 35	E	29 1.15	28 51.51	55.40				
	32 40	»	O	28 41.80	51.44	55.33				
	33 50	247 35	S	28 25.95	28 16.94		20.83			
	35 10	»	N	28 7.90	16.91		20.80			
	1 29 39					-55.45	+20.62			
	14 27 19									
Sept. 3	0 22 0	247 35	S	28 11.55	28 2.46		6.20	250		Nuages. Observations difficiles.
	23 30	»	N	27 53.70	2.79		6.53			
	24 30	157 35	E	26 25.00	26 34.72	81.54				
	25 55	»	O	26 44.30	34.58	81.68				
	27 15	337 35	O	29 8.25	29 17.97	81.71				
	29 45	»	E	29 28.05	18.33	82.07				
	31 15	67 35	N	27 59.70	27 50.61		5.65			
	33 40	»	S	27 41.30	50.39		5.87			
	0 27 14					-81.75	+ 6.06			
	13 5 44									

Rhéa (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s			t p	t p					
Sept. 4	23 48 15	247° 35′	S	27 39.40	27 30.29		25.79	250		
	50 0	»	N	27 21.40	30.51		25.57			
	51 5	157 35	O	27 28.40	27 18.66	37.42				
	52 40	»	E	27 8.80	18.54	37.54				
	53 30	337 35	E	28 43.15	28 33.41	37.33				
	55 5	»	O	28 24.35	34.09	38.01				
	56 10	67 35	N	28 31.55	28 22.43		26.35			
	58 0	»	S	28 13.70	22.87		26.79			
	23 53 51					-37.58	-26.12			
	12 28 34									
» 13	0 46 30	247 35	N	27 21.00	27 30.24		25.82	250		
	48 5	»	S	27 39.30	30.06		26.00			
	49 25	157 35	E	27 6.85	27 16.73	39.33				
	51 10	»	O	27 26.60	16.72	39.34				
	52 15	337 35	O	28 26.50	28 36.38	40.32				
	55 10	»	E	28 46.00	36.12	40.06				
	56 15	67 35	S	28 12.95	28 22.19		26.13			
	57 40	»	N	28 30.95	21.71		25.65			
	0 52 4					-39.76	-25.90			
	12 52 54									
» 16	0 45 25	67 35	N	27 41.00	27 31.72		24.38	250		
	47 30	»	S	27 22.05	31.33		24.77			
	49 45	337 35	E	28 49.90	28 39.98	43.88				
	52 15	»	O	28 30.75	40.67	44.57				
	53 30	157 35	E	27 2.55	27 12.47	43.63				
	55 15	»	O	27 21.80	11.88	44.22				
	56 10	247 35	S	28 30.05	28 20.77		24.67			
	57 20	»	N	28 10.90	20.18		24.08			
	0 52 9					-44.08	+24.48			
	12 41 26									
» 29	23 18 35	247 35	S	27 20.05	27 29.48		26.66	250	3-4	La turbine marche très mal. Instrument inversé.
	20 35	»	N	27 38.40	28.97		27.17			
	21 50	157 35	O	27 14.90	27 24.99	31.15				
	24 50	»	E	27 35.75	25.66	30.48				
	26 0	337 35	O	28 36.45	28 26.36	30.22				
	29 20	»	E	28 16.25	26.34	30.20				
	30 15	67 35	N	28 14.25	28 23.68		27.54			
	32 0	»	S	28 32.35	22.92		26.78			
	23 25 26					+30.51	+27.04			
	10 24 49									

Rhéa (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Oct. 5	0 27 25	247 35	N	28 12.00	28 2.51		6.51	250	3	Instrument inversé.
	30 20	»	S	27 53.00	2.49		6.49			
	31 30	157 35	E	29 32.50	29 22.35	86.35				
	34 55	»	O	29 11.70	21.85	85.85				
	35 50	337 35	E	26 20.00	26 30.15	85.85				
	38 15	»	O	26 40.10	29.95	86.05				
	39 10	67 35	N	27 40.00	27 49.49		6.51			
	41 0	»	S	27 59.35	49.86		6.14			
	0 34 48					-86.02	- 6.41			
	11 10 46									
» 6	0 11 0	247 35	N	28 35.60	28 26.09		29.86	250	3	Instrument inversé.
	12 55	»	S	28 16.38	25.89		29.66			
	14 0	157 35	O	27 47.70	27 57.87	1.64				
	17 0	»	E	28 7.25	57.08	0.85				
	17 50	337 35	E	27 45.90	27 56.07	0.16				
	20 0	»	O	28 5.55	55.38	0.85				
	20 50	67 35	S	27 36.65	27 27.14		29.09			
	22 50	»	N	27 16.55	26.06		30.17			
	0 17 3					- 0.88	-29.70			
	10 49 15									
» 7	0 9 0	247 35	N	28 11.05	28 1.54		5.64	250	2	Le ciel se couvre subitement. Instrument inversé.
	12 15	»	S	27 51.90	1.41		5.51			
	14 15	337 35	E	29 32.67	29 22.50	86.60				
	18 30	»	O	29 12.85	23.02	87.12				
	0 13 30					+86.86	- 5.57			
	10 41 52									
» 9	0 58 0	247 35	N	28 0.50	28 10.02		13:87	250	2	
	1 0 10	»	S	28 19.65	10.13		13.98			
	2 50	157 35	O	26 49.20	26 39.01	77.14				
	5 10	»	E	26 29.10	39.29	76.86				
	6 5	337 35	E	29 23.00	29 12.81	76.66				
	8 40	»	O	29 2.85	13.04	76.89				
	9 45	67 35	S	27 33.65	27 43.17		12.98			
	11 35	»	N	27 52.20	42.68		13.47			
	1 5 17					-76.89	+13.58			
	11 25 52									

Rhéa (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Oct. 11	0 8 0	247 35	S	27 41.30	27 31.76		24.22	250		Le ciel se couvre.
	10 0	»	N	27 23.30	32.84		23.14			
	11 25	157 35	E	28 38.50	28 48.70	52.72				
	14 25	»	O	28 59.35	49.15	53.17				
	15 50	337 35	O	26 52.00	27 2.20	53.78				
	18 25	»	E	27 12.40	2.20	53.78				
	19 40	67 35	N	28 28.45	28 18.91		22.93			
	21 10	»	S	28 10.00	19.54		23.56			
	0 14 52					+53.36	-23.46			
	10 27 58									
» 16	23 51 20	67 35	N	5 15.10	5 5.53		7.99	250	2	
	53 10	»	N	5 15.40	5.83		8.29			
	55 15	337 35	E	3 42.45	3 32.21	85.33				
	57 45	»	O	3 22.13	32.37	85.17				
	58 50	157 35	O	6 32.90	6 22.66	85.12				
	0 1 0	»	E	6 12.90	23.14	85.60				
	2 0	247 35	S	4 59.30	4 49.73		7.81			
	3 40	»	N	4 39.70	49.27		8.27			
	23 57 52					+85.30	- 8.09			
	9 51 48									
» 17	0 6 45	67 35	S	4 22.15	4 31.72		26.06	250	4-5	
	8 45	»	N	4 41.00	31.43		26.35			
	10 0	337 35	O	4 8.30	4 18.54	39.24				
	13 0	»	E	4 28.80	18.56	39.22				
	13 55	157 35	E	5 26.05	5 36.29	38.51				
	16 30	»	O	5 46.00	35.76	37.98				
	17 40	247 35	S	5 14.40	5 23.97		26.19			
	19 50	»	N	5 33.30	23.73		25.95			
	0 13 18					+38.74	+26.14			
	10 3 29									
» 18	1 28 35	67 35	S	4 33.35	4 42.93		14.72	250	2	
	30 45	»	N	5 52.55	42.97		14.68			
	32 5	157 35	O	3 53.00	3 42.75	74.90				
	35 30	»	E	3 33.10	43.35	74.30				
	36 45	337 35	O	6 3.40	6 13.65	(76.00)				
	39 25	»	E	6 24.25	14.00	75.35				
	40 20	247 35	S	5 21.75	5 12.17		14.52			
	42 15	»	N	5 3.30	12.88		15.23			
	1 35 42					-74.85	+14.79			
	11 20 43									

Rhéa (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Oct. 26	0 43 25	247 35	S	5 32.85	5 23.24		25.36	250	4	
	45 45	»	N	5 13.50	23.11		25.23			
	47 15	157 35	O	5 50.53	5 40.25	42.37				
	50 10	»	E	5 29.05	39.33	41.45				
	51 15	337 35	O	4 5.40	4 15.68	42.20				
	54 5	»	E	4 26.55	16.27	41.61				
	55 20	67 35	S	4 22.80	4 32.41		25.47			
	57 30	»	N	4 41.80	32.19		25.69			
	0 50 35					+41.91	+25.44			
	10 4 3									
Nov. 4	2 36 0	247 35	N	5 13.50	5 23.11		25.23	250	1	
	38 0	»	S	5 32.35	22.74		24.86			
	40 35	157 35	O	5 47.00	5 36.72	38.84				
	43 30	»	E	5 25.80	36.08	38.20				
	44 35	337 35	E	4 29.60	4 19.32	38.56				
	47 35	»	O	4 9.10	19.38	38.50				
	48 55	67 35	S	4 23.40	4 33.01		24.87			
	51 10	»	N	4 41.80	32.19		25.69			
	2 43 48					+38,52	+25.16			
	11 21 43									
» 5	4 37 0	67 35	N	4 53.90	4 44.29		13.46	250	3	
	39 10	»	S	4 34.20	43.81		13.94			
	40 10	157 35	O	3 50.95	3 40.67	77.08				
	43 10	»	E	3 29.50	39.78	77.97				
	44 15	337 35	O	6 4.65	6 14.93	77.18				
	47 30	»	E	6 25.35	15.07	77.32				
	48 15	247 35	S	5 22.15	5 12.54		14.79			
	50 45	»	N	5 1.75	11.36		13.61			
	4 43 47					-77.39	+13.95			
	13 17 30									
» 6	3 29 35	247 35	N	4 28.20	4 37.81		20.25	250	1	
	31 30	»	S	4 47.10	37.49		20.57			
	32 45	157 35	O	4 7.08	3 56.80	61.26				
	35 10	»	E	3 46.30	56.58	61.48				
	36 45	337 35	O	5 48.38	5 58.66	60.60				
	39 30	»	E	6 9.20	58.92	60.86				
	40 40	67 35	S	5 9.35	5 18.96		20.90			
	42 20	»	N	5 28.25	18.64		20.58			
	3 35 54					-61.05	-20.58			
	12 5 55									

Mimas (suite).

[illegible]	[illegible]	Position du micromètre.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
[illegible]	[illegible]	67°35'	S	5 15.75	5 23.36		25.31	250	2	
	[illegible]	»	N	5 32.85	23.25		25.19			
	[illegible]	337 35	O	6 0.80	4 17.08	40.97				
	[illegible]	»	E	4 27.50	17.22	40.83				
	[illegible]	157 35	E	5 20.00	5 30.28	41.23				
	[illegible]	»	O	5 40.70	30.42	41.37				
	[illegible]	247 35	S	4 42.25	4 32.64		25.41			
	[illegible]	»	N	4 25.10	32.71		25.34			
	[illegible]					+41.10	−25.31			
	[illegible]									
» [illegible]	[illegible]	247 35	S	5 30.25	5 20.67		22.43	250	3	
	[illegible]	»	N	5 10.45	20.03		21.79			
	[illegible]	157 35	E	5 40.45	5 50.70	32.46				
	[illegible]	»	O	6 0.82	50.57	32.33				
	[illegible]	337 35	E	4 35.25	4 6.00	32.24				
	[illegible]	»	O	3 36.30	6.75	31.49				
	[illegible]	67 35	N	4 45.20	4 35.62		22.62			
	[illegible]	»	S	4 26.15	35.73		22.51			
	[illegible]					+32.13	+22.34			
	[illegible]									
» [illegible]	[illegible]	247 35	N	5 7.30	5 16.88		18.75	250	4	
	[illegible]	»	S	5 27.15	17.37		19.44			
	[illegible]	337 35	O	5 31.75	6 2.00	63.87				
	[illegible]	»	E	6 13.05	2.80	64.67				
	[illegible]	157 35	E	3 42.85	3 53.10	65.03				
	[illegible]	»	O	4 3.85	53.60	64.53				
	[illegible]	67 35	S	4 20.75	4 30.33		18.80			
	[illegible]	»	N	4 38.90	30.32		18.81			
	[illegible]					−64.32	+18.95			
	[illegible]									
» [illegible]	[illegible]	247 35	S	5 35.15	5 45.57		27.41	250	2	
	[illegible]	»	N	5 16.20	45.78		27.62			
	[illegible]	157 35	O	5 5.40	4 55.15	3.04				
	[illegible]	»	E	4 45.98	55.43	2.73				
	[illegible]	337 35	E	5 10.80	5 0.35	2.39				
	[illegible]	»	O	4 50.75	1.00	2.84				
	[illegible]	67 35	N	4 39.95	4 30.37		27.79			
	[illegible]	»	S	4 20.85	30.43		27.73			
	[illegible]					− 2.74	+27.64			
	[illegible]									

Rhéa (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Nov. 20	4 23 30	247 35	N	4 20.75	4 30.29		27.88	250	2	
	25 55	»	S	4 40.22	30.68		27.49			
	27 5	157 35	E	4 37.10	4 47.30	10.87				
	29 25	»	E	4 37.00	47.20	10.97				
	30 35	337 35	E	5 19.30	5 9.10	10.93				
	32 50	»	E	5 19.30	9.10	10.93				
	33 50	67 35	S	5 16.25	5 25.79		27.62			
	36 5	»	N	5 35.80	26.26		28.09			
	4 29 54					−10.92	−27.77			
	12 5 37									
» 22	0 58 30	67 35	N	4 47.20	4 37.68		20.54	250	2	
	1 0 50	»	S	4 27.80	37.32		20.90			
	1 35	337 35	O	3 51.10	4 1.29	56.93				
	4 10	»	E	4 12.10	1.91	56.31				
	5 5	157 35	E	5 43.90	5 54.09	55.87				
	7 5	»	O	6 4.35	54.16	55.94				
	7 40	247 35	N	5 29.10	5 19.58		21.36			
	9 25	»	S	5 9.85	19.37		21.15			
	1 4 14					+56.26	+20.99			
	8 32 47									
» 24	0 59 35	67 35	N	5 21.45	5 11.94		13.82	250	3	
	1 2 15	»	S	5 2.55	12.06		13.94			
	3 30	337 35	E	6 24.60	6 14.43	76.31				
	6 25	»	O	6 3.70	13.87	75.75				
	7 30	157 35	E	3 31.40	3 41.57	76.55				
	9 55	»	O	3 52.25	42.08	76.04				
	10 35	247 35	S	4 53.80	4 44.29		13.83			
	12 55	»	N	4 34.85	44.36		13.76			
	1 6 35					−76.16	−13.84			
	8 27 22									
Déc. 3	4 20 25	247 35	N	4 33.10	4 42.52		15.91	250	2-3	
	22 40	»	S	4 52.90	43.48		14.95			
	24 0	157 35	E	3 38.70	3 48.78	69.65				
	26 55	»	O	3 58.80	48.72	69.71				
	28 25	337 35	E	6 17.53	6 7.45	69.02				
	32 50	»	O	5 58.05	7.97	69.54				
	33 50	67 35	S	5 4.80	5 14.22		15.79			
	34 50	»	N	5 23.40	13.98		15.55			
	4 27 59					−69.48	−15.55			
	11 13 36									

Rhéa (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Déc. 6	5 29 20	247 35	N	5 15.80	5 25.19		26.59	250	1-2	
	31 55	»	S	5 34.45	25.06		26.46			
	33 15	157 35	O	4 54.95	4 44.91	13.69				
	36 10	»	E	4 34.45	44.49	14.11				
	37 20	337 35	O	5 2.55	5 12.59	13.99				
	40 30	»	E	5 23.30	13.26	14.66				
	41 30	67 35	S	4 22.10	4 31.49		27.11			
	43 50	»	N	4 41.70	32.31		26.29			
	5 36 44					-14.11	+26.61			
	12 10 9									
» 19	5 29 50	67 35	N	4 47.95	4 38.73		19.71	250	4	
	32 20	»	S	4 28.85	38.07		20.37			
	33 45	157 35	E	5 39.87	5 49.74	51.30				
	37 40	»	O	5 59.67	49.80	51.36				
	38 35	337 35	O	3 57.07	4 6.94	51.50				
	41 30	»	E	4 17.05	7.18	51.26				
	42 25	247 35	S	5 27.85	5 18.63		20.19			
	44 10	»	N	5 8.95	18.17		19.73			
	5 37 32					+51.35	+20.00			
	11 22 28									

Titan.

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Août 25	1 20 0	247 35	S	28 48.50	28 39.55		43.60	250		
	21 55	»	N	28 31.10	40.05		44.10			
	23 10	157 35	O	30 32.70	30 23.12	147.17				
	25 0	»	E	30 13.85	23.43	147.48				
	26 15	337 35	O	25 19.55	25 29.13	146.82				
	28 40	»	E	25 39.30	29.72	146.23				
	29 50	67 35	S	27 3.70	27 12.65		43.30			
	31 40	»	N	27 21.10	12.15		43.80			
	1 25 49					+146.92	+43.70			
	14 39 56									
» 29	1 35 50	247 35	N	28 31.35	28 40.36		44.25	250		
	38 50	»	S	28 49.10	40.09		43.98			
	39 35	157 35	O	25 56.95	25 47.31	128.80				
	41 50	»	E	25 37.30	46.94	129.17				
	43 10	337 35	O	29 55.00	30 4.64	128.53				
	45 30	»	E	30 15.00	5.36	129.25				
	47 55	67 35	S	27 3.25	27 12.26		43.85			
	49 20	»	N	27 21.10	12.09		44.02			
	1 42 45					−128.94	+44.02			
	14 40 23									
Sept. 4	23 58 45	67 35	S	28 53.70	29 2.81		66.73	250		
	0 0 25	»	N	29 11.30	2.19		66.11			
	1 40	337 35	O	27 46.10	27 55.84	0.24				
	3 20	»	E	28 4.90	55.16	0.92				
	4 0	157 35	E	27 47.25	27 56.99	0.91				
	5 40	»	O	28 6.10	56.36	0.28				
	6 50	247 35	N	26 40.45	26 49.56		66.52			
	8 20	»	S	26 57.70	48.59		67.49			
	0 3 38					+ 0.59	−66.71			
	12 38 20									
» 13	1 0 10	67 35	N	27 5.25	26 56.01		60.05	250		
	2 0	»	S	26 47.50	56.74		59.32			
	3 0	337 35	E	29 10.95	29 1.07	65.01				
	5 10	»	O	28 50.90	0.78	64.72				
	6 20	157 35	O	27 0.75	26 50.87	65.19				
	8 10	»	E	26 41.25	51.13	64.93				
	9 0	247 35	N	28 47.20	28 56.44		60.38			
	10 30	»	S	29 4.85	55.61		59.55			
	1 5 33					−64.96	+59.82			
	13 6 21									

Titan (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Sept. 16	0 59 10	247 35	N	27 43.55	27 52.63		3.47	250		
	1 1 0	»	S	28 1.75	52.47		3.63			
	2 15	157 35	E	24 31.75	24 41.67	194.43				
	4 30	»	O	24 51.80	41.88	194.22				
	6 0	337 35	E	31 20.70	31 10.78	194.68				
	8 15	»	O	31 0.10	10.02	193.92				
	9 15	67 35	S	27 51.25	28 0.53		4.43			
	10 25	»	N	28 9.60	0.32		4.22			
	1 5 6					-194.31	- 3.94			
	12 54 21									
Oct. 5	0 42 15	67 35	S	27 1.30*	26 51.81		64.19	250	4	Instrument inversé.
	44 10	»	N	26 43.05	52.54		63.46			
	45 20	337 35	O	26 58.05	26 47.90	68.10				
	48 0	»	E	26 38.80	48.95	67.05				
	49 0	157 35	E	29 13.55	29 3.40	67.40				
	52 15	»	O	28 53.45	3.60	67.60				
	54 25	247 35	N	29 10.05	29 0.56		64.56			
	56 55	»	S	28 51.90	1.39		65.39			
	0 49 2					-67.54	-64.52			
	11 24 57									
» 6	0 23 35	67 35	N	26 39.05	26 48.56		67.67	250	3	Instrument inversé.
	25 0	»	S	26 57.40	47.89		68.34			
	26 0	337 35	O	28 14.70	28 4.53	8.30				
	28 15	»	O	28 15.10	4.93	8.70				
	29 20	157 35	O	27 37.05	27 47.22	9.01				
	31 10	»	O	27 37.30	47.47	8.76				
	32 20	247 35	S	28 55.05	29 4.56		68.33			
	34 10	»	N	29 13.10	3.59		67.36			
	0 28 44					+ 8.69	-67.92			
	11 0 54									
» 9	1 16 5	67 35	N	28 29.55	28 20.03		23.88	250	2	
	18 30	»	S	28 10.80	20.32		24.17			
	20 10	157 35	O	31 20.10	31 9.91	193.76				
	22 30	»	E	31 0.50	10.69	194.54				
	24 20	337 35	O	24 30.95	24 41.14	195.01				
	27 40	»	E	24 51.70	41.51	194.64				
	29 0	247 35	S	27 40.70	27 31.18		24.97			
	31 0	»	N	27 22.30	31.82		24.33			
	1 23 39					+194.49	-24.34			
	11 44 10									

* Corrigé de + 30 p.

Titan (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	°		t p	t p					
Oct. 16	0 10 40	247 35	N	5 31.90	5 41.47		43.93	250	2	
	13 0	»	S	5 50.65*	41.08		43.54			
	14 0	157 35	E	2 26.70	2 36.94	140.60				
	16 30	»	O	2 47.10	36.86	140.68				
	17 35	337 35	E	7 28.90	7 18.66	141.12				
	20 10	»	O	7 8.45	18.69	141.15				
	21 25	67 35	S	4 5.00	4 14.57		42.97			
	23 15	»	N	4 23.15	13.58		43.96			
	0 17 4					-140.89	+43.60			
	10 10 57									
» 17	0 22 0	247 35	N	5 29.00	5 19.43		21.65	250	4-5	
	24 5	»	S	5 9.10	18.67		20.89			
	26 0	157 35	E	1 40.70	1 50.94	186.84				
	28 15	»	O	2 1.50	51.26	186.52				
	29 30	337 35	E	8 13.85	8 3.61	185.83				
	32 30	»	O	7 53.90	4.14	186.36				
	33 50	67 35	N	4 46.75	4 37.18		20.60			
	36 5	»	S	4 27.53	37.10		20.68			
	0 29 2					-186.39	+20.95			
	10 19 11									
» 26	0 58 20	67 35	N	5 5.85	4 56.24		1.64	250	4	
	1 1 5	»	S	4 46.47	56.08		1.80			
	2 40	337 35	O	1 16.40	1 26.68	211.20				
	5 10	»	E	1 37.15	26.87	211.01				
	6 15	157 35	O	8 39.55	8 29.27	211.39				
	10 40	»	E	8 18.40	28.38	210.50				
	11 40	247 35	N	4 49.75	4 59.36		1.48			
	14 0	»	S	5 8.63	59.02		1.14			
	1 6 14					+211.02	+ 1.52			
	10 19 40									
Nov. 4	2 55 20	67 35	N	5 40.90	5 31.29		33.41	250	1	
	57 25	»	S	5 22.25	31.86		33.98			
	59 0	337 35	O	7 42.55	7 52.83	174.95				
	3 1 5	»	E	8 3.70	53.42	175.54				
	2 5	157 35	E	1 52.90	2 3.18	174.70				
	4 0	»	O	2 13.55	3.17	174.71				
	5 0	247 35	S	4 33.70	4 24.09		33.79			
	7 5	»	N	4 14.80	24.41		33.47			
	3 1 22					-174.98	-33.66			
	11 39 14									

* Corrigé de + 30 p.

Titan (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Nov. 6	3 43 10	67 35	N	6 11.70	6 2.09		64.03	250	1	
	45 0	»	S	5 52.60	2.21		64.15			
	46 0	337 35	O	5 36.15	5 46.43	48.37				
	47 45	»	E	5 56.75	46.47	48.41				
	48 40	157 35	O	4 20.15	4 9.87	48.19				
	50 55	»	E	3 59.25	9.53	48.53				
	51 40	247 35	S	4 3.33	3 53.72		64.34			
	54 30	»	N	3 44.48	54.09		63.97			
	3 48 28					-48.38	-64.12			
	12 18 27									
» 7	1 12 10	247 35	N	3 42.80	3 52.41		65.64	250	2	
	14 10	»	S	4 1.65	52.04		66.01			
	15 0	157 35	O	5 30.80	5 20.52	22.47				
	17 0	»	E	5 9.90	20.18	22.13				
	18 0	337 35	E	4 46.05	4 35.77	22.28				
	19 55	»	O	4 25.10	35.38	22.67				
	20 55	67 35	S	5 54.50	6 4.11		66.06			
	23 10	»	N	6 12.95	3.34		65.29			
	1 17 32					+22.39	-65.75			
	9 44 6									
» 13	1 7 0	67 35	S	4 2.15	4 11.73		46.51	250	3	
	9 15	»	N	4 21.05	11.47		46.77			
	10 20	337 35	O	2 23.70	2 33.95	144.29				
	12 15	»	E	2 44.60	34.35	143.89				
	13 25	157 35	O	7 32.85	7 22.60	144.36				
	16 25	»	E	7 10.82	21.07	142.83				
	17 35	247 35	N	5 35.05	5 44.63		46.39			
	20 20	»	S	5 54.27	44.69		46.45			
	1 13 19					+143.59	+46.53			
	9 16 35									
» 14	2 36 20	67 35	N	4 7.90	3 58.32		59.81	250	4	
	38 50	»	S	3 49.10	58.68		59.45			
	39 35	337 35	E	3 57.35	3 47.10	71.03				
	41 50	»	O	3 37.20	47.45	70.68				
	42 45	157 35	O	6 18.50	6 8.25	70.13				
	44 50	»	E	5 58.20	8.45	70.32				
	45 40	247 35	S	6 7.95	5 58.37		60.24			
	47 10	»	N	5 47.90	57.48		59.35			
	2 42 8					+70.54	+59.71			
	10 41 21									

Titan (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Nov. 18	1 4 45	67 35	S	4 31.90	4 41.45		16.71	250	2	
	6 35	»	N	4 50.80	41.25		16.91			
	7 35	337 35	O	7 57.70	8 7.92	189.76				
	11 15	»	E	8 18.47	8.25	190.09				
	12 25	157 35	E	1 38.10	1 48.32	189.84				
	15 0	»	O	1 57.85	47.63	190.53				
	16 0	247 35	N	5 5.75	5 15.30		17.14			
	17 45	»	S	5 25.44	15.89		17.73			
	1 11 27					-190.05	+16.87			
	8 55 23									
» 20	4 37 0	67 35	N	5 43.60	5 34.06		35.89	250	4	
	39 35	»	S	5 23.60	33.14		34.97			
	41 0	157 35	E	1 59.60	2 9.80	168.37				
	43 15	»	O	2 20.30	10.10	167.97				
	44 15	337 35	O	7 37.20	7 47.40	169.23				
	46 25	»	E	7 56.20	46.00	167.83				
	47 30	247 35	S	4 32.60	4 23.06		35.11			
	49 20	»	N	4 13.65	23.19		34.98			
	4 43 32					-168.35	-35.24			
	12 19 13									
» 22	1 9 55	247 35	N	3 46.70	3 56.22		62.00	250	2	
	11 15	»	S	4 5.75	56.23		61.99			
	12 0	157 35	E	3 56.95	4 7.14	51.08				
	13 40	»	O	4 16.95	6.76	51.46				
	14 35	337 35	O	5 39.10	5 49.29	51.07				
	16 30	»	E	5 59.75	49.56	51.34				
	17 15	67 35	S	5 51.00	6 0.52		62.30			
	18 40	»	N	6 9.90	0.38		62.16			
	1 14 9					-51.24	-62.11			
	8 42 40									
» 24	1 16 10	247 35	N	3 52.35	4 1.86		56.26	250	3	
	18 50	»	S	4 11.25	1.74		56.38			
	20 35	157 35	E	6 30.45	6 40.62	102.50				
	22 40	»	O	6 50.50	40.33	102.21				
	24 0	337 35	E	3 26.60	3 16.43	101.69				
	26 20	»	O	3 5.90	16.07	102.05				
	27 15	67 35	S	5 44.20	5 53.71		55.59			
	29 15	»	N	6 4.00	54.49		56.37			
	1 23 8					+102.11	-56.15			
	8 43 52									

Titan (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s	° ′		t p	t p					
Déc. 3	4 38 40	67 35	N	4 32.30	4 22.88		35.55	250	2-3	
	40 55	»	S	4 14.05	23.47		34.96			
	42 15	157 35	O	2 30.70	2 20.62	157.81				
	44 50	»	E	2 10.70	20.78	157.65				
	46 10	337 35	E	7 46.35	7 36.27	157.84				
	48 10	»	O	7 26.30	36.38	157.95				
	49 15	247 35	S	5 43.00	5 33.58		35.15			
	51 0	»	N	5 24.85	34.27		35.84			
	4 45 9					-157.81	+35.38			
	11 30 43									
» 6	5 12 40	67 35	S	5 24.10	5 33.49		34.69	250	2-3	
	15 15	»	N	5 42.85	33.46		34.86			
	16 30	157 35	O	2 27.00	2 16.96	161.64				
	19 25	»	E	2 6.70	16.74	161.86				
	21 10	337 35	E	7 50.33	7 40.29	161.69				
	24 0	»	O	7 29.85	39.89	161.29				
	25 20	247 35	S	4 32.70	4 23.31		35.29			
	27 0	»	N	4 14.35	23.74		34.86			
	5 20 10					-161.62	-34.92			
	11 54 18									

Japétus.

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s			t p	t p					
Sept. 13		67° 35′	N	3 21.00	3 11.76		191.76	250		
	1 24 8		O	-30.03						
			E	-31.29		30.66				
	1 27 22		O	-29.90						
			E	-31.23		30.57				
		247 35	S	3 3.30	3 12.54		192.54			
	1 25 45					-30.61	-192.15			
	13 31 1									
» 16		247 35	S	3 13.54	3 22.82		202.82	250		
	23 33 8		AO	-23.02						
			O	-23.78						
			E	-25.11						
			AE	-25.94		24.46				
	23 34 3		AO	-23.10						
			O	-24.01						
			E	-25.23						
			AE	-26.10		24.61				
	36 57		AO	-23.17						
			O	-23.98						
			E	-25.20						
			AE	-26.08		24.61				
	38 15		AO	-23.49						
			O	-24.17						
			E	-25.30						
			AE	-26.32		24.82				
	39 44		AO	-23.32						
			O	-23.95						
			E	-25.30						
			AE	-26.22		24.70				
		67 35	N	3 31.28	3 22.00		202.00			
			S	3 9.28	18.56		198.56			
	23 36 25					-24.64	-201.13			
	11 30 19									
				26 21.25	26 11.82		104.32			
» 29		67 35		26 3.55	12.98		103.16	250	3-4	Japétus à peine aussi
	23 45 10		O	+14.08						lumineux que Dioné.
			E	+12.81		13.45				Le ciel se couvre.
	49 36		O	+14.10						
			E	+12.72		13.41				
		247 35		29 29.80	29 39.23		103.09			
				29 49.05	39.62		103.48			
	23 47 23					+13.43	-103.28			
	10 45 57									

Japétus (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s			t p	t p					
Oct. 26		247° 35′	S	3 49.08	3 39.47		219.47	250	4	Satellite pas beau-
	1 45 52		O	+26.03						coup plus faible que
			E	+24.66		25.35				dans sa conjonction.
			S	3 46.56	3 36.95		216.95			Nuages.
			N	3 27.21	36.82		216.82			
	10 57 33					+25.35	+217.75			
	P =									
Nov. 4	3 7 55	247 35	N	7 31.05	7 40.66		162.78	250	1	De très peu moins lu-
	10 35	»	S	7 50.20	40.59		162.71			mineux que Dioné.
	12 15	157 35	O	4 53.80	4 43.52	14.36				
	15 45	»	E	4 33.40	43.68	14.20				
	17 0	337 35	E	5 22.30	5 12.02	14.14				
	20 20	»	O	5 2.10	12.38	14.50				
	21 25	67 35	N	2 24.95	2 15.34		162.54			
	23 5	»	S	2 6.70	16.31		161.57			
	3 16 2					-14.30	+162.40			
	11 53 51									
» 6				7 24.75	7 15.14		137.08	250	2	
				7 6.75	16.36		138.30			
	4 16 19		O	- 6.46						
			E	- 7.87		- 7.16				
				2 49.55	2 39.94		138.12			
				2 30.30	39.91		138.15			
	12 44 21					- 7.16	+137.91			
» 7		67 35		2 44.35	2 53.96		124.09	250	2	Éclat égal à celui de
				3 3.15	53.54		124.51			Dioné.
	2 25 57		O	- 9.29						
			E	-10.68		- 9.98				
		247 35		6 54.20	7 3.81		125.76			
				7 12.50	3.09		125.04			
	10 50 19					- 9.98	+124.85			
» 12		247 35		5 56.65	5 47.07		48.83	250	2	
		»		5 36.40	45.98		47.74			
	1 27 46		O	-23.10						
			E	-24.44		-23.77				
		67 35		4 19.35	4 9.77		48.47			
				4 0.40	9.98		48.26			
	9 32 35					-23.77	+48.32			

Japétus (suite).

Date.	Instant.	Position du micromèt.	Bord observé.	Lecture du tambour.	Lecture du centre.	x	y	Oc.	Im.	Remarques.
1881	h m s			t p	t p					
Nov. 24		67° 35′		128.47			137.98	250	3	
		»		146.80			137.29			
	1 42 55		O	-37.56						
			E	-38.87		-38.22				
		247 35		128.45			137.96			
		»		147.75			138.24			
	9 0 31					-38.22	-137.87			
Déc. 6		247 35		183.17			192.56	250	1-2	
		»		203.12			193.73			
	5 5 18		O	-17.07						
			E	-18.40		-17.74				
		67 35		184.65			194.04			
		»		202.40			193.01			
	11 35 14					-17.74	-193.33			
» 19		247 35		3 51.20	4 0.44		58.00	250	4	Satellite pas beau-
			O	4 10.30	1.08		57.36			coup plus faible qu'à
	6 1 45		E	+21.43						l'ordinaire : 11-12
				+20.11		+20.77				grandeur.
		67 35		5 45.30	5 54.52		56.08			
				6 4.70	55.48		57.04			
	11 40 41					+20.77	-57.12			

Dans la liste qui précède, les observations de Mimas jusqu'à Titan sont disposées de la même façon. Japetus seul, le satellite le plus éloigné du système, a dû être observé d'après une autre méthode. Pour les six satellites intérieurs, la liste donne dans la colonne « Instant » l'heure du chronomètre Plantamour, comme elle a été observée directement sans aucune correction. Au-dessous des huit instants marqués pour chaque observation complète d'un satellite, est inscrite leur moyenne arithmétique. Cet instant moyen a été réduit en temps moyen de Greenwich qui est marqué dans la colonne sous l'heure du chronomètre. Suit la colonne « Position du micromètre. » La suivante indique le bord de la planète sur lequel le fil fixe était ajusté pour l'observation, N = nord, S = sud, E = est et O = ouest. Dans la colonne « Lecture du tambour » est marquée la moyenne des deux lectures, toujours faite pour chaque distance, à partir du même bord et dans la même position du micromètre. Les lectures ont été réduites au centre de Saturne par un procédé que j'aurai à expliquer plus tard. Cette réduction au centre est donnée dans la colonne suivante. Suivent maintenant les quantités x et y, c'est-à-dire les différences en ascension droite et en déclinaison du satellite au centre de Saturne, telles qu'elles résultent des chiffres précédents, exprimées toujours en parties de la vis micrométrique. Les colonnes *Oc* et *Im* donnent le grossissement employé et l'état de l'air comme pour les observations des dimensions des anneaux.

Les observations de Japetus ont dû être faites d'après une autre méthode que celle adoptée pour les autres satellites, parce que les distances de ce corps au centre de la planète deviennent trop grandes pour pouvoir être mesurées de la façon décrite plus haut. J'ai déterminé les différences en ascension droite par des passages des deux astres derrière le fil fixe, l'instrument restant immobile, et les différences en déclinaison par des ajustements successifs du fil mobile sur les deux objets passant dans le champ. J'ai toujours commencé et fini par les déclinaisons, et l'arrangement est symétrique par rapport à l'instant moyen. Les heures indiquées sont ici celles du chronomètre à enregistrement

électrique employé pour les observations chronographiques des passages. Le micromètre était toujours tourné de 180° au milieu des observations chronographiques, qui sont faites habituellement pour les deux bords de la planète. Les chiffres dans la colonne « Lecture » donnent le résultat immédiat de la lecture, soit du tambour, soit de la bande chronographique. La « lecture du centre » a la même signification que pour les autres satellites. Les x sont donnés ici en secondes de temps, et représentent immédiatement les différences en ascension droite pour le cercle parallèle respectif. Les signes des deux différences x et y sont compris de telle sorte que le signe est + si l'ascension droite ou la déclinaison du satellite est plus grande que celle de Saturne.

Le 16 septembre j'ai observé aussi les deux extrémités de l'anneau pour les comparer chronographiquement avec le satellite. Les observations sont marquées A E et A O pour indiquer l'extrémité est ou ouest de l'anneau. Le 4 novembre, Japetus se trouvait très près de sa conjonction nord avec le centre de la planète. La différence en ascension droite étant par conséquent très faible, l'observation chronographique n'aurait pas conduit à un bon résultat pour ce jour; j'ai eu recours à la méthode ordinaire, décrite à l'occasion des autres satellites, pour déterminer la position de Japetus pour ce jour-là, et les chiffres indiqués dans le tableau pour cette observation, ont la même signification que ceux appartenant aux autres satellites. Pour les autres jours, les x sont habituellement la moyenne de 16 observations, c'est-à-dire de quatre passages observés dans chaque position du micromètre aux deux bords de la planète.

Constantes pour les Réductions des Satellites en 1881.

Date.	Erreur de Pl.	Pl = 0h Greenw. t. m.	Log. Δ.	Log. $\frac{\Delta}{(\Delta)}$	Diamètre éq.	Diamètre pol.	Lecture du fil diamètre.	Angle horaire maximal.	Distance zenithale maximale.	Réfraction maximal, pour $s=1000''$	Distance minimale.	Δs
1881	m s	h m s			p	p	p	h m	° ′	″	″	
Août 15	—1 15.0	13 58 12.9	0.95392	9.97442	9.41	8.80	56.25	—3 4.8	50 52	0.697	35	0.05190
» 21	+2 19.0	13 31 3.9	0.94924	9.96974	9.51	8.89	56.21	—2 58.0	49 50	0.668	35	0.05135
» 25	+3 18.9	13 14 20.6	0.94614	9.96664	9.58	8.95	55.95	—2 12.7	43 15	0.524	40	0.05098
» 29	+4 1.0	12 57 55.0	0.94315	9.96365	9.64	9.01	56.11	—1 47.2	40 1	0.473	50	0.05063
Sept. 3	+3 41.8	12 38 34.5	0.93946	9.95996	9.72	9.09	56.26	—3 6.5	51 13	0.708	35	0.05021
» 4	+3 38.0	12 34 42.5	0.93878	9.95928	9.74	9.11	56.08	—3 40.7	56 45	0.923	20	0.05013
» 13	+1 58.6	12 0 58.4	0.93261	9.95311	9.88	9.24	56.06	—2 21.1	44 30	0.546	40	0.04942
» 16	+1 43.8	11 49 25.6	0.93070	9.95120	9.92	9.28	56.10	—2 17.7	44 6	0.539	40	0.04920
» 17	+1 40.5	11 45 32.8	0.93012	9.95062	9.94	9.29	(56.12)	—3 30.0				0.04914
» 29	+0 45.0	10 59 17.4	0.92351	9.94401	10.09	9.43	56.14	—3 53.5	59 11	1.058	20	0.04839
Oct. 5	+0 23.4	10 36 3.4	0.92081	9.94131	10.15	9.49	56.00	—2 44.3	48 9	0.624	35	0.04810
» 6	+0 16.0	10 32 14.9	0.92043	9.94093	10.17	9.51	56.23	—3 0.9	50 44	0.794	30	0.04805
» 7	+0 9.4	10 28 25.5	0.92004	9.94054	10 17	9.51	55.90	—3 15.6	53 4	0.769	30	0.94801
» 9	—0 1.2	10 20 44.3	0.91929	9.93979	10.19	9.52	56.15	—2 52.5	49 29	0.658	35	0.04793
» 11	—0 17.5	10 13 8.7	0.91855	9.93905	10.20	9.54	55.98	—3 14.0	53 2	0.768	30	0.04785
» 16	—0 44.1	9 53 55.8	0.91722	9.93772	10.24	9.57	57.54	—3 50.1	58 51	1.038	20	0.04770
» 17	—0 57.7	9 50 13.4	0.91698	9.93748	10.24	9.57	57.78	—3 6.5	51 49	0.727	30	0.04767
» 18	+0 3.0	9 45 17.0	0.91675	9.93725	10.25	9.58	57.65	—1 28.7	38 46	0.457	50	0.04765
» 21	+0 7.8	9 33 24.5	0.91618	9.93668	10.26	9.59	57.92	—2 56.9	50 26	0.683	35	0.04759
» 26	+0 15.8	9 13 36.9	0.91555	9.93605	10.28	9.61	57.88	—3 39.6	57 18	0.942	25	0.04752
Nov. 3	+0 9.0	8 42 16.5	0.91538	9.93588	10.28	9.61	(57.88)					0.04750
» 4	+0 7.9	8 38 21.6	0.91544	9.93594	10.28	9.61	57.88	—2 9.4	43 55	0.536	40	0.04750
» 5	+0 4.5	8 34 29.1	0.91551	9.93601	10.28	9.61	57.75	+2 15.4	44 44	0.551	40	0.04751
» 6	+0 1.3	8 30 36.4	0.91560	9.93610	10.27	9.61	58.06	+1 20.5	38 23	0.452	50	0.04752
» 7	—0 4.9	8 26 46.7	0.91570	9.93620	10.27	9.60	58.05	—2 13.3	44 31	0.546	40	0.04753
» 13	—0 21.8	8 3 28.1	0.91665	9.93715	10.25	9.58	58.24	—2 11.7	44 31	0.546	40	0.04764
» 14	—0 29.7	7 59 40.1	0.91687	9.93737	10.24	9.58	58.13	—1 10.0	37 40	0.443	50	0.04766
» 18	—0 41.4	7 44 8.1	0.91787	9.93837	10.22	9.55	58.16	—1 56.2	42 32	0.512	40	0.04777
» 20	—0 52.8	7 36 27.7	0.91851	9.93901	10.20	9.54	58.17	+2 20.6	46 33	0.587	40	0.04784
» 22	—1 0.6	7 28 43.5	0.91913	9.93963	10.19	9.53	58.22	—1 58.4	42 51	0.517	40	0.04791
» 24	—1 7.0	7 20 58.0	0.91985	9.94035	10.17	9.51	58.12	—2 2.6	43 25	0.526	40	0.04799
» 30	—1 36.0	6 57 51.6	0.92237	9.94287	10.12	9.46	(58.24)	—0 12.9				0.04827
Déc. 3	—1 53.5	6 46 21.3	0.92385	9.94435	10.08	9.42	58.43	+2 26.5	46 43	0.591	40	0.04843
» 6	—2 20.0	6 35 0.1	0.92542	9.94592	10.04	9.39	58.60	+3 51.5	59 55	1.105	20	0.04861
» 9	—2 50.8	6 23 43.0	0.92700	9.94750	10.01	9.36	(58.55)	+0 3.4				0.04879
» 19	—4 19.0	5 45 51.8	0.93324	9.95374	9.87	9.22	58.44	+3 24.3	55 34	0.868	30	0.04949

Ce tableau contient dans la colonne « Erreur de Pl » les quantités à retrancher des indications du chronomètre Plantamour, telles qu'elles sont données dans la liste des observations pour obtenir l'heure sidérale de Genève des instants correspondants. La colonne « Pl $= 0^h =$ Greenw. t. m. » donne une constante qui facilite la transformation des heures directement observées en temps moyen de Greenwich. On retranche de l'heure observée de Pl l'accélération de l'heure sidérale pour un intervalle égal à cette heure même. Cette quantité ajoutée à la constante pour 0^h de Pl donne immédiatement l'heure moyenne de Greenwich qui correspond à l'instant considéré. C'est avec ces chiffres que toutes les transformations des instants ont été faites et sont reproduites dans la liste des observations. La colonne log. Δ donne le logarithme de la distance réelle de Saturne à la Terre pour l'instant moyen des observations du jour considéré, d'après le *Nautical Almanac*. Cette distance, divisée par la distance moyenne (Δ), dont le logarithme est 0.97950, donne la quantité avec laquelle toutes les distances mesurées ont été réduites. Les logarithmes de ces rapports sont écrits dans la colonne log $\frac{\Delta}{(\Delta)}$. C'est avec ces chiffres que les réductions des dimensions des anneaux, traitées dans le troisième chapitre de ce travail, ont été opérées. La signification des autres quantités du tableau des constantes sera expliquée dans le courant de l'exposé du mode de réduction des observations des satellites.

Ces réductions ont été faites d'une manière beaucoup plus longue que cela n'aurait été rigoureusement nécessaire, afin de pouvoir traiter toutes les observations, même celles qui sont incomplètes, absolument de la même façon, et pour obtenir séparément une distance pour chaque observation, depuis chaque bord et dans chaque position du micromètre. On obtenait ainsi quatre quantités pour la même distance, et l'on pouvait immédiatement voir si une de ses observations était affectée d'une grosse erreur pour la laisser de côté lors du calcul de la moyenne.

J'ai commencé par prendre pour chaque observation la différence entre les deux lectures de tambour observées pour des bords opposés

de la planète dans la même position du micromètre. Une série complète d'observations d'un satellite faite dans une soirée me donnait donc de cette façon deux valeurs pour le diamètre équatorial et deux pour le diamètre polaire de la planète. J'ai pris ensuite une moyenne des résultats respectifs de tous les satellites observés dans la même soirée, en excluant seulement les observations de Mimas et de Encelade qui sont beaucoup moins exactes que celles des autres, par suite de la faiblesse de leur éclat. Ensuite il fallait réduire la moyenne de chaque soirée eu égard à la distance moyenne de Saturne à la Terre, et prendre une moyenne générale. J'ai ainsi obtenu comme résultat indirect des observations des satellites, le diamètre équatorial et polaire de Saturne :

$$d_e = 17''.678 \pm 0''.040 \text{ par } 114 \text{ observations.}$$
$$d_p = 16.367 \pm 0.040 \text{ par } 111 \text{ observations.}$$

Le diamètre équatorial est corrigé pour la phase, et le diamètre polaire pour la projection, comme cela a été indiqué à l'occasion des réductions des observations directes relatives à ses dimensions. La différence entre le résultat de ces dernières et celui que je viens de donner est dans les deux sens — 0″09 et — 0″25, de sorte que les observations des satellites donnent les deux diamètres plus faibles que les observations directes. En considérant que les deux méthodes sont tout à fait différentes et que les grossissements employés pour les observations des satellites étaient toujours bien plus faibles que ceux qu'on employait pendant les mesures micrométriques des dimensions des anneaux, les différences entre les deux résultats ne sont pas grandes.

Les valeurs moyennes données plus haut ont ensuite servi à déterminer le rayon apparent de la planète pour chaque jour et dans les deux sens. Ces rayons sont reproduits dans le tableau des constantes. Ils ont été ajoutés ou retranchés de la lecture du tambour pour obtenir la « lecture du centre » comme elle est reproduite dans la liste des observations.

On prenait alors la moyenne des quatre lectures réduites au centre de Saturne faites pour chaque série complète dans deux positions opposées du micromètre. Cette moyenne donne directement la lecture du fil du milieu. J'ai pris une moyenne de toutes ces lectures obtenues pour tous les satellites observés dans la même soirée, et cela séparément dans le sens équatorial et dans le sens polaire. C'était pour étudier si dans les observations une erreur constante se serait peut-être introduite par le fait que les ascensions droites étaient plus difficiles à déterminer que les déclinaisons, par suite de la marche très irrégulière de la turbine, et que pour cette raison le maniement de l'instrument pendant l'observation était autre pour les mesures dans l'un et dans l'autre sens. J'ai trouvé comme différence moyenne des lectures du fil du milieu dans l'un et dans l'autre sens $-0''.034 \pm 0''.023$, en sorte que les lectures dans le sens équatorial seraient en moyenne un peu plus faibles que celles obtenues par les observations dans l'autre sens. Mais cette quantité dépasse son erreur moyenne de si peu que son existence réelle reste problématique. On peut donc conclure que l'erreur constante qui peut affecter les observations reproduites plus haut est sensiblement la même dans les deux sens. La lecture moyenne du fil du milieu déterminée par l'ensemble des observations de la même soirée est donnée dans la 7me colonne du tableau des constantes. Il faut y ajouter encore 27 comme nombre des tours entiers jusqu'au 11 octobre. Après cette date l'index de la vis a été changé, et à partir de ce jour le nombre des tours entiers pour la lecture du fil du milieu est 4. Ce changement explique aussi le saut de $1^{p}.5$ pour cette lecture du 11 au 16 octobre. A l'exception de ce saut les moyennes des jours s'accordent très bien entre elles. Je considère cette constance de la position du fil du milieu par rapport à la vis micrométrique comme une preuve importante de la stabilité des parties essentielles de l'appareil micrométrique pendant les observations de 1881.

En retranchant la lecture du fil du milieu des lectures du centre, on obtient les x et les y reproduits dans la liste des observations. Les quatre

valeurs de x et de y ainsi déterminées sont ensuite réunies dans une moyenne; les observations exclues de cette moyenne sont mises entre parenthèses.

Pour avoir une idée de l'incertitude dont une position d'un satellite est affectée, j'ai formé les différences de chacune de ces moyennes avec les quatre quantités desquelles elle résulte, et je trouve par l'ensemble des observations des x pour Dioné, au nombre de 124, que l'observation de chaque distance dans le sens équatorial est affectée d'une erreur moyenne de $\pm$ 0″.323; donc la moyenne des quatre mesures de chaque soirée de $\pm$ 0″.161. Des observations des y, dont le nombre est 121, résulte l'erreur moyenne d'une observation $\pm$ 0″.285; donc l'erreur de la moyenne des quatre mesures $\pm$ 0″.143. On voit que l'erreur des ascensions droites n'est pas beaucoup plus grande que celle des déclinaisons, quoique celles-ci fussent bien plus faciles à observer.

Positions réduites des Satellites.

Mimas.

Date.	Instant.	x	Réfr.	Réd.	x''	y	Réfr.	Réd.	y''
1881	h m s								
Septembre 4	13 12 37	—31.29		0.13	—31″.16	+0.12		0.00	+0.12
Octobre 9	10 31 30	—31.76		0.13	—31.63	—			
Novembre 3	10 4 43	+32.33		0.13	+32.20	—			
» 4	8 57 37	+30.78		0.13	+30.65	+0.90		0.00	+0.90
Décembre 6	8 10 44	+31.69		0.13	+31.56				

REMARQUES

Le 11 octobre à 9h 23m je vois quelquefois Mimas, qui doit avoir passé son élongation ouest depuis une heure à peu près.

Le 26 octobre à 9h 30m je crois voir Mimas par moments un peu au delà de l'élongation ouest; les nuages gênent l'observation.

Le 18 novembre à 11h 40m je vois Mimas distinctement, ayant fortement dépassé son élongation est. La turbine ne marche plus.

Le 6 décembre à 9h 3m Mimas est encore avant l'élongation est; d'après l'évaluation de M. Kammermann à 9h 20m, moment de l'élongation exacte.

Encelade.

Date.	Instant.	x	Réfr.	Réd.	x''	Orbite définitive. x	Orbite définitive. O—C	y	Réfr.	Réd.	y''	Orbite définitive. y	Orbite définitive. O—C
1881	h m s												
Août 15	13 35 3	+34.62		0.14	+34.″48	+34.″79	−0.″31	+ 2.90		0.01	+ 2.89	+ 3.54	−0.65
» 21	13 18 25	−31.51		0.13	−31.38	−32.09	+0.71	+ 4.34		0.02	+ 4.32	+ 5.63	−1.31
» 25	13 47 57	−21.61		0.09	−21.52	−22.16	+0.64	+ 9.16		0.04	+ 9.12	+ 7.72	+1.40
Sept. 3	12 18 35	+28.60		0.12	+28.48	+26.77	(+1.71)	− 9.40		0.04	− 9.36	− 8.38	−0.98
» 4	11 50 31	−32.94		0.13	−32.81	−31.58	−1.23	− 7.58		0.03	− 7.55	− 7.14	−0.41
» 4	13 41 9	−23.52		0.10	−23.42	−22.20	−1.22	−11.12		0.04	−11.08	−10.22	−0.86
» 13	12 23 36	+17.46		0.08	+17.38	+17.30	+0.08	+10.35		0.04	+10.31	+11.09	−0.78
» 16	11 56 18	−22.90		0.09	−22.81	−23.02	+0.21	+ 9.28		0.04	+ 9.24	+ 9.72	−0.48
» 16	13 10 59	−29.96		0.12	−29.84	−29.85	+0.01	+ 7.17		0.03	+ 7.14	+ 7.60	−0.46
» 17	10 58 34	+36.81		0.15	+36.66	+36.21	+0.45	+ 3.42		0.01	+ 3.41	+ 4.24	−0.83
Oct. 7	9 49 58	−28.93		0.12	−28.81	−28.60	−0.21	−10.05		0.04	−10.01	− 8.88	−1.13
» 9	10 4 38	+33.76		0.14	+33.62	+33.77	−0.15	+ 5.51		0.02	+ 5.49	+ 6.45	−0.96
» 9	12 5 8	+22.81		0.09	+22.72	+23.89	−1.17	+ 9.32		0.04	+ 9.28	+ 9.92	−0.64
» 11	9 34 44	−38.00		0.16	−37.84	−38.91	+1.07	− 3.21		0.01	− 3.20	− 2.86	−0.34
» 16	8 37 42	+22.75		0.09	+22.66	+23.03	−0.37	+11.05		0.04	+11.01	+10.11	+0.90
» 17	11 53 59	+37.82		0.15	+37.67	+39.05	(−1.38)	− 1.50		0.00	− 1.50	− 0.73	−0.77
» 21	9 9 39	+18.16		0.08	+18.08	+17.08	+1.00	−11.03		0.04	−10.99	−11.15	+0.16
» 26	8 5 52	−36.12		0.15	−35.97	−36.94	+0.97	+ 4.09		0.02	+ 4.07	+ 4.56	−0.49
» 26	8 42 8	−37.74		0.16	−37.58	−38.51	+0.93	+ 3.47		0.01	+ 3.46	+ 3.29	+0.17
Nov. 4	9 14 27	+38.71		0.16	+38.55	+38.26	+0.29	+ 3.12		0.01	+ 3.11	+ 3.10	+0.01
» 4	12 14 35	+26.58		0.11	+26.47	+26.86	−0.39	+ 8.56		0.04	+ 8.52	+ 8.90	−0.38
» 6	9 49 6	−40.24		0.17	−40.07	−39.72	−0.37	− 1.69		0.00	− 1.69	− 1.73	+0.04
» 7	8 40 59	+ 8.98		0.03	+ 8.95	+ 9.11	−0.16	+10.87		0.04	+10.83	+11.72	+0.11
» 13	8 17 11	−35.09		0.15	−34.94	−34.37	−0.57	− 6.63		0.02	− 6.61	− 6.23	−0.38
» 22	7 52 29	+24.52		0.10	+24.42	+25.46	−1.04	+ 8.93		0.04	+ 8.89	+ 8.93	−0.04
» 24	7 39 56	−33.38		0.13	−33.25	−32.67	−0.58	− 7.58		0.03	− 7.55	− 6.73	−0.82
» 30	9 4 11	+38.75		0.16	+38.59	+38.79	−0.20	+ 0.58		0.00	+ 0.58	+ 1.07	−0.49
Déc. 6	8 49 30	−31.34		0.13	−31.21	−29.83	−1.38	+ 6.84		0.03	+ 6.81	+ 7.44	−0.63
» 9	8 43 5	−34.91		0.15	−34.76	−34.59	−0.17	− 5.68		0.03	− 5.65	− 5.31	−0.34
» 19	10 31 17	+33.73		0.14	+33.59	+34.25	−0.66	− 5.65		0.03	− 5.62	− 4.88	−0.74

Téthys.

Date.	Instant.	x	Réfr.	Réd.	x''	Orbite définitive. x_c	Orbite définitive. C—0	y	Réfr.	Réd.	y''	Orbite définitive. y_c	Orbite définitive. C—0
1881	h m s	p		p	"	"	"	p		p	"	"	"
Août 15	14 29 1	—44.54		0.18	—44.36	—44.48	—0.12	+ 1.96		0.00	+ 1.96	+ 2.46	+0.50
» 21	13 46 11	—31.40		0.13	—31.27	—31.04	+0.23	—11.85		0.04	—11.81	—11.35	+0.46
» 25	14 1 20	+ 1.84		0.00	+ 1.84	+ 1.54	—0.30	—15.54		0.06	—15.48	—15.22	+0.26
» 29	13 57 34	+32.42		0.13	+32.30	+32.14	—0.16	—10.61		0.04	—10.57	—10.87	—0.30
Sept. 3	12 40 58	—47.00		0.19	—46.81	—46.83	—0.02	— 0.15		0.00	— 0.15	+ 0.07	+0.22
» 4	12 3 46	+46.48		0.19	+46.29	+46.91	+0.62	+ 1.12		0.00	+ 1.12	+ 0.96	—0.16
» 13	10 36 43	— 0.98		0.00	— 0.98	— 1.52	—0.54	—16.79		0.06	—16.73	—15.58	+1.15
» 13	13 17 16	+16.05		0.06	+15.99	+16.13	+0.14	—14.48		0.06	—14.42	—14.51	—0.09
» 16	12 14 41	—33.39		0.13	—33.26	—33.31	—0.05	+10.79		0.04	+10.75	+10.61	—0.14
» 29	9 45 40	+13.42		0.05	+13.38	+13.58	+0.20	+14.19		0.06	+14.13	+14.85	+0.72
Oct. 5	10 29 36	—40.52		0.17	—40.35	—39.95	+0.40	+ 8.56		0.03	+ 8.53	+ 8.69	+0.16
» 6	10 9 30	+43.50		0.17	+43.33	+43.32	—0.01	— 7.28		0.03	— 7.25	— 7.01	+0.24
» 7	10 8 53	—47.46		0.19	—47.27	—47.00	+0.27	+ 4.40		0.02	+ 4.38	+ 4.14	—0.24
» 9	10 50 10	—48.53		0.19	—48.34	—48.21	+0.13	— 2.92		0.01	— 2.91	— 3.31	—0.40
» 11	9 53 51	—45.29		0.19	—45.10	—44.63	+0.47	— 7.09		0.03	— 7.06	— 6.75	+0.31
» 16	8 54 2	+16.81		0.06	+16.75	+16.89	+0.14	+14.50		0.06	+14.44	+14.45	+0.01
» 17	9 16 57	— 4.99		0.02	— 4.97	— 5.24	—0.27	—15.55		0.06	—15.49	—16.44	—0.95
» 17	12 14 56	+15.05		0.06	+14.99	+14.88	—0.11	—14.77		0.06	—14.71	—14.84	—0.13
» 18	10 50 18	—14.80		0.06	—14.74	—14.65	+0.09	+14.26		0.06	+14.20	+14.58	+0.38
» 21	9 26 19	+31.05		0.13	+30.92	+30.57	—0.35	—12.18		0.05	—12.13	—12.19	—0.06
» 26	8 58 10	—49.15		0.20	—48.95	—49.48	—0.53	+ 0.15		0.00	+ 0.15	+ 0.08	—0.07
Nov. 4	10 52 10	—17.54		0.07	—17.47	—17.50	—0.03	+13.96		0.06	+13.90	+14.26	+0.36
» 5	12 42 0	+35.58		0.15	+35.43	+35.50	+0.07	—11.40		0.05	—11.35	—10.70	+0.65
» 6	11 36 13	—36.76		0.15	—36.61	—36.94	—0.33	+ 9.91		0.04	+ 9.87	+ 9.93	+0.06
» 7	9 5 23	+31.18		0.13	+31.05	+30.91	—0.14	—11.81		0.05	—11.76	—11.93	—0.17
» 13	8 35 44	+48.96		0.20	+48.76	+48.86	+0.10	+ 2.06		0.01	+ 2.05	+ 2.14	+0.09
» 14	9 14 27	—45.24		0.19	—45.05	—44.39	+0.66	— 6.84		0.02	— 6.82	— 6.57	+0.25
» 18	8 11 30	—24.72		0.10	—24.62	—24.25	+0.37	—13.00		0.06	—12.94	—12.95	—0.01
» 20	11 34 44	+15.69		0.06	+15.63	+15.78	+0.15	—15.34		0.06	—15.28	—14.14	+1.14
» 22	8 8 21	+11.08		0.04	+11.04	+10.86	—0.18	—14.52		0.06	—14.46	—14.48	—0.02
» 24	7 57 2	+26.80		0.11	+26.69	+26.45	—0.24	—12.51		0.05	—12.46	—12.52	—0.06
Déc. 3	10 41 25	—23.15		0.10	—23.05	—23.05	0.00	—12.52		0.05	—12.47	—12.67	—0.20
» 6	12 43 3	—15.84		0.06	—15.78	—16.27	—0.49	+13.35		0.05	+13.30	+13.35	+0.05
» 19	10 55 11	+27.80		0.11	+27.69	+27.70	+0.01	+10.89		0.04	+10.85	+11.12	+0.27

Dioné.

Date.	Instant.	x	Réfr.	Réd.	x''	Orbite définitive. x_c	Orbite définitive. O—C	y	Réfr.	Réd.	y''	Orbite définitive. y_c	Orbite définitive. O—C
1881	h m s	p		p	"	"	"	p		p	"	"	"
Août 15	13 58 39	+56.90		0.23	+56.67	+57.01	—0.34	— 3.30		0.01	— 3.29	— 3.33	+0.04
» 21	14 2 25	+29.74		0.12	+29.62	+30.45	—0.83	+17.19		0.07	+17.12	+17.43	—0.31
» 25	14 13 40	—40.71		0.17	—40.54	—40.77	+0.23	—15.70		0.06	—15.64	—15.23	—0.41
» 29	14 12 38	+50.54		0.21	+50.33	+50.43	—0.10	+11.02		0.04	+10.98	+11.21	—0.23
Sept. 3	12 54 0	+47.61		0.20	+47.41	+47.77	—0.36	—12.04		0.05	—11.99	—11.12	—0.87
» 4	12 16 34	— 1.20		0.00	— 1.20	— 1.11	—0.09	+20.40		0.08	+20.32	+20.51	—0.19
» 13	13 0 51	—58.36		0.24	—58.12	—57.49	—0.63	— 6.79		0.03	— 6.76	— 7.62	+0.86
» 16	12 27 28	—38.80		0.16	—38.64	—38.47	—0.17	—17.08		0.07	—17.01	—16.68	—0.33
» 29	10 1 34	—38.95		0.16	—38.79	—38.71	—0.08	+15.59		0.06	+15.53	+15.93	—0.40
Oct. 5	10 50 12	—58.20		0.24	—57.96	—57.83	—0.13	— 9.28		0.04	— 9.24	— 8.69	—0.55
» 6	10 29 8	+56.01		0.23	+55.78	+55.18	+0.60	— 9.42		0.04	— 9.38	— 9.69	+0.31
» 7	10 22 49	—13.81		0.05	—13.76	—14.13	+0.37	+19.88		0.08	+19.80	+19.84	—0.04
» 9	11 9 32	+62.06		0.26	+61.80	+61.41	+0.39	+ 3.79		0.01	+ 3.78	+ 4.02	—0.24
» 11	10 8 31	— 2.26		0.01	— 2.25	— 2.07	—0.18	—21.16		0.08	—21.08	—21.01	—0.07
» 16	9 37 51	—57.96		0.23	—57.73	—57.31	—0.42	— 9.02		0.04	— 8.98	— 8.85	—0.13
» 17	9 48 42	+58.02		0.23	+57.79	+57.61	+0.18	— 7.58		0.03	— 7.55	— 8.37	+0.82
» 18	11 5 53	—26.28		0.11	—26.17	—26.47	+0.30	+18.40		0.07	+18.33	+18.61	—0.28
» 21	9 41 27	—50.26		0.21	—50.05	—49.88	—0.17	+12.27		0.05	+12.22	+12.38	—0.16
» 26	9 47 47	+11.01		0.04	+10.97	+10.75	+0.22	+20.39		0.08	+20.31	+20.35	—0.04
Nov. 4	11 6 36	—61.77		0.25	—61.52	—61.94	+0.42	— 4.63		0.02	— 4.61	— 4.72	+0.11
» 5	12 59 49	+57.59		0.24	+57.35	+56.94	+0.41	— 9.65		0.04	— 9.61	— 8.96	—0.65
» 6	11 53 5	—10.10		0.04	—10.06	—10.50	+0.44	+19.92		0.08	+19.84	+20.03	—0.19
» 7	9 17 0	—50.34		0.21	—50.13	—50.52	+0.39	—12.59		0.05	—12.54	—12.58	+0.04
» 13	8 48 40	+15.37		0.06	+15.31	+15.24	+0.07	—20.22		0.08	—20.14	—19.66	—0.48
» 14	9 32 3	+32.05		0.13	+31.92	+32.30	—0.38	+17.43		0.07	+17.36	+17.24	+0.12
» 18	8 24 36	—48.38		0.20	—48.18	—48.23	+0.05	—13.19		0.05	—13.14	—13.05	—0.09
» 20	11 49 31	—49.20		0.20	—49.00	—49.58	+0.58	+12.72		0.05	+12.67	+12.10	+0.57
» 22	8 18 53	+56.97		0.24	+56.73	+56.92	—0.19	+ 8.26		0.03	+ 8.23	+ 8.41	—0.18
» 24	8 10 15	+19.90		0.08	+19.82	+19.43	+0.39	—19.08		0.08	—19.00	—18.90	—0.10
Déc. 3	10 57 6	+42.26		0.17	+42.09	+42.20	—0.11	+13.96		0.05	+13.91	+14.14	—0.23
» 6	12 26 43	+ 0.03		0.00	+ 0.03	— 0.51	+0.53	+19.29		0.08	+19.21	+19.20	+0.01
» 19	11 4 33	+60.84		0.25	+60.59	+60.52	+0.07	— 2.69		0.01	— 2.68	— 2.51	—0.17

Rhéa.

Date.	Instant.	x	Réfr.	Réd.	x''	Orbite définitive. x_c	O—C	y	Réfr.	Réd.	y''	Orbite définitive. y_c	O—C
1881	h m s	p	p	p	″	″	″	p		p	″	″	″
Août 15	14 12 40	— 7.18		0.03	— 7.15	— 7.10	—0.05	+26.94		0.10	+26.84	+27.43	—0.59
» 25	14 25 38	—82.12	—0.02	0.34	—81.80	—81.94	+0.14	+ 2.91		0.01	+ 2.90	+ 2.66	+0.24
» 29	14 27 19	—55.45		0.23	—55.22	—55.33	+0.11	+20.62		0.08	+20.54	+20.48	+0.06
Sept. 3	13 5 44	—81.75	—0.02	0.33	—81.44	—80.86	+0.42	+ 6.06		0.02	+ 6.04	+ 6.19	—0.15
» 4	12 28 34	—37.58		0.15	—37.43	—37.62	+0.19	—26.12		0.10	—26.02	—25.83	—0.19
» 13	12 52 54	—39.76		0.16	—39.60	—39.59	—0.01	—25.90		0.10	—25.80	—25.80	0.00
» 16	12 41 26	—44.08		0.18	—43.90	—43.70	—0.20	+24.48		0.10	+24.38	+24.28	+0.10
» 29	10 24 49	+30.31		0.12	+30.19	+30.30	—0.11	+27.04		0.11	+26.93	+27.16	—0.23
Oct. 5	11 10 46	—86.02	—0.02	0.35	—85.69	—85.90	+0.21	— 6.41		0.02	— 6.39	— 6.15	—0.24
» 6	10 49 15	— 0.88		0.00	— 0.88	— 0.76	—0.12	—29.70		0.12	—29.58	—29.00	—0.58
» 7	10 41 52	+86.86	+0.02	0.35	+86.53	+86.01	+0.52	— 5.57		0.02	— 5.55	— 5.90	+0.35
» 9	11 25 52	—76.89	—0.02	0.32	—76.59	—76.69	+0.10	+13.58		0.05	+13.53	+13.55	—0.02
» 11	10 27 58	+53.36		0.22	+53.14	+52.97	+0.17	—23.46		0.09	—23.37	—22.90	—0.47
» 16	9 51 48	+85.30	+0.02	0.35	+84.97	+84.87	+0.10	— 8.09		0.03	— 8.06	— 7.68	—0.38
» 17	10 3 29	+38.74		0.16	+38.58	+38.65	—0.07	+26.14		0.10	+26.04	+25.90	+0.14
» 18	11 20 43	—74.85	—0.02	0.31	—74.56	—75.26	+0.70	+14.79		0.06	+14.73	+14.43	+0.30
» 26	10 4 3	+41.91		0.17	+41.74	+41.64	+0.10	+25.44		0.10	+25.34	+25.19	+0.15
Nov. 4	11 21 43	+38.52		0.17	+38.35	+38.61	—0.26	+25.16		0.10	+25.06	+25.34	—0.28
» 5	13 17 30	—77.39	—0.02	0.32	—77.09	—77.26	+0.17	+13.95		0.06	+13.89	+13.57	+0.32
» 6	12 5 55	—61.05		0.25	—60.80	—60.90	+0.10	—20.58		0.08	—20.50	—20.61	+0.11
» 7	9 29 10	+41.10		0.17	+40.93	+40.87	+0.06	—25.31		0.10	—25.21	—24.98	—0.23
» 13	9 3 13	+52.13		0.22	+51.91	+51.51	+0.40	+22.34		0.09	+22.25	+22.51	—0.26
» 14	9 48 56	—64.52		0.27	—64.25	—64.57	+0.32	+18.95		0.08	+18.87	+18.83	+0.04
» 18	8 36 9	— 2.74		0.01	— 2.73	— 2.79	+0.06	+27.64		0.11	+27.53	+27.55	—0.02
» 20	12 5 37	—10.92		0.04	—10.88	—10.45	—0.43	—27.77		0.11	—27.66	—27.37	—0.29
» 22	8 32 47	+56.26		0.23	+56.03	+55.91	+0.12	+20.99		0.08	+20.91	+20.98	—0.07
» 24	8 27 22	—76.16	—0.02	0.31	—75.87	—75.83	—0.04	—13.84		0.06	—13.78	—13.72	—0.06
Déc. 3	11 13 36	—69.48	—0.02	0.29	—69.21	—69.28	+0.07	—15.55		0.06	—15.49	—16.10	+0.61
» 6	12 10 9	—14.11		0.06	—14.05	—13.77	+0.28	+26.61		0.10	+26.51	+26.21	+0.30
» 19	11 12 28	+51.35		0.21	+51.14	+52.08	—0.94	+20.00		0.08	+19.92	+20.24	—0.32

Titan.

Date.	Instant.	x	Réfr.	Réd.	x''	Orbite définitive.		y	Réfr.	Réd.	y''	Orbite définitive.	
						x_c	O—C					y_c	O—C
1881	h m s	p	p	p				p	p	p			
Août 25	14 39 56	+146.92	+0.04	0.60	+146″.36	+146″.69	—0″.33	+43.70	+0.01	0.17	+43″.54	+43″.64	—0″.10
» 29	14 40 23	—128.94	—0.03	0.54	—128.43	—128.59	+0.16	+44.02	—0.01	0.17	+43.86	+43.95	—0.09
Sept. 4	12 38 20	+ 0.59	+0.01	0.00	+ 0.60	+ 0.73	—0.13	—66.71	—0.03	0.27	—66.47	—66.46	—0.01
» 13	13 6 21	— 64.96	—0.03	0.27	— 64.72	— 64.79	+0.07	+59.82	+0.02	0.25	+59.59	+59.71	—0.12
» 16	12 54 21	—194.31	—0.07	0.77	—193.61	—193.29	—0.32	— 3.94	+0.01	0.01	— 3.92	— 3.80	—0.12
Oct. 5	11 24 57	— 67.54	—0.02	0.28	— 67.28	— 66.78	—0.50	—64.52	—0.02	0.27	—64.27	—63.84	—0.43
» 6	11 0 54	+ 8.69	0.00	0.03	+ 8.66	+ 9.08	—0.42	—67.92	—0.03	0.27	—67.58	—67.32	—0.26
» 9	11 44 10	+194.49	+0.06	0.81	+193.74	+193.14	+0.60	—24.34	—0.01	0.10	—24.25	—24.10	—0.15
» 16	10 10 57	—140.89	—0.05	0.58	—140.36	—140.55	+0.19	+43.60	+0.03	0.17	+43.47	+43.94	—0.47
» 17	10 19 11	—186.39	—0.07	0.77	—185.69	—185.71	+0.02	+20.95	+0.02	0.08	+20.89	+21.06	—0.17
» 26	10 19 40	+211.02	+0.06	0.88	+210.20	+209.75	+0.45	+ 1.52	—0.01	0.00	+ 1.51	+ 1.70	—0.19
Nov. 4	11 39 14	—174.98	—0.05	0.73	—174.30	—174.33	+0.03	—33.66	—0.02	0.14	—33.54	—33.58	+0.04
» 6	12 18 27	— 48.38	—0.01	0.19	— 48.20	— 48.32	+0.12	—64.12	—0.02	0.27	—63.87	—63.78	—0.09
» 7	9 44 6	+ 22.39	0.00	0.09	+ 22.30	+ 22.25	+0.05	—65.75	—0.02	0.27	—65.50	—65.28	—0.22
» 13	9 16 35	+143.59	+0.04	0.60	+143.03	+143.68	—0.65	+46.53	+0.01	0.19	+46.35	+46.63	—0.28
» 14	10 41 21	+ 70.54	+0.02	0.29	+ 70.27	+ 70.35	—0.07	+59.71	+0.02	0.25	+59.48	+59.76	—0.28
» 18	8 55 23	—190.05	—0.06	0.79	—189.32	—189.43	+0.11	+16.87	+0.01	0.06	+16.82	+17.28	—0.46
» 20	12 19 13	—168.35	—0.05	0.70	—167.70	—167.48	—0.22	—35.24	—0.03	0.15	—35.12	—35.00	—0.12
» 22	8 42 40	— 51.24	—0.01	0.21	— 51.04	— 51.14	+0.10	—62.11	—0.02	0.26	—61.87	—61.52	—0.35
» 24	8 43 52	+102.11	+0.03	0.42	+101.72	+101.38	+0.34	—56.15	—0.02	0.23	—55.94	—55.88	—0.06
Déc. 3	11 30 43	—157.81	—0.06	0.65	—157.22	—157.65	+0.43	+35.38	0.00	0.15	+35.23	+34.75	—0.52
» 6	11 54 18	—161.62	—0.08	0.67	—161.03	—161.52	+0.49	—34.92	—0.05	0.15	—34.82	—35.60	+0.78

Hypérion.

Le 4 novembre, à 10^h31^m, je vois une étoile très faible, approximativement dans la position $x = 253''.9$ et y — 35′.0. D'après l'éphéméride d'Hypérion, que Hall avait donnée dans les *Astronomische Nachrichten Nº 2394* (corrigée d'après l'indication du nº 2398), la conjonction sud de ce satellite devait avoir lieu le 9 novembre à 13^h3, et l'élongation ouest 5 jours et 7 heures auparavant; donc le 4 novembre à 6^h3. Les élongations de ce satellite ont lieu à 258″-260″ de distance de la planète. L'étoile observée est donc réellement identique avec Hypérion. Je vois par conséquent les huit satellites du système à la fois, et je fais des séries complètes de mesures micrométriques de sept satellites.

Japétus.

Date.	Instant.	$\alpha_1 - \alpha$	Réfr.	Réd.	x''	Orbite définitive.		y	Réfr.	Réd.	y''	Orbite définitive.	
						x_c	O—C					y_c	O—C
1881	h m s	s						p	p	p			
Sept. 13	13 31 1	—30.61			—447″.39	—447″.55	+0″.16	—192.15	—0.08	0.80	—191″.43	—191″.34	—0″.09
» 16	11 30 19	—24.64			—360.20	—361.42	+1.22	—201.13	—0.10	0.83	—200.40	—199.79	—0.61
» 29	10 45 57	+13.43			+196.51	+195.47	+1.04	—103.28	—0.05	0.43	—102.90	—102.44	—0.46
Oct. 26	10 57 33	+25.35			+371.83	+372.15	—0.32	+217.75	+0.09	0.90	+216.94	+217.35	—0.41
Nov. 4	11 53 51	—14.30		0.06	— 14.24	— 12.98	—1.26	+162.40	+0.07	0.67	+161.70	+162.00	—0.30
» 6	12 44 21	— 7.16			—105.13	—105.84	+0.71	+137.91	+0.04	0.57	+137.38	+137.01	+0.37
» 7	10 50 19	— 9.98			—146.54	—147.09	+0.55	+124.85	+0.04	0.52	+124.37	+124.58	—0.21
» 12	9 32 35	—23.77			—349.18	—349.21	+0.03	+ 48.32	+0.01	0.19	+ 48.14	+ 48.42	—0.28
» 13	9 39 42	—26.10			—383.44	—384.49	+1.05	+ 32.01	+0.01	0.13	+ 31.89	+ 31.72	+0.17
» 14	11 1 35	—28.45			—417.99	—418.68	+0.69	+ 14.10	0.00	0.06	+ 14.04	+ 13.97	+0.07
» 18	11 20 57	—35.25			—518.07	—518.46	+0.39	— 53.45	—0.01	0.20	— 53.26	— 52.88	—0.38
» 20	12 38 27	—37.42			—550.05	—548.19	—1.86	— 86.03	—0.03	0.35	— 85.71	— 85.08	—0.63
» 22	10 24 17	—38.24			—562.18	—562.00	—0.18	—113.15	—0.05	0.47	—112.73	—112.65	—0.08
» 24	9 0 31	—38.22			—561.95	—561.36	—0.59	—137.87	—0.06	0.52	—137.41	—137.70	+0.29
Déc. 6	11 35 14	—17.74			—261.02	—260.23	—0.79	—193.33	—0.10	0.81	—192.62	—193.35	+0.73
» 19	11 40 41	+20.77			+305.74	+306.87	—1.13	— 57.12	—0.01	0.24	— 56.89	— 56.19	—0.70

Les quantités inscrites dans les colonnes pour l'instant et pour x et y sont ici identiques à celles données dans la liste des observations. La correction pour la réfraction donnée dans deux autres colonnes des tableaux précédents est déterminée de la manière suivante. J'ai d'abord cherché l'angle horaire maximal, correspondant aux observations d'une soirée, pour calculer ensuite la plus grande distance zénithale dans laquelle Saturne a été observé ce jour-là. Ces deux quantités sont reproduites dans le tableau des constantes. Ensuite j'ai calculé la correction maximale pour la réfraction, qui affecte dans cette distance zénithale une distance observée de 1000″, et cette quantité se trouve indiquée dans les « constantes de réduction. » En mettant comme limite de précision pour cette correction 0″.02, de sorte qu'une correction au-dessous de cette limite est considérée comme négligeable, on trouve les « distances minimales » données dans le tableau des constantes, à partir desquelles on doit commencer à tenir compte de la réfraction. Pour toutes

L la longitude moyenne;

μ le mouvement moyen du satellite;

e l'excentricité de son orbite;

a'' son demi-grand axe, exprimé en arc de grand cercle et vu d'une distance moyenne de Saturne à la Terre;

(Δ) cette distance moyenne.

Nous avons d'abord :

$$\begin{array}{lll} x = \Delta \cos \alpha \cos \delta & x_1 = \Delta_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 & \xi = r \cos a \cos d \\ y = \Delta \sin \alpha \cos \delta & y_1 = \Delta_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 & \eta = r \sin a \cos d \\ z = \Delta \sin \delta & z_1 = \Delta_1 \sin \delta_1 & \zeta = r \sin d \end{array}$$

En exprimant les coordonnées du satellite vues du centre de Saturne en fonction des éléments de son orbite, les trois équations suivantes ont lieu en même temps :

$$\begin{aligned} \xi &= r [\cos u \cos \mathrm{N} - \sin u \sin \mathrm{N} \cos \mathrm{J}] \\ \eta &= r [\cos u \sin \mathrm{N} + \sin u \cos \mathrm{N} \cos \mathrm{J}] \\ \zeta &= r \sin u \sin \mathrm{J} \end{aligned}$$

et nous avons par conséquent les trois équations fondamentales :

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 \cos \alpha_1 \cos \delta_1 &= \Delta \cos \alpha \cos \delta + r [\cos u \cos \mathrm{N} - \sin u \sin \mathrm{N} \cos \mathrm{J}] \\ \Delta_1 \sin \alpha_1 \cos \delta_1 &= \Delta \sin \alpha \cos \delta + r [\cos u \sin \mathrm{N} + \sin u \cos \mathrm{N} \cos \mathrm{J}] \\ \Delta_1 \sin \delta_1 &= \Delta \sin \delta + r \sin u \sin \mathrm{J} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (\mathrm{I})$$

Les deux premières de ces équations se transforment facilement dans les suivantes :

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 \cos (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta_1 &= \Delta \cos \delta + r [\sin u \sin (\alpha - \mathrm{N}) \cos \mathrm{J} + \cos u \cos (\alpha - \mathrm{N})] \\ \Delta_1 \sin (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta_1 &= r [\sin u \cos (\alpha - \mathrm{N}) \cos \mathrm{J} - \cos u \sin (\alpha - \mathrm{N})] \end{aligned}\right\} \ldots (\mathrm{II})$$

Il en résulte donc :

$$\operatorname{tang} (\alpha_1 - \alpha) \cos \delta = \frac{r [\sin u \cos (\alpha - \mathrm{N}) \cos \mathrm{J} - \cos u \sin (\alpha - \mathrm{N})]}{\Delta + r [\sin u \sin (\alpha - \mathrm{N}) \cos \mathrm{J} + \cos u \cos (\alpha - \mathrm{N})]}$$

Il faut ici remarquer que r est exprimé en unités de Δ et Δ_1. Ordinai-

rement on donne ce rayon du satellite dans son orbite en unités du grand axe de l'orbite même. Pour lui donner ici la même signification, il faudra remplacer r par $r\,(\Delta)$ sin a''. Nous introduirons en même temps quatre angles auxiliaires pour séparer dans l'expression précédente les quantités constantes, ou peu variables, des autres :

$$\left.\begin{aligned} \sin f \cos F &= \cos(\alpha - N) \cos J \\ \sin f \sin F &= -\sin(\alpha - N) \\ \sin h \cos H &= \cos \delta \cos J \sin(\alpha - N) \\ \sin h \sin H &= \cos \delta \cos(\alpha - N) \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots (III)$$

Alors notre expression se transforme dans la suivante :

$$\operatorname{tang}(\alpha_1 - \alpha) \cos \delta = \frac{r\,(\Delta) \sin a'' \sin f \sin(F + u)}{\Delta + r\,(\Delta) \sin a'' \sin h \sin(H + u)} \dots\dots\dots (IV)$$

qui donne rigoureusement la différence d'ascension droite du satellite avec le centre de Saturne. Vu la petitesse des angles α_1-α et a'' nous pouvons remplacer leurs fonctions trigonométriques par les angles mêmes, sans commettre une erreur sensible. Nous avons donc :

$$(\alpha_1 - \alpha) \cos \delta = x'' = \frac{a'' r\,(\Delta) \sin f \sin(F + u)}{\Delta + r\,(\Delta) \sin a'' \sin h \sin(H + u)} \dots\dots\dots (V)$$

Bessel, dans son travail cité sur Titan (voir *Astronomische Nachrichten*, tome IX, p. 1 et suiv., p. 381 et suiv., tome XI, p. 17 et suiv.; aussi Bessel-Engelmann, I, p. 127 et suiv.), avait confondu dès le commencement les fonctions trigonométriques des petits angles avec les angles mêmes, opération parfaitement admissible dans le cas actuel et qui ne pourrait pas changer le résultat final d'une quantité sensible. Mais Bessel arrive de cette façon à une expression un peu plus compliquée que notre expression rigoureuse, puisqu'il était obligé d'introduire au lieu de nos angles auxiliaires h et H les formules suivantes :

$$\left.\begin{aligned} \sin h_1 \cos H_1 &= \sin \delta \sin J + \cos \delta \cos J \sin(\alpha - N) \\ \sin h_1 \sin H_1 &= \cos \delta \cos(\alpha - N) \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots (VI)$$

qui sont un peu plus compliquées. On verra dans la suite de cet exposé pourquoi je me suis arrêté ici à ce détail.

Pour chercher maintenant une expression pour la différence en déclinaison y'', nous nous servirons de la troisième formule du système (I) et de la première de (II), et nous nous permettrons de négliger tout d'abord le facteur $\cos(\alpha_1 - \alpha)$ dans cette dernière équation, en le prenant égal à l'unité. La plus grande distance $\alpha_1 - \alpha$ observée pour Japet ne monte pas à $10'$; or le cosinus de $10'$ étant égal à $1 - 0.0000043$, l'erreur maximale qu'on pourra commettre par cette négligence ne peut pas atteindre $0''.0026$ pour le satellite le plus éloigné du système, et pour Titan elle est seulement égale à $0.''0001$.

Nous écrirons donc :

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 \cos\delta_1 &= \Delta \cos\delta + r\,[\sin u \sin(\alpha - \mathrm{N}) \cos \mathrm{J} + \cos u \cos(\alpha - \mathrm{N})] \\ \Delta_1 \sin\delta_1 &= \Delta \sin\delta + r \sin u \sin \mathrm{J} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (\mathrm{VII})$$

Une transformation semblable à celle dont nous nous sommes déjà servi auparavant conduit alors aux expressions :

$$\begin{aligned} \Delta_1 \cos(\delta_1 - \delta) &= \Delta + r\,[\sin u\,(\sin \mathrm{J} \sin\delta + \sin(\alpha - \mathrm{N}) \cos \mathrm{J} \cos\delta) + \cos u \cos(\alpha - \mathrm{N}) \cos\delta] \\ \Delta_1 \sin(\delta_1 - \delta) &= \phantom{\Delta +{}} r\,[\sin u\,(\sin \mathrm{J} \cos\delta - \sin(\alpha - \mathrm{N}) \cos \mathrm{J} \sin\delta) - \cos u \cos(\alpha - \mathrm{N}) \sin\delta] \end{aligned}$$

En introduisant dans ces expressions, d'abord le facteur d'homogénéité pour r, puis les angles auxiliaires h_1 et H_1 d'après les équations de Bessel (VI), et enfin les suivantes :

$$\begin{aligned} \sin g \cos \mathrm{G} &= \cos\delta \sin \mathrm{J} - \sin\delta \cos \mathrm{J} \sin(\alpha - \mathrm{N}) \\ \sin g \sin \mathrm{G} &= -\sin\delta \cos(\alpha - \mathrm{N}) \end{aligned}$$

et en divisant les deux équations l'une par l'autre, on a :

$$\operatorname{tang}(\delta_1 - \delta) = \frac{r\,(\Delta) \sin a'' \sin g \sin(\mathrm{G} + u)}{\Delta + r\,(\Delta) \sin a'' \sin h_1 \sin(\mathrm{H}_1 + u)}$$

ou finalement ....(VIII)

$$(\delta_1 - \delta) = y'' = \frac{a'' r\,(\Delta) \sin g \sin(\mathrm{G} + u)}{\Delta + r\,(\Delta) \sin a'' \sin h_1 \sin(\mathrm{H}_1 + u)}$$

comme expression de la différence en déclinaison y', qui est à très peu de chose près rigoureuse.

Nous allons nous occuper maintenant de chercher des expressions approximatives pour x'' et y'' qui soient suffisamment exactes pour le cas spécial des satellites de Saturne et pour le degré de précision que j'ai voulu atteindre dans les recherches numériques reproduites dans la suite de ce travail.

Nous voyons d'abord immédiatement que le second membre du dénominateur dans les expressions de x'' et y'' est très petit par rapport au premier membre. L'erreur $\Delta\, x''$ qu'on commet en négligeant complètement ce nombre est :

$$\Delta\, x'' = -\frac{r^2\,(\Delta)^2\, a''\,\sin a''\,\sin f\,\sin h\,\sin(\mathrm{F}+u)\,\sin(\mathrm{H}+u)}{\Delta^2 + r\,\Delta\,(\Delta)\,\sin a''\,\sin h\,\sin(\mathrm{H}+u)}$$

En mettant ici r et toutes les fonctions trigonométriques égales à l'unité, puis $(\Delta) = \Delta$, et en négligeant le second terme du dénominateur, on a approximativemeut l'erreur maximale à craindre :

$$\Delta\, x'' = a''a''\,\sin 1''$$

En réalité ce maximum ne peut jamais être atteint, parce que les angles F et H sont, comme nous le verrons plus tard, dans une relation telle que H est à très peu de chose près égal à $\mathrm{F} + 90°$; les deux facteurs $\sin(\mathrm{F}+u)$ et $\sin(\mathrm{H}+u)$ ne peuvent donc pas devenir en même temps égaux à l'unité; si l'un s'approche de cette limite, l'autre est près de zéro. Enfin, en prenant pour plus de facilité l'expression écrite ci-dessus comme maximum de $\Delta\, x''$, et en négligeant le second membre du dénominateur dans l'expression de x', les erreurs maximales à craindre pour les différents satellites sont :

Japétus	1″.284
Titan	0.151
Rhéa	0.028
Dioné	0.015
Téthys	0.006
Encelade	0.008

Cette erreur peut avoir les deux signes : elle peut augmenter et diminuer numériquement les x'' et y''. Dans les calculs suivants je me suis permis de négliger le dit second membre pour les satellites jusqu'à Rhéa inclusivement, en supposant que la petite erreur qui en résulte se compensera dans un grand nombre de positions considérées à la fois. Pour les deux satellites plus éloignés, j'ai transformé les formules comme suit, ayant toujours en vue l'influence très faible de ce second membre sur le résultat final.

Nous avons

$$x'' = ra'' \frac{(\Delta)}{\Delta} \sin f \sin (F + u) - x''r \frac{(\Delta)}{\Delta} \sin a'' \sin h \sin (H + u)$$

En désignant le premier terme de cette équation par (x'') et posant

$$\gamma = r \frac{(\Delta)}{\Delta} \sin a'' \sin h \sin (H + u)$$

nous pouvons nous permettre de faire

$$x'' = (x'') - \gamma\,(x'')$$

Remarquons que cos J est toujours assez près de l'unité ; l'inclinaison J des orbites jusqu'à celle de Titan est comprise entre 5° et 7° et s'élève pour Japet à 14°. Le cosinus de 7° est égal à 1 — 0.0075, celui de 14° = 1 — 0.0297. Pour le calcul de la petite correction γ, nous pouvons donc sans scrupule mettre $\cos J = 1$. Dans ce cas les équations données plus haut pour les angles auxiliaires F et H donnent

$$\begin{aligned} \operatorname{tang} F &= -\operatorname{tang} (\alpha - N) \\ \operatorname{tang} H &= \operatorname{cotang} (\alpha - N) \end{aligned}$$

donc

$$H = F + 90°$$

et

$$\gamma = r \frac{(\Delta)}{\Delta} \sin a'' \sin f \cos (F + u) = (x'') \sin 1'' \operatorname{cotang} (F + u)$$

Nous avons donc finalement

$$x'' = (x'') - (x'')^2 \sin 1'' \operatorname{cotang} (F + u)$$

Dans l'expression de y'' apparaissent les angles auxiliaires h_1 et H_1, mais on peut très facilement voir que ces angles diffèrent très peu des angles h et H. J'ai déjà mentionné que Bessel avait introduit les angles h_1 et H_1 dans ces équations en remplaçant dès le commencement une fonction trigonométrique d'un très petit angle par cet angle lui-même. Dans les développements ici reproduits et qui sont rigoureux jusqu'ici, les angles h et H apparaissent à leur place. L'erreur commise en remplaçant les unes par les autres ne peut donc pas être d'un ordre supérieur à celle que Bessel a tenue pour négligeable, et qui l'est en effet. En réalité les équations pour les deux couples d'angles sont très analogues. Elles deviennent identiques si l'on néglige dans l'expression $\sin h_1 \cos H_1$ le terme $\sin \delta \sin J$, terme qui demeure en réalité toujours petit. Le sin J est pour les satellites jusqu'à Titan à peu près égal à 0.12 et pour Japet à 0.24. La déclinaison de Saturne δ est aussi renfermée dans certaines limites peu étendues. Son sinus ne dépasse pas 0.4, et il est pour l'opposition de 1881 égal à 0.23 au maximum. Le produit des deux quantités $\sin \delta \sin J$ varie donc pendant cette opposition pour les différents satellites entre 0.03 et 0.05 et pourra s'élever à d'autres époques jusqu'à 0.10. Vu la petitesse de la correction sur laquelle influe ce membre, nous sommes parfaitement autorisé à le négliger et à remplacer par conséquent les h_1 et H_1 par les h et les H. Mais ceci admis, toutes les considérations énoncées plus haut quant aux expressions de x'' se rapportent aussi à celles de y'', et nous pouvons immédiatement écrire :

$$(y'') = ra'' \frac{(\Delta)}{\Delta} \sin g \sin (G + u)$$
$$y'' = (y'') - (y'')(x'') \sin 1'' \operatorname{cotang} (F + u)$$

Je résume finalement comme suit les

Formules pour le calcul de l'éphéméride d'un satellite.

$$L = L_0 + \mu\,(t - t_0)$$
$$M = L - \pi = E - e \sin E$$
$$\mathrm{tang}\,\tfrac{1}{2}\,v = \mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}\,E\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$
$$l = v + \pi\,;\quad u = l - N$$
$$r = 1 - e \cos E$$
$$\sin f \cos F = \cos(\alpha - N) \cos J$$
$$\sin f \sin F = -\sin(\alpha - N)$$
$$\sin g \cos G = \cos \delta \sin J - \sin \delta \cos J \sin(\alpha - N)$$
$$\sin g \sin G = -\sin \delta \cos(\alpha - N)$$

$$f_1 = \frac{(\Delta)}{\Delta}\,a'' \sin f \qquad g_1 = \frac{(\Delta)}{\Delta}\,a'' \sin g$$
$$F_1 = F - N \qquad G_1 = G - N$$

$$(x'') = r f_1 \sin(F_1 + l)$$
$$(y'') = r g_1 \sin(G_1 + l)$$

$$\gamma = (x'') \sin 1'' \,\mathrm{cotang}\,(F_1 + l)$$
$$x'' = (x'')\,(1 - \gamma)$$
$$y'' = (y'')\,(1 - \gamma)$$

Pour chercher d'après un ensemble d'observations les corrections des éléments employés pour le calcul de l'éphéméride, je me suis servi des mêmes quotients différentiels que Bessel avait adoptés pour son travail déjà cité. Je les reproduis ici.

Quotients différentiels.

$$a = \frac{dx''}{dL_0} = \frac{f_1}{\sqrt{1-ee}}\left\{\cos(F_1 + l) + e\cos(F_1 + \pi)\right\}$$
$$b = \frac{dx''}{e\,d\pi} = \frac{-f_1}{\sqrt{1-ee}}\left\{\cos(F_1 + l)\left[\cos E\sqrt{1-ee} + \frac{e}{1+\sqrt{1-ee}}\right] + \cos(F_1 + \pi)\right\}$$
$$c = \frac{dx''}{de} = \frac{f_1}{\sqrt{1-ee}}\left\{\cos(F_1 + l)\sin E - \sin(F_1 + \pi)\sqrt{1-ee}\right\}$$
$$d = \frac{dx''}{da''} = \frac{x''}{a''}$$

$$e = \frac{dx''}{\sin i\, dn} = - r f_1 \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} i \cos (F_1 + l) - \frac{(\Delta)}{\Delta} a'' r \cos f \cos (l - n)$$
$$f = \frac{dx''}{di} = \qquad \frac{(\Delta)}{\Delta} a'' r \cos f \sin (l - n)$$

Ici n et i sont le nœud et l'inclinaison de l'orbite sur l'écliptique. Il est préférable de chercher les corrections de ces éléments au lieu de celles de ces valeurs rapportées à l'équateur, parce que l'angle J pour les orbites des satellites de Saturne est faible et introduit dans les quotients différentiels une trop grande incertitude. On a du reste :

$$\sin J \cos N = \sin \varepsilon \cos i + \cos \varepsilon \sin i \cos n$$
$$\sin J \sin N = \sin i \sin n$$
$$\sin i \cos n = \cos \varepsilon \sin J \cos N - \sin \varepsilon \cos J$$

ε étant l'obliquité de l'écliptique. Les quotients différentiels se rapportent aux différences dy'', si l'on remplace partout les f_1 F_1 et f par les g_1 G_1 et g. On a finalement :

$$\cos f = - \cos (\alpha - N) \sin J$$
$$\cos g = \cos \delta \cos J + \sin \delta \sin J \sin (\alpha - N)$$

Pour appliquer maintenant ces formules à la détermination d'orbites définitives d'après les observations des satellites données dans le chapitre précédent, il fallait d'abord choisir des éléments provisoires. En général je me suis tenu dans ce but aux résultats de mes premières « Recherches sur Saturne. » Mais comme les orbites de tous les satellites, à l'exception de Japet, se trouvent à peu près dans le même plan, j'ai fait une supposition unique sur sa position pour tous les satellites jusqu'à Titan, ce qui abrège notablement les calculs. J'ai pris comme valeurs provisoires pour le nœud et l'inclinaison des orbites d'Encelade, de Téthys, Dioné, Rhéa et Titan :

$$N = 122°55'0''$$
$$J = 6°35'0''$$

ou avec $\varepsilon = 23°27'14''$

$$n = 167°59'38''$$
$$i = 27°33'35''$$

Avec ces constantes le tableau suivant a été construit, donnant les quantités se rapportant au plan de projection sur lequel nous voyons depuis la Terre les mouvements des satellites. Elles sont données de cinq en cinq jours, et pour midi moyen de Greenwich. Les positions de Saturne introduites dans le calcul sont tirées du *Nautical Almanac*. La distance (Δ) est la même qui a été déjà employée pour les réductions précédentes.

Plan de projection.

Date.	$\lg \frac{(\Delta)}{\Delta} \sin f$.	Différen. 1 jour.	$\lg \frac{(\Delta)}{\Delta} \sin g$.	Différen. 1 jour.	F_1	Différence 1 jour.	G_1	Différence 1 jour.
1881						°		°
Août 15	0.02509	+78	9.55359	+79	319°.356	−0.013	231°.834	−0.008
» 20	0.02901	+77	9.55744	+70	319.292	−0.004	231.792	−0.002
» 25	0.03286	+75	9.56096	+64	319.273	+0.005	231.781	+0.004
» 30	0.03665	+73	9.56416	+56	319.297	+0.013	231.801	+0.010
Sept. 4	0.04030	+70	9.56698	+48	319.362	+0.022	231.852	+0.016
» 9	0.04383	+66	9.56935	+41	319.471	+0.030	231.933	+0.022
» 14	0.04715	+62	9.57145	+32	319.620	+0.038	232.043	+0.028
» 19	0.05029	+57	9.57299	+19	319.811	+0.045	232.181	+0.033
» 24	0.05315	+52	9.57396	+10	320.036	+0.052	232.344	+0.038
» 29	0.05577	+46	9.57449	+ 3	320.299	+0.058	232.533	+0.042
Oct. 4	0.05805	+39	9.57463	− 8	320.589	+0.064	232.740	+0.046
» 9	0.06001	+32	9.57420	−18	320.912	+0.068	232.969	+0.048
» 14	0.06161	+25	9.57328	−28	321.252	+0.073	233.209	+0.051
» 19	0.06285	+17	9.57186	−37	321.616	+0.077	233.465	+0.052
» 24	0.06368	+ 8	9.56999	−47	321.990	+0.078	233.724	+0.053
» 29	0.06410	0	9.56762	−55	322.379	+0.078	233.992	+0.053
Nov. 3	0.06412	− 8	9.56489	−63	322.767	+0.077	234.257	+0.052
» 8	0.06372	−16	9.56173	−69	323.155	+0.075	234.520	+0.051
» 13	0.06293	−24	9.55830	−75	323.530	+0.073	234.774	+0.049
» 18	0.06171	−32	9.55452	−79	323.898	+0.069	235.020	+0.046
» 23	0.06013	−39	9.55058	−83	324.244	+0.065	235.251	+0.043
» 28	0.05816	−46	9.54640	−84	324.572	+0.059	235.468	+0.039
Déc. 3	0.05587	−52	9.54219	−86	324.869	+0.054	235.663	+0.035
» 8	0.05325	−58	9.53789	−85	325.138	+0.046	235.838	+0.030
» 13	0.05036	−63	9.53365	−84	325.368	+0.039	235.988	+0.025
» 18	0.04720	−67	9.52943	−81	325.565	+0.031	236.115	+0.020
» 23	0.04384		9.52539		325.718		236.214	

Orbite d'Encelade.

Les éléments provisoires adoptés sont les suivants :

t_0 = 1881 août 15.0
L^0 = 12°20′
μ = 262°.73186
a'' = 34″.30
e = 0.0
π = 0°

L'époque t_0 se rapporte au méridien de Greenwich et la longitude moyenne L_0 est supposée correspondant réellement au moment t_0 et non en apparence, de sorte que le temps que la lumière emploie pour arriver de Saturne à la Terre doit être retranché de chaque instant observé avant de l'introduire dans le calcul. On a pris comme constante de l'aberration s = 498s.65 et les Δs, dont les instants doivent être diminués, sont reproduits pour les différents jours d'observation dans le tableau des constantes de réduction, p. 131. Ils sont exprimés en parties du jour moyen.

Je donne maintenant le tableau qui m'a servi à trouver facilement la longitude moyenne du satellite pour un instant quelconque dans l'époque de mes observations. Comme le mouvement moyen μ ici adopté n'est que très peu différent de sa valeur définitive, le tableau suivant pourra aussi servir dans d'autres cas.

Mouvement moyen.

MOIS	L_0	Jours.	μ.	Fraction de jour.	μ.
Août 0	31°.355	1	262°.732	0.1	26°.273
Septembre......... 0	256.043	2	165.464	0.2	52.546
Octobre........... 0	217.999	3	68.196	0.3	78.820
Novembre......... 0	82.687	4	330.927	0.4	105.093
Décembre......... 0	44.643	5	233.659	0.5	131.366
		6	136.391	0.6	157.639
		7	39.123	0.7	183.912
		8	301.855	0.8	210.185
		9	204.587	0.9	236.458
$365\ \mu = 137°.1289 + 266\ R$		10	107.319		
		11	10.050	0.01	2°.627
		12	272.782	0.02	5.255
		13	175.514	0.03	7.882
		14	78.246	0.04	10.509
		15	340.978	0.05	13.137
		16	243.740	0.06	15.764
		17	146.442	0.07	18.391
		18	49.173	0.08	21.018
		19	311.905	0.09	23.646
		20	214.637		
		21	117.369	0.001	0°.263
		22	20.101	2	0.525
		23	282.833	3	0.788
		24	185.565	4	1.051
		25	88.297	5	1.314
		26	351.029	6	1.576
		27	253.760	7	1.839
		28	156.492	8	2.102
		29	59.224	9	2.365
		30	321.956		
		31	224.688		

Avec ces quantités, l'éphéméride et les quotients différentiels ont été calculés. Deux observations de différences d'ascension droite sont exclues, parce que leur comparaison avec l'éphéméride fait supposer pour elles une erreur d'observation exceptionnellement grande. Ce sont les x' du 3 septembre et du 17 octobre, qui sont observés dans des conditions très défavorables. (Voir les remarques accompagnant la liste des observations.)

En introduisant les facteurs d'homogénéité suivants :

$$
\begin{aligned}
x &= 1.5885\, dL_0 \\
y &= 1.5822\, ed\pi \\
z &= 1.6765\, de \\
t &= 0.0605\, da'' \\
u &= 1.5971 \sin i\, dn \\
w &= 1.5650\, di \\
\nu &= 1''.57
\end{aligned}
$$

les coëfficients numériques étant des logarithmes, et ν l'unité des erreurs à égaliser, on obtient les équations de condition entre ces erreurs et les variations des éléments, d'où se déduisent les équations normales suivantes :

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
+12.550\,x & +\ 3.006\,y & +\ 2.542\,z & -\ 2.018\,t & -\ 7.917\,u & -\ 3.187\,w & = -1.610 \\
+\ 3.006\,x & +13.209\,y & +12.976\,z & +\ 0.736\,t & -\ 1.379\,u & +\ 1.130\,w & = -2.951 \\
+\ 2.542\,x & +12.976\,y & +19.062\,z & +\ 2.138\,t & -\ 0.878\,u & +\ 1.601\,w & = -1.261 \\
-\ 2.018\,x & +\ 0.736\,y & +\ 2.138\,z & +18.072\,t & -\ 2.190\,u & +\ 2.066\,w & = -0.245 \\
-\ 7.917\,x & -\ 1.379\,y & -\ 0.878\,z & -\ 2.190\,t & +18.879\,u & +\ 4.116\,w & = +4.789 \\
-\ 3.187\,x & +\ 1.130\,y & +\ 1.601\,z & +\ 2.066\,t & +\ 4.118\,u & +11.323\,w & = -0.443
\end{array}
$$

La résolution de ces équations donne les inconnues :

$$
\begin{array}{rlrl}
x = & +0.0955 & dL_0 = & +0^\circ 13' 17''.7 \\
y = & -0.4448 & ed\pi = & -0.018275 \\
z = & +0.2437 & de = & +0.00806 \\
t = & +0.0367 & da'' = & +0''.0501 \\
u = & +0.3028 & dn = & +1^\circ 30' 12''.5 \\
w = & -0.1192 & di = & -0^\circ 17' 31''.2
\end{array}
$$

et les erreurs moyennes dont ces corrections sont affectées :

$$
\begin{aligned}
\varepsilon L_0 &= \pm 0^\circ 23' 15'' \\
\varepsilon\pi &= \pm 67^\circ 36' 40'' \\
\varepsilon e &= \pm 0.00632 \\
\varepsilon a_{''} &= \pm 0''.161 \\
\varepsilon n &= \pm 0^\circ 39' 51'' \\
\varepsilon i &= \pm 0^\circ 22' 23'' \\
\varepsilon\nu &= \pm 0''.746
\end{aligned}
$$

ε_v étant l'erreur moyenne d'une observation. On obtient dès lors le système nouveau :

Eléments corrigés.

t_0 = 1881 août 15.0
L_0 = 12°33′18″
a'' = 34″.3501
e = 0.00806
π = 230° 4′ 0″
n = 169°29′50″
i = 27°16′ 4″
N = 125°27′18″
J = 5°53′ 5″

Ces éléments sont évidemment encore très incertains, et à considérer comme une première approximation. Mais il ne m'a pas paru d'un grand intérêt, pour le moment, de baser sur ces derniers chiffres une seconde approximation, car il est bien probable que l'incertitude n'en serait pas fort diminuée. Le satellite qui nous occupe est très peu lumineux et se trouvait le plus souvent à la limite du pouvoir optique de l'instrument employé. Les observations en sont donc beaucoup moins bien réussies que celles des autres satellites plus lumineux. Cela augmente sensiblement l'incertitude de la détermination des éléments par ces observations, surtout parce que les dimensions de l'orbite sont assez petites vues de la Terre. Une autre incertitude qui restera toujours très difficile à éliminer est celle de la direction du périsaturnium, non seulement parce que l'orbite est presque circulaire, mais aussi parce que les considérations théoriques démontrent que cette direction doit être sujette à un mouvement très rapide, provenant de l'influence de l'aplatissement de Saturne et de son anneau. On n'a pas encore les données nécessaires pour évaluer cette influence, mais il se pourrait que le périsaturnium d'Encelade fasse deux fois le tour de la planète dans une année. Ce mouvement, dont on ne peut pas encore tenir compte, introduit une

nouvelle incertitude dans le calcul de l'orbite. J'ai donc renoncé à une nouvelle approximation.

La correction du moyen mouvement μ se fera plus tard en même temps que celle des autres satellites. Les quantités x_c et y_c, dans le tableau des positions réduites d'Encelade du chapitre précédent, sont les différences d'ascension droite et de déclinaison d'après l'orbite corrigée; elles sont suivies de leurs différences avec les valeurs observées.

Téthys.

Eléments provisoires.

t_0 = 1880 octobre 27.0
L_0 = 310°30′
μ = 190°.69812
a'' = 42″.5
e'' = 0.015
π = 230°

De ces suppositions résultent les deux tableaux suivants du mouvement moyen et de l'équation du centre.

En introduisant maintenant les facteurs d'homogénéité suivants :

$$
\begin{aligned}
x &= 1.68274\, dL_0 \\
y &= 1.97564\, ed\pi \\
z &= 1.62754\, de \\
t &= 0.06242\, da'' \\
u &= 1.98679 \sin i\, dn \\
w &= 1.67469\, di \\
v'' &= 1''.36
\end{aligned}
$$

on obtient les équations de condition nécessaires à la formation des équations normales qui suivent :

Equations normales.

$$
\begin{aligned}
+20.654\,x + 5.610\,y + 2.387\,z + 2.256\,t - 3.974\,u - 3.778\,w &= -6.934 \\
+5.610\,x + 22.032\,y + 5.505\,z - 2.074\,t - 0.707\,u - 0.480\,w &= -4.439 \\
+2.387\,x + 5.505\,y + 16.667\,z - 1.587\,t - 1.707\,u + 1.137\,w &= -6.198 \\
+2.256\,x - 2.074\,y - 1.587\,z + 17.259\,t - 1.472\,u + 4.957\,w &= +1.890 \\
-3.974\,x - 0.707\,y - 1.707\,z - 1.472\,t + 3.650\,u + 0.230\,w &= +4.235 \\
-3.778\,x - 0.480\,y + 1.137\,z + 4.957\,t + 0.230\,u + 19.047\,w &= -0.153
\end{aligned}
$$

De ces équations dérivent les inconnues et leurs erreurs moyennes :

$$
\begin{array}{lll}
x = -0.1455 & dL_0 = -0^\circ 14' 7'' & \varepsilon L_0 = \pm 0^\circ 7' 53'' \\
y = -0.0642 & d\pi = -6^\circ 12' 11'' & \varepsilon \pi = \pm 6^\circ 51' 59'' \\
z = -0.2019 & de = -0.00647 & \varepsilon e = \pm 0.00260 \\
t = +0.2134 & da'' = +0''.2514 & \varepsilon a'' = \pm 0''.0947 \\
u = +0.9868 & dn = +1^\circ 43' 20'' & \varepsilon n = \pm 0^\circ 19' 34'' \\
w = -0.0939 & di = -0^\circ 9' 17'' & \varepsilon i = \pm 0^\circ 7' 30'' \\
 & & \varepsilon \nu = \pm 0''.417
\end{array}
$$

On a par conséquent les

Eléments corrigés :

$$
\begin{aligned}
t_0 &= 1880 \text{ octobre } 27.0 \\
L_0 &= 310^\circ 15' 53'' \\
a'' &= 42''.7514 \\
e &= 0.00853 \\
\pi &= 223^\circ 47' 49'' \\
n &= 169^\circ 42' 58'' \\
i &= 27^\circ 24' 18'' \\
N &= 127^\circ 6' 55'' \\
J &= 5^\circ 54' 57''
\end{aligned}
$$

La supposition pour l'excentricité de l'orbite étant la même que pour Téthys, la table pour l'équation du centre donnée précédemment pour ce satellite peut aussi servir pour Dioné.

L'introduction des facteurs d'homogénéité :

$$
\begin{aligned}
x &= 1.79995\, dL_0 \\
y &= 2.02165\, e d\pi \\
z &= 1.95275\, de \\
t &= 0.05678\, da'' \\
u &= 1.80905 \sin i\, dn \\
w &= 1.80985\, di \\
\nu &= 1''.96
\end{aligned}
$$

conduit aux équations de condition dont on déduit les

Equations normales.

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
+17.123\,x & -\ 2.439\,y & +\ 2.325\,z & -\ 0.120\,t & -\ 7.610\,u & -\ 1.891\,w & = -\ 5.158 \\
-\ 2.439\,x & +17.927\,y & -12.571\,z & -\ 1.013\,t & +\ 0.364\,u & +\ 0.040\,w & = +10.200 \\
+\ 2.325\,x & -12.571\,y & +17.125\,z & -\ 0.201\,t & -\ 0.106\,u & +\ 0.098\,w & = -11.437 \\
-\ 0.120\,x & -\ 1.013\,y & -\ 0.201\,z & +17.752\,t & -\ 3.165\,u & +\ 3.336\,w & = +\ 4.490 \\
-\ 7.610\,x & +\ 0.364\,y & -\ 0.106\,z & -\ 3.165\,t & +16.663\,u & +\ 0.473\,w & = +\ 0.828 \\
-\ 1.891\,x & +\ 0.040\,y & +\ 0.098\,z & +\ 3.336\,t & +\ 0.473\,u & +12.693\,w & = +\ 4.336
\end{array}
$$

au moyen desquelles on obtient les inconnues et leurs erreurs moyennes

$$
\begin{array}{lll}
x = -0.1771 & dL_0 = -\ 0^\circ 18' 55'' & \varepsilon L_0 = \pm\ 0^\circ\ 5' 53'' \\
y = +0.2171 & d\pi = +52^\circ 21' 32'' & \varepsilon\pi = \pm 16^\circ 25' 26'' \\
z = -0.4837 & de = -0.01057 & \varepsilon e = \pm 0.00152 \\
t = +0.2078 & da'' = +0''.3574 & \varepsilon a'' = \pm 0''.0854 \\
u = -0.0072 & dn = -0^\circ\ 1' 36'' & \varepsilon n = \pm 0^\circ 12' 26'' \\
w = +0.2639 & di = +0^\circ 27' 33'' & \varepsilon i = \pm 0^\circ\ 6'\ 2'' \\
 & & \varepsilon\nu = \pm 0''.389
\end{array}
$$

et par conséquent les

Eléments corrigés :

$$
\begin{aligned}
t_0 &= 1881 \text{ octobre } 27.0 \\
L_0 &= 292^\circ 17' 5'' \\
a'' &= 54''.7574 \\
e &= 0.00443 \\
\pi &= 232^\circ 21' 32'' \\
n &= 167^\circ 58'\ 2'' \\
i &= 28^\circ\ 1'\ 8'' \\
N &= 125^\circ 36'\ 5'' \\
J &= 6^\circ 55'\ 5''
\end{aligned}
$$

Mouvement moyen.

MOIS	L_0	Jours.	μ.	Fract. de jours.	μ.
1881					
Août 0.0	68.569	1	79°.690	0.1	7°.969
Septembre......... 0.0	18.963	2	159.380	0.2	15.938
Octobre........... 0.0	249.667	3	239.070	0.3	23.907
Novembre.......... 0.0	200.061	4	318.760	0.4	31.876
Décembre.......... 0.0	70.765	5	38.450	0.5	39.845
		6	118.140	0.6	47.814
		7	197.830	0.7	55.783
		8	277.520	0.8	63.752
		9	357.210	0.9	71.721
		10	76.901		
$365\ \mu = 286°.89380 + 80\ R$		11	156.591	0.01	0°.797
		12	236.281	0.02	1.594
		13	315.971	0.03	2.391
		14	35.661	0.04	3.188
		15	115.351	0.05	3.985
		16	195.041	0.06	4.781
		17	274.731	0.07	5.578
		18	354.421	0.08	6.375
		19	74.111	0.09	7.172
		20	153.802		
		21	233.492	0.001	0°.080
		22	313.182	2	0.159
		23	32.872	3	0.239
		24	112.562	4	0.319
		25	192.253	5	0.399
		26	271.943	6	0.478
		27	351.633	7	0.558
		28	71.323	8	0.637
		29	151.013	9	0.717
		30	230.704		
		31	310.394		

La substitution des facteurs d'homogénéité suivants

$$
\begin{aligned}
x &= 1.94796\, dL_0 \\
y &= 2.21136\, ed\pi \\
z &= 1.98186\, de \\
t &= 0.05393\, da'' \\
u &= 1.94246 \sin i\, dn \\
w &= 1.92356\, di \\
v &= 3''.33
\end{aligned}
$$

conduit alors aux équations de condition, d'où l'on tire les

$x = 2.30371\, d\,L_0$
$y = 2.41741\, e\, d\pi$
$z = 2.56851\, de$
$t = 0.07419\, da$
$u = 2.31283 \sin i\, dn$
$w = 2.28523\, di$
$\nu = 1''.64$

Les équations de condition obtenues par ces valeurs conduisent aux

Equations normales :

$$+13.005\,x + 0.566\,y + 3.508\,z - 0.094\,t - 5.518\,u - 2.110\,w = -7.674$$
$$+0.566\,x + 11.732\,y + 8.493\,z - 2.427\,t + 1.237\,u + 0.940\,w = -3.727$$
$$+3.508\,x + 8.493\,y + 12.719\,z - 2.100\,t - 1.616\,u - 0.159\,w = -3.109$$
$$-0.094\,x - 2.427\,y - 2.100\,z + 10.336\,t - 2.327\,u + 2.394\,w = +0.850$$
$$-5.518\,x + 1.237\,y - 1.616\,z - 2.327\,t + 12.197\,u + 0.321\,w = +3.983$$
$$-2.110\,x + 0.940\,y - 0.159\,z + 2.394\,t + 0.321\,u + 9.691\,w = +2.411$$

dont voici les inconnues avec leurs erreurs moyennes :

$x = -0.5425$	$dL_0 = -0°15'12''$	$\varepsilon L_0 = \pm 0°1'53''$
$y = -0.5253$	$d\pi = -6°19'14''$	$\varepsilon\pi = \pm 1°4'25''$
$z = +0.2808$	$de = +0.001244$	$\varepsilon e = \pm 0.000387$
$t = +0.0074$	$da'' = +0''.01023$	$\varepsilon a'' = \pm 0''.0972$
$u = +0.1683$	$dn = +0°9'57''$	$\varepsilon n = \pm 0°4'6''$
$w = +0.1788$	$di = +0°5'14''$	$\varepsilon i = \pm 0°2'4''$
		$\varepsilon\nu = \pm 0''.340$

Il en résulte les

Eléments corrigés :

t_0 = 1881 octobre 26.0
$L_0 = 121°26'16''$
$a'' = 176''.9102$
$e = 0.029869$
$\pi = 270°40'46''$
$n = 168°\ 9'35''$
$i = 27°38'49''$
$N = 123°55'56''$
$J = 6°35'22''$

Japétus.

Les éléments provisoires adoptés pour le calcul de l'éphéméride et les quotients différentiels étaient :

$$
\begin{aligned}
t_0 &= 1881 \text{ novembre } 0.0 \\
L_0 &= 200°16'26'' \\
\mu &= 4°.53804 \\
a'' &= 514''.4 \\
e &= 0.028625 \\
\pi &= 355°\ 0' \\
N &= 52°50' \\
J &= 14°\ 8'
\end{aligned}
$$

L'excentricité étant supposée la même que celle de Titan, la table de l'équation du centre donnée pour ce dernier satellite a pu être employée aussi pour Japet.

Mouvement moyen.

MOIS	L_0	Jours.	μ	Fractions de jours.	
1881					
		1	4°.538	0.1	0°.454
		2	9.076	2	0.908
		3	13.614	3	1.361
		4	18.152	4	1.815
		5	22.690	5	2.269
		6	27.228	6	2.723
		7	31.766	7	3.177
		8	36.304	8	3.630
		9	40.842	9	4.084
		10	45.380		
		11	49.918	0.01	0°.045
		12	54.456	2	0.091
Septembre.......... 0.0	283°.454	13	58.994	3	0.136
Octobre............ 0.0	59.595	14	63.532	4	0.182
Novembre.......... 0.0	200.274	15	68.070	5	0.227
Décembre.......... 0.0	336.415	16	72.608	6	0.272
		17	77.146	7	0.318
		18	81.684	8	0.363
365 μ = 216°.385330 + 4 R		19	86.222	9	0.408
		20	90.761		
		21	95.299	0.001	0°.005
		22	99.837	2	0.009
		23	104.375	3	0.014
		24	108.913	4	0.018
		25	113.451	5	0.023
		26	117.989	6	0.027
		27	122.527	7	0.032
		28	127.065	8	0.036
		29	131.603	9	0.041
		30	136.141		
		31	140.679		

L'inclinaison de l'orbite de Japet étant très différente de celles des autres orbites du système, les quantités employées pour le calcul des autres satellites et qui se rapportent au plan de projection, sur lequel nous voyons le mouvement des satellites, ne pouvaient pas être utilisées pour Japet. Les valeurs de f_{ι} g_{ι} F_{ι} G_{ι} sont donc calculées à part et directement pour les instants des observations de ce satellite. Je m'abstiens de les reproduire ici.

Les facteurs d'homogénéité introduits sont :

$$
\begin{aligned}
x &= 2.75358\, d L_0 \\
y &= 2.97108\, d\pi \\
z &= 2.94128\, de \\
t &= 0.03825\, da'' \\
u &= 2.73940 \sin i\, dn \\
w &= 2.75260\, di \\
v &= 3''.08
\end{aligned}
$$

Les équations de condition qui s'en déduisent fournissent les

Equations normales :

$$
\begin{array}{rrrrrrl}
+9.990\,x & +1.304\,y & -\;3.993\,z & +1.386\,t & -3.564\,u & -0.847\,w & = -5.011 \\
+1.304\,x & +7.860\,y & -\;7.686\,z & +3.460\,t & +0.889\,u & +0.626\,w & = -3.057 \\
-3.993\,x & -7.686\,y & +11.579\,z & -4.342\,t & +2.096\,u & +1.116\,w & = +4.483 \\
+1.386\,x & +3.460\,y & -\;4.342\,z & +8.333\,t & -0.434\,u & +2.530\,w & = -1.512 \\
-3.564\,x & +0.889\,y & +\;2.096\,z & -0.434\,t & +7.570\,u & +1.122\,w & = +2.283 \\
-0.847\,x & +0.626\,y & +\;1.116\,z & +2.530\,t & +1.122\,u & +9.698\,w & = -0.941
\end{array}
$$

Il en résulte les inconnues et leurs erreurs moyennes :

$$
\begin{array}{lll}
x = -\,0.4051 & d L_0 = -\,0^\circ\ 7'34'' & \varepsilon L_0 = \pm\,0^\circ\ 1'41'' \\
y = -\,0.2935 & d\pi = -\,1^\circ 54'53 & \varepsilon\pi = \pm\,1^\circ 10'48'' \\
z = +\,0.0825 & de = +\,0.0002909 & \varepsilon e = \pm\,0.000560 \\
t = +\,0.1102 & da'' = +\,0''.3108 & \varepsilon a'' = \pm\,0''.2890 \\
u = +\,0.1537 & dn = +\,0^\circ 7'27'' & \varepsilon n = \pm\,0^\circ 6'45'' \\
w = -\,0.1695 & di = -\,0^\circ 3'10'' & \varepsilon i = \pm\,0^\circ 1'39'' \\
 & & \varepsilon v = \pm\,0''.758
\end{array}
$$

et par conséquent les

Elèments corrigés.

t_0 = 1881 novembre 0.0
L_0 = 200°8′52″
a'' = 514″.7108
e = 0.028916
π = 353° 5′ 7″
n = 142°17′27″
i = 18°26′50″
N = 52°36′46″
J = 14° 5′56″

Les résidus finals des observations, d'après ces éléments corrigés, sont plus grands que ceux des autres satellites, à l'exception d'Encelade, et les signes surtout démontrent quelque chose de systématique dans ces erreurs. Cela doit être la conséquence d'une particularité de l'orbite de Japet, savoir que la durée de la révolution de ce satellite est presque exactement cinq fois plus grande que celle de Titan, le satellite prépondérant du système. Il en résulte des perturbations périodiques que Titan exerce sur Japet, qui doivent avoir une période de cinq fois la révolution de Japet moins une fois celle de Titan. Or, comme mes observations embrassent seulement une révolution et demie de Japet, ces perturbations ne peuvent pas se compenser mutuellement dans le courant du calcul; les éléments du satellite doivent par conséquent être considérés comme osculateurs autour de l'époque indiquée, et les erreurs finales des observations sont formées, en partie du moins, par les perturbations de Titan et des autres satellites.

M. Tisserand, dans un travail essentiellement théorique « Sur les déplacements séculaires du plan de l'orbite du huitième satellite de Saturne » (*Annales de l'Observatoire de Toulouse*, tome I, p. A. 1-52) a déterminé l'orbite de Japet par dix angles de position et distances observés en 1874, avec le grand équatorial de Washington. Il trouve :

$t_0 = 1874$ septembre 30.0
$L_0 = 333°16'.7$
$a'' = 514''.37$
$e = 0.02957$
$\pi = 348°0$
$n = 142°40'1$ } équinoxe de 1874.0
$i = 18°31'5$ }

Le savant français avait trouvé, par la discussion d'une observation faite par Cassini en 1714, que le mouvement rétrograde du nœud pendant une année doit être compris entre 2'43" et 3'5". En prenant la moyenne 2'54", on trouve la longitude du nœud pour 1881.7 rapportée à l'équinoxe de cette même époque :

$$n = 142°24'.3$$

La différence de cette valeur avec la mienne, 6'.8, est encore comprise dans la limite de l'erreur moyenne affectant mon résultat. La variation séculaire trouvée par Tisserand gagne donc en probabilité par les observations traitées plus haut. Les différences entre les deux orbites sont les suivantes :

	M—T
a'' =	$+0''.34$
e =	-0.00065
π =	$+5°5'.1$
n =	$-6'.8$
i =	$-4'.7$

Toutes ces différences sont relativement petites, et elles donnent une idée satisfaisante du degré d'approximation atteint par ces recherches. Mais il serait téméraire de vouloir déterminer, par ces deux systèmes d'éléments osculateurs et dont les époques sont à une distance d'à peu près huit ans, les variations séculaires de ces quantités, comme je l'avais essayé il y a quelque mois. J'ai donné les résultats dans les deux résumés du présent travail, que j'ai cités plus haut, mais je leur attribue trop peu de valeur pour les reproduire ici.

Dans un numéro des *Monthly Notices*, de novembre 1883, M. Hall de Washington a donné un résumé très condensé de ses recherches sur l'orbite de Japet d'après l'ensemble des observations de Washington faites dans les années 1875, 1876 et 1877. M. Hall ne donne que son résultat sur la distance et le mouvement moyen. Il trouve par 128 observations du satellite : $a'' = 515.''522$, donc de 0.″811 plus grand que moi, et de 1.″15 plus fort que le résultat de Tisserand qu'il avait trouvé par les observations de Hall faites en 1874. Le résultat de Hall mérite certainement la plus grande confiance, et doit être placé avant tous les autres.

CHAPITRE VII

Détermination de la Masse de Saturne.

Une conséquence à tirer des mouvements des satellites est la détermination de la masse de Saturne, y compris celle des anneaux, quantité très importante pour l'évaluation exacte des perturbations dans le système planétaire. Je l'ai déterminée par l'ensemble de mes observations des satellites, et au moyen des formules employées par Bessel dans les recherches déjà citées. J'ai seulement ajouté un petit terme pour tenir compte de l'influence de l'aplatissement de Saturne sur le mouvement des satellites, quantité parfaitement négligeable dans le cas des satellites plus éloignés, mais qui devient sensible pour les plus rapprochés. L'expression de la masse est alors

$$M = \frac{\left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 \sin^3 a - fm - e}{1 - \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 \sin^3 a}$$

Ici μ est le mouvement moyen sidéral du satellite, dont il faut retrancher l'influence de l'attraction du soleil; μ' le mouvement moyen sidéral de Saturne; a le demi-grand axe de l'orbite du satellite; f un facteur qui dépend des dimensions de l'anneau et de la distance du satellite et sur lequel je reviendrai; m est la masse de l'anneau exprimée en unités de la masse de Saturne; e enfin est l'influence de l'aplatissement de Saturne :

$$e = \frac{3\varepsilon r^2}{5a^2}$$

où ε est l'aplatissement et r le rayon de Saturne, le tout exprimé en unités de la masse de la planète.

Quant à l'influence du soleil sur le mouvement des satellites, j'ai adopté d'après les considérations émises dans mon premier travail sur Saturne l'équation

$$\frac{dE}{dt} = -46''.36 \frac{T_{,,}}{T_{1}}$$

dE est ici l'influence de l'attraction du soleil sur la longitude du satellite pendant l'intervalle d'une année, $T_{,,}$ est le temps de la révolution du satellite considéré, et T_{1} celui de Titan. Cette correction est donc, pour les différents satellites, la même que celle adoptée déjà dans mes « Recherches sur Saturne » de 1880. Elle est du reste toujours assez faible. Le facteur f a aussi été le même dans les deux travaux. Avec les dimensions de l'anneau trouvées dans le travail actuel, la série pour f devient, en négligeant l'excentricité des orbites des satellites :

$$f = 2.3388 \frac{1}{a^2} + 4.7977 \frac{1}{a^4} + 7.2921 \frac{1}{a^6} + \ldots .$$

les coëfficients étant écrits en logarithmes et a le demi-grand axe exprimé en secondes d'arc.

Il s'agit maintenant de déterminer le plus exactement possible le moyen mouvement μ des satellites. Je me suis demandé s'il est d'une utilité réelle de recourir pour cela à de très anciennes observations. Dans ce cas, il est vrai, on a l'avantage d'un grand intervalle de temps écoulé entre les deux époques, ce qui diminue l'influence de l'incertitude de l'observation de date ancienne sur le mouvement moyen à chercher. D'autre part la critique de ces observations est dans la plupart des cas très difficile. On ne sait pas au juste à quel plan fondamental se rapportent les observations, ou, si elles se rapportent à celui de l'anneau, comme on avait l'habitude de faire autrefois, on ne connaît pas assez exactement les variations séculaires de la position de ce dernier;

enfin il reste ordinairement une grande incertitude sur l'instant des observations. Vu toutes ces difficultés, on peut supposer qu'une longitude moyenne d'un satellite intérieur jusqu'à Titan, déterminée par une observation du siècle passé, est affectée d'une incertitude de 15° à 20° au moins. Mais il existe des séries d'observations des satellites faites dans le siècle actuel, pour lesquelles ces incertitudes n'existent pas. Il y a d'abord les séries d'observations précieuses sur Titan, faites avec l'héliomètre de Kœnigsberg par Bessel, dans les années 1830-32. L'incertitude de la longitude moyenne dérivée de toutes ces observations n'atteint pas une minute d'arc, et pour ce satellite il n'y a donc point de doute que la comparaison de mes résultats avec elles conduira à un meilleur résultat que si je les comparais avec quelques observations isolées du temps de Huygens par exemple. Pour les autres satellites il existe aussi des séries d'observations, n'ayant pas la même valeur, mais très bien réussies et soigneusement discutées. J'entends les observations faites par Jacob à Madras dans les années 1856 à 1858. Il avait traité un assez grand nombre d'observations pour en dériver, d'après une méthode quelque peu différente de celle employée dans le travail actuel, les éléments les plus probables des satellites jusqu'à Téthys, et une longitude moyenne pour Encelade. Ses résultats sont publiés en même temps que les observations dans les *Memoirs of the Royal Astronomical Society*, vol. XXVIII. Les erreurs moyennes dont ces résultats sont affectés ne sont pas indiquées avec les résultats, mais il me semble qu'elles ne peuvent guère être plus grandes que celles des miennes, surtout parce que les résultats que Jacob avait déduites des observations de 1856 à 1857 s'accordent très bien avec celles de 1857 à 1858. Or, l'erreur d'une longitude moyenne déterminée par l'ensemble de mes observations ne monte pas à 8′ pour les satellites, depuis Japet jusqu'à Téthys et j'estime que la précision d'une moyenne donnée pour 1857 par Jacob, est une cinquantaine de fois plus grande que celle d'une observation ancienne. L'avantage d'un intervalle plus grand me semble donc complètement annulé par la confiance plus grande qu'on doit attribuer

aux résultats de ces observations plus récentes. Ces considérations m'ont décidé à préférer, pour la détermination des moyens mouvements, la comparaison de mes observations avec celles faites dans le siècle actuel, soit par Bessel, soit par Jacob.

Voici d'après les ouvrages cités les différentes époques et longitudes employées :

	Ancienne époque.	L_0	Nouvelle époque.	L_0	Jours écoulés.
		°		°	
Encelade...	1858.0	83.950	1881 novembre 0.0	82.909	8705
Téthys....	1858.0	46.975	» »	117.871	8705
Dioné.....	1858.0	245.192	» »	98.425	8705
Rhéa......	1858.0	215.533	» »	198.878	8705
Titan.....	1830.0	125.161	» »	234.323	18932
Japet.....	1858.0	294.478	» »	200.148	8705

Toutes les longitudes sont rapportées au méridien de Greenwich, et au moment où la lumière part de la planète. Suivent les moyens mouvements adoptés μ_0, en se tenant dans ce calcul au millième de degré, puis le nombre de degrés parcourus par les différents satellites pendant l'intervalle correspondant, et la longitude qui en résulte pour l'époque la plus récente :

	μ_0	$\mu_0(t-t_0)$	L_0	Différence.
	°	°	°	°
Encelade..	262.732	2287082.060	86.010	— 3.101
Téthys....	190.698	1260026.090	113.065	+ 4.806
Dioné.....	131.535	1145012.175	97.367	+ 1.058
Rhéa.....	79.690	693701.450	196.983	+ 1.895
Titan.....	22.577	427427.764	232.925	+ 1.398
Japet.....	4.538	39503.290	197.768	+ 2.380

Les différences ainsi déterminées entre les longitudes observées en 1881 et celles dérivées pour la même époque des anciennes observations, dans les conditions données, fournissent, en les divisant par le nombre de jours écoulés, les corrections des μ_0 adoptés, et ensuite les moyens mouvements corrigés :

	μ
Encelade . . .	262°.731644
Téthys	190.698552
Dioné.	131.535121
Rhéa	79.690218
Titan	22.577074
Japet	4.538273

Puisque les longitudes pour les deux époques considérées sont comptées à partir de l'équinoxe des époques mêmes, ces mouvements se rapportent à un équinoxe mobile, c'est-à-dire, ils sont les mouvements moyens tropiques des satellites. Pour avoir leur mouvement vrai ou sidéral, il faut en retrancher le mouvement de l'équinoxe dans un jour, qui est égal à 0°.000038. Voici encore les corrections respectives pour l'influence de l'attraction du soleil sur le mouvement des satellites, et finalement les μ, tels qu'ils doivent être introduits dans le calcul pour la masse de Saturne, ainsi que les demi-grands axes a :

	dE	(μ)	a
Encelade . . .	0°.000411	262°.731195	34".3501
Téthys.	0.000296	190.698417	42.7514
Dioné.	0.000205	131.534878	54.7574
Rhéa	0.000125	79.690055	76.4838
Titan.	0.000035	22.577001	176.9102
Japet.	0.000007	4.538228	514.7108

Au premier abord je m'étais posé le problème de chercher, au moyen des six satellites à la fois, la masse de Saturne et celle de l'anneau. En introduisant dans ce but, dans l'expression donnée pour la masse M, au commencement de ce chapitre, les valeurs auxiliaires :

$$k = \left(\frac{\mu}{\mu_1}\right)^2 \sin^3 a \ ; \ M = M_0 + dM$$

on a l'équation

$$dM\,(1 - k) + fm = k - M_0\,(1 - k) - e$$

qu'on peut employer pour déterminer la masse de Saturne et celle de l'anneau séparément, par l'ensemble des six satellites, dont chacun fournira une équation de condition entre les deux inconnues m et dM et les résidus des résultats d'observations. Avec les chiffres donnés plus haut et le mouvement moyen sidéral de Saturne d'après Le Verrier (voir *Annales de l'Observatoire de Paris*, *Mémoires*, tome XII, p. A 3)

$$\mu_1 = 0\overset{\circ}{.}03345958$$

on obtient d'abord les k comme suit :

	k
Encelade	0.000284768
Téthys......	0.000289221
Dioné.......	0.000289133
Rhéa	0.000289202
Titan	0.000287260
Japet	0.000285856

Nous avons ensuite, en faisant $M_0(1-k) = 0.000287351$ et calculant les e et les f d'après les formules données plus haut, les équations de condition suivantes à résoudre par la méthode des moindres carrés :

	$k-M_0(1-k)-e=n$;		$dM(1-k)=x$;	f	Poids.
Encelade ..	$-$ 0.000003607	=	x	$+$ 0.2300 m	1.0
Téthys....	$+$ 0.000001198	=	x	$+$ 0.1382 m	4.4
Dioné	$+$ 0.000001373	=	x	$+$ 0.0797 m	9.1
Rhéa.....	$+$ 0.000001641	=	x	$+$ 0.0391 m	15.5
Titan.....	$-$ 0.000000130	=	x	$+$ 0.0070 m	73.1
Japet	$-$ 0.000001500	=	x	$+$ 0.0008 m	48.6

Les poids des équations sont ici déterminés d'après les carrés des distances des satellites, et le carré des erreurs moyennes dont les déterminations de ces distances sont affectées, suivant les résultats reproduits dans le chapitre précédent. Pour rendre plus homogènes les quantités numériques de ces équations de condition, j'ai multiplié les n par 1000000 et mis $10y = m$. Les équations normales deviennent alors :

$$+\ 151.700\,x + 27.242\,y = -\ 42.809$$
$$+\ 27.242\,x + 22.205\,y = +\ 17.644$$

et leur résolution donne

$$x = -\ 0.5449 \pm 0.5433$$
$$y = +\ 1.463 \pm 1.419$$

et par conséquent

$$M = 0.000286889$$
$$m = 0.000000146$$

les deux quantités étant exprimées en fractions de la masse du soleil. M est la somme de la masse de Saturne et de l'anneau, c'est-à-dire la valeur telle qu'elle doit être introduite dans les calculs de perturbations du système planétaire. L'inverse de cette quantité est :

$$\frac{1}{M} = 3485.67$$

La masse de l'anneau enfin, exprimée en parties de la masse de Saturne, devient d'après les chiffres précédents

$$m = \frac{1}{1960}$$

enfin la masse de Saturne seul, sans l'anneau, valeur réciproque = 3487.45.

La masse *m* ici trouvée est très inférieure à celle résultant des recherches de Bessel, qui est adoptée assez généralement jusqu'à présent. Cette dernière est déterminée par le mouvement du périsaturnium de l'orbite de Titan, et sa valeur est $\frac{1}{118}$ à $\frac{1}{119}$. Il faut bien avouer que l'incertitude de la détermination de *y*, c'est-à-dire de *m*, par le procédé et les résultats numériques dont je viens de me servir, est presque aussi grande que la valeur elle-même, de sorte que celle-ci ne mérite pas

beaucoup de confiance. D'un autre côté, la valeur obtenue par Bessel pour m est certainement beaucoup trop forte. Il avait développé une expression qui donne une relation entre le mouvement des lignes des absides par suite de l'attraction de l'anneau et sa masse. Pour Titan il pose (voir *Astronomische Nachrichten*, vol. 9, p. 45) :

$$d\pi = 205682'' m$$

$d\pi$ étant compris pour une année julienne. Pour cette quantité, il avait trouvé, par une comparaison de ses résultats relatifs à l'orbite de Titan avec le résultat de quelques anciennes observations de ce satellite, la valeur 1744."699, qui est le mouvement vrai, sidéral, l'influence du soleil étant déjà retranchée. Cette valeur de $d\pi$ introduite dans l'expression donnée plus haut fournit $m = \frac{1}{118}$. La comparaison de mes résultats relatifs à Titan avec les éléments donnés par Bessel ne change pas beaucoup la valeur de ce mouvement du périsaturnium. J'ai déjà donné dans le chapitre précédent cette quantité, qui était supposée apparente. Il faudra en retrancher 85."0 pour tenir compte du mouvement de l'équinoxe et de l'influence du soleil sur la variation séculaire de la position de la ligne des absides. On obtient donc pour $d\pi$ 1726."5, et il me paraît que cette valeur mérite une assez grande confiance, puisque la position du périsaturnium dans les deux époques éloignées est déterminée par un ensemble d'observations traitées de la même façon. L'incertitude de la longitude du périsaturnium de Titan pour 1830 est, d'après les 348 équations de condition que Bessel avait traitées, $\pm$ 21.'5; celle pour cette même longitude d'après mes 44 équations est $\pm$ 70.'8. L'incertitude sur l'évaluation du mouvement entier de cette ligne pendant l'intervalle de 51.7 années, écoulées entre les deux époques considérées, ne surpasse donc pas 92', ce qui fait à peu près 106" pour une année. Par suite de cette incertitude, la masse m devrait être comprise entre les limites $\frac{1}{113}$ et $\frac{1}{127}$, en admettant que la théorie de Bessel soit exacte.

ment. L'introduction des valeurs extrêmes 0.°509 et 0°.450 pour $d\pi$, déterminées de la façon expliquée plus haut pour le cas de Titan, fournit pour une des limites la masse de l'anneau égale à $\frac{1}{1647}$, pour l'autre une masse négative, donc imaginaire; d'après la théorie de Tisserand et les quantités déterminées par les observations qui précèdent, la valeur de la masse de l'anneau ne peut donc pas être plus forte que $\frac{1}{1647}$. Je remarque ici que celle que j'ai trouvée par l'ensemble des observations des satellites, savoir $m = \frac{1}{1960}$, est comprise dans les limites que je viens de déterminer. Mais la valeur la plus probable de m d'après la quantité $d\pi = 1726.''5$ est bien plus faible encore; j'obtiens avec ce chiffre $m = \frac{1}{26700}$.

On peut conclure des considérations précédentes

1° que la masse de l'anneau de Saturne est très minime, et certainement bien plus faible que la valeur trouvée par Bessel pour cette quantité;

2° que la variation séculaire de la ligne des absides de Titan, trouvée dans ce travail, $d\pi = 1726.''5$, est probablement trop faible. En faisant intervenir la masse de l'anneau $m = \frac{1}{1960}$, déterminée par l'ensemble des satellites, on obtient d'après Tisserand $d\pi = 1813''$.

Une autre question de ce domaine reste encore ouverte, celle de savoir si les influences perturbatrices des satellites entre eux sont négligeables dans la solution de ce problème. Le fait que l'éclat de Titan est très supérieur à celui des autres satellites de Saturne a très naturellement conduit à la conclusion que sa masse est probablement aussi tout à fait prépondérante dans le système et que par conséquent les perturbations qu'exercent les autres satellites sur Titan deviennent insensibles. On peut aussi supposer que les perturbations des cinq satellites intérieurs, et qui doivent agir sur $d\pi$ dans un sens contraire à celui des deux satellites extérieurs, sont à peu près compen-

sées par ces dernières. Mais tout ceci sont des suppositions en face desquelles Japet forme un gros point d'interrogation. Il est connu que ce satellite, le plus éloigné du système, change d'éclat régulièrement d'une quantité très considérable, quand il arrive dans une certaine position par rapport à la planète. Ce fait prouve que son albedo est très différent sur les diverses parties de sa surface, et il est parfaitement impossible de tirer une conclusion quelque peu plausible sur la masse de ce satellite, en se basant sur des observations photométriques, seul moyen qui nous reste dans le cas des satellites de Saturne qui n'ont pas de diamètre mesurable. On ne peut pas affirmer que la surface de quelque autre satellite de ce système ne soit pas tout entière dans les conditions de cette partie de Japet qui nous envoie une quantité très minime de lumière réfléchie. Dans ce cas, qui est loin d'être impossible, un satellite nous paraîtrait très petit, qui aurait en réalité une masse considérable. Si par exemple cela avait lieu pour Hypérion, le satellite très peu lumineux, situé entre Titan et Japet, et qu'il se trouvât avoir la même masse que Titan, les perturbations causées par Hypérion sur ses deux voisins pourraient certainement devenir très sensibles. Il me semble donc que la détermination de la masse de l'anneau par l'influence de son attraction sur un seul satellite reste toujours très incertaine. Aussi l'évaluation de cette petite quantité par deux satellites, par exemple Mimas et Titan, comme Tisserand l'a proposé, me semble hasardée. Les orbites des satellites intérieurs sont presque circulaires, et la détermination de la longitude du périsaturnium est par conséquent très difficile. Elle ne peut se faire qu'au moyen d'un grand ensemble d'observations exigeant plusieurs mois de travail. Mais pendant ce temps le périsaturnium lui-même aura déjà changé d'un nombre de degrés considérable, circonstance qui introduit une nouvelle incertitude fâcheuse dans la détermination des éléments au moyen d'une longue série d'observations. Il est parfaitement possible que la longitude du périsaturnium de Mimas change de 180° pendant une même série d'observations. Ce satellite est toujours difficile à observer, et même dans la colossale

lunette de Vienne, c'est un objet très délicat, qui est rarement visible quand il n'est pas près d'une élongation. Les observations micrométriques de ce satellite resteront donc toujours affectées d'une incertitude bien plus grande que celle des autres. Il me semble plus pratique de laisser de côté Mimas, et de chercher cette influence de l'attraction de l'anneau sur le mouvement des satellites au moyen de deux séries d'observations consacrées, à quelques années de distance, aux satellites compris entre Encelade et Titan. Pour avoir les éléments les plus probables pour les deux époques, il faudrait faire deux approximations au moins, la première avec un périsaturnium fixe, donnant une position moyenne approximative de cet élément pour l'époque considérée. Après cela il faudra calculer de nouveau les quotients-différentiels pour toutes les observations avec un périsaturnium mobile, la variation $d\pi$ étant donnée par la comparaison des deux π pour les deux époques. Finalement on pourra traiter ensemble les $d\pi$ trouvés dans la seconde approximation pour les différents satellites, pour en déduire une valeur moyenne de la masse de l'anneau, et en même temps une correction de l'aplatissement de Saturne. Je crois que les observations discutées dans le présent travail, combinées avec celles faites depuis une dixaine d'années à Washington, pourraient conduire à un bon résultat. Des circonstances fâcheuses ne m'ont pas permis de continuer ces recherches et de les compléter comme je l'eusse désiré; mais je tiens à déclarer que ce n'est certainement pas manque de bonne volonté si plusieurs conséquences à déduire de mes observations n'ont pas été suffisamment étudiées dans ce travail.

Vu l'incertitude qui règne encore dans l'évaluation de la masse de l'anneau, et en considérant qu'elle est en tout cas très minime, j'ai cru faire pour le mieux en la laissant tout à fait de côté pour la détermination définitive de la masse de Saturne, telle qu'elle serait à introduire dans les calculs de perturbations planétaires. En posant donc $m = o$, on obtient, ou par l'introduction de cette condition dans les équations normales (page 181), ou par le calcul direct des quantités $k - e$, l'inverse de la masse de Saturne

$$\frac{1}{M} = \mathbf{3482.48} \pm 5.50$$

Cette dernière valeur, que je considère comme la plus probable, coïncide encore avec celle qu'on obtient par les six équations de condition (page 180) dans la limite de l'incertitude des deux résultats.

Ce résultat diffère passablement de ceux qui ont été obtenus par plusieurs astronomes et qui sont habituellement employés maintenant dans les calculs. Le Verrier avait trouvé par les perturbations de Jupiter la réciproque de la masse égale à 3529.6. Bouvard l'avait déterminée par ce même mode égale à 3512. Bessel par l'ensemble des observations de Titan a trouvé 3501.6. Toutes ces recherches, on le voit, donnent une masse plus faible que celle qui se déduit de mes observations. Mais en ce qui concerne la valeur de Le Verrier, il paraît que, d'après Newcomb et d'autres, la théorie employée pour la construction des tables de Jupiter et de Saturne, laisse à désirer, et les conclusions qui en résultent, doivent subir une vérification. Il faut donc mettre à part les valeurs 3529.6 et 3512, déterminées d'une façon absolument différente du mode suivi dans les recherches qui précèdent. Le chiffre de Bessel, 3501.6, est le résultat de ses observations avec l'héliomètre de Kœnigsberg. Or c'est un fait connu que, avec cet instrument, le grand astronome obtenait toutes les distances plus faibles que les autres avec leurs instruments respectifs. En effet, avec l'héliomètre on a beaucoup plus de chance de dépasser le point de contact des deux objets à mesurer, en sorte que les disques des deux astres, par exemple de Titan et de Saturne, se recouvrent un peu, que de laisser un espace sombre entre les deux. On n'aperçoit pas aussi bien l'erreur d'ajustement dans le premier que dans le second cas, ce qui fait que le résultat moyen d'un grand nombre de mesures de la même distance est plutôt plus faible que la valeur réelle cherchée. Avec le micromètre à fils, en revanche, une erreur dans l'autre sens est plus à craindre, parce qu'on ne voit pas si les objets à observer sont toujours bien au milieu du

fil, et l'on peut facilement les faire coïncider avec le bord le plus rapproché du fil plutôt qu'avec son milieu. Il est donc probable que les erreurs constantes commises dans les observations micrométriques d'une même espèce sont pour l'héliomètre plutôt négatives, et positives pour le micromètre à fils. L'influence d'erreurs de ce genre sur la masse est telle, qu'avec l'héliomètre on la trouve plutôt trop faible, et le contraire avec le micromètre filaire, ce qui explique la différence entre le résultat de Bessel et le mien. En revanche on peut citer deux autres résultats obtenus d'une façon presque identique à la mienne, et qui ne diffèrent que de très peu de chose du résultat précité. Le premier est celui déterminé par Jacob au moyen de ses observations de Titan, faites avec un micromètre à fils. Il trouve $\frac{1}{M} = 3478.2$. Enfin je cite le résultat de Hall déduit de ses 128 observations de Japet, faites à Washington dans les années 1875 à 1877, également avec un micromètre à fils, en observant des passages au chronographe. Sa valeur obtenue pour la masse (voir *Monthly Notices*, novembre 1883) $\frac{1}{m} = 3482.2$, est même presque identique avec le résultat donné comme le plus probable à tirer de mes observations. Je remarque encore que Hall a négligé aussi l'action de l'anneau sur le mouvement du satellite. Vu cette coïncidence remarquable, il me semble prouvé que la masse de Saturne adoptée généralement jusqu'à présent doit être remplacée par un chiffre plus fort, et que la valeur donnée plus haut ne s'écarte probablement pas beaucoup plus de la vérité que son erreur moyenne ne l'indique. L'erreur constante d'observation à craindre, d'après les considérations précédentes, et qu'on ne peut pas déterminer dans le cas des satellites de Saturne, ne peut en tout cas pas être bien grande pour les observations de Washington, parce que dans l'énorme instrument de cet observatoire l'épaisseur des fils représente seulement une valeur angulaire minime.

Dans ce tableau, où le méridien adopté est celui de Greenwich :

E est l'époque moyenne à laquelle toutes les valeurs qui suivent sont rapportées;

L_0 la longitude moyenne du satellite dans son orbite pour cette époque, à l'instant où la lumière part de la planète;

T le temps de la révolution sidérale du satellite;

μ le mouvement moyen tropique dans un jour moyen;

a'' le demi-grand axe, vu de la distance 9.5389;

a ce même élément exprimé en rayons de l'équateur de la planète;

a_c le demi-grand axe, comme il résulte du calcul d'après la troisième loi de Kepler, en partant de l'orbite de Titan;

e l'excentricité de l'orbite;

π la longitude du périsaturnium;

N la longitude du nœud sur l'équateur terrestre;

J l'inclinaison de l'orbite sur ce même plan;

n la longitude du nœud comptée sur l'écliptique;

i l'inclinaison de l'orbite sur ce dernier plan.

La variation séculaire du périsaturnium de Titan est d'après les observations directes, dans une année julienne :

$$d\pi = + 1811''.5$$

et la même variation pour le nœud :

$$dn = + 35''.084$$

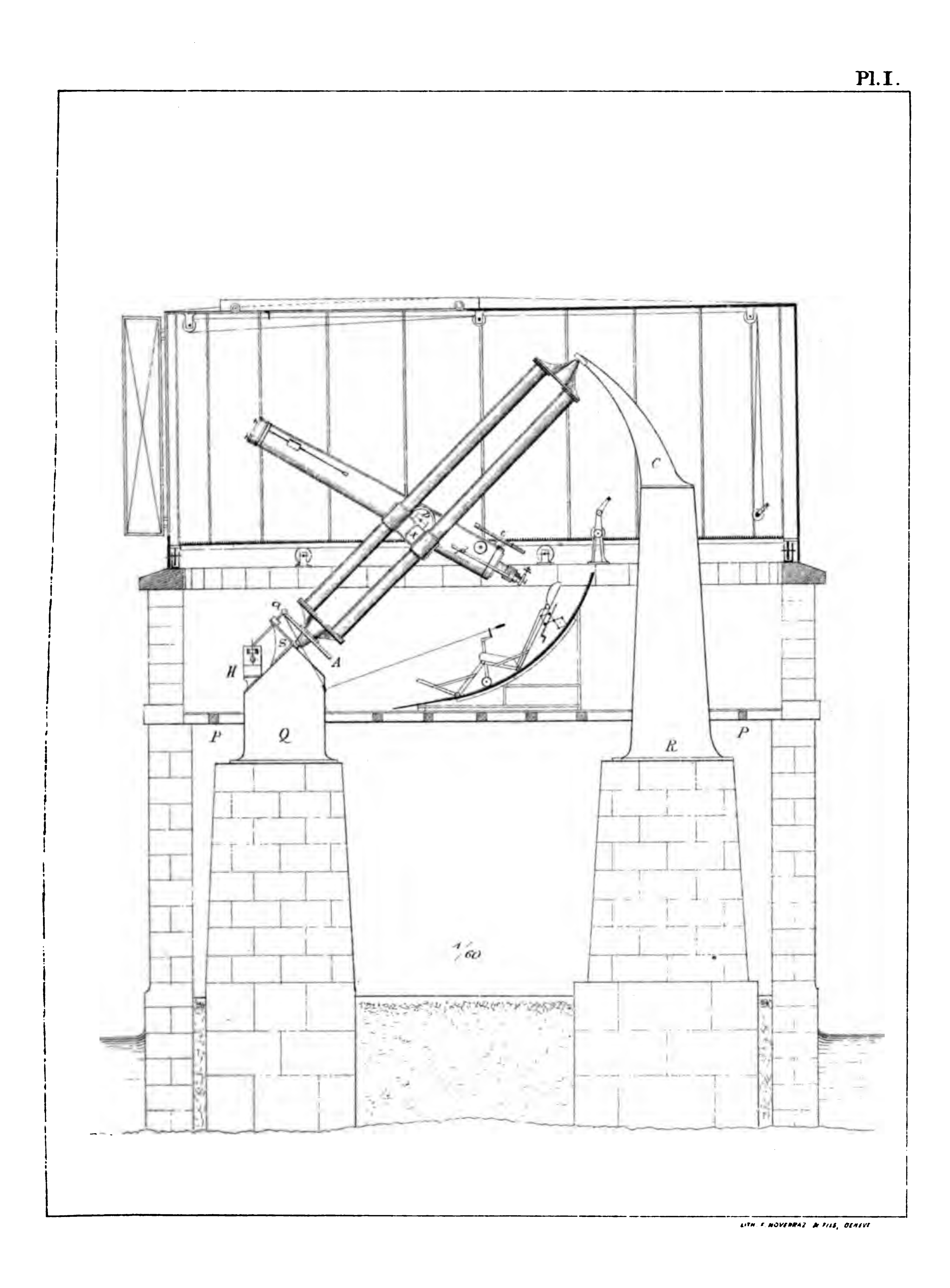
les deux quantités étant entendues comme valeurs tropiques et apparentes.

La valeur réciproque de la masse de Saturne, exprimée en unités de la masse du soleil est

3482.5

Pages.			
61.	Nov. 7.	La lecture pour *d* est 11.66	au lieu de 11.16
87.	Sept. 4.	La lecture du tambour pour $23^h\ 13^m\ 0^s$ est 58.65	» 58.55
89.	Oct. 16.	» » $22^h\ 52^m\ 25^s$ » 55.00	» 55.90
		y'' devient donc =11.35 et C—O (p. 136) =1.20	» 0.90
96.	Sept. 29.	La lecture du tambour pour $22^h\ 42^m\ 50^s$ est 19.00	» 19.75
		x'' devient donc =13.24 et C—O (p. 137) =0.39	» 0.20
98.	Oct. 17.	La lecture du tambour pour $23^h\ 23^m\ 35^s$ est 13.15	» 13.00
99.	» 26.	» » $23^h\ 44^m\ 20^s$ » 58.30	» 58.40
100.	Nov. 13.	» » $0^h\ 28^m\ 40^s$ » 50.05	» 50.95
		x'' devient donc =1.83 et C—O (p. 137) =0.31	» 0.09
101.	Déc. 3.	La lecture du tambour pour $3^h\ 52^m\ 25^s$ est 25.35	» 24.83
		x'' devient donc =22.93 et C—O (p. 137) = —0.12	» 0.00
103.	Août 25.	La lecture du tambour pour $0^h\ 55^m\ 35^s$ est 2.40	» 2.45
116.	Nov. 7.	» » $1^h\ 2^m\ 10^s$ » 27.43	» 27.50
116.	» 13.	» » $0^h\ 57^m\ 15^s$ » 40.05	» 40.45
		x'' devient donc =51.81 et C—O (p. 139) =0.30	» 0.40
118.	Déc. 19.	La lecture du tambour pour $5^h\ 44^m\ 10^s$ est 9.15	» 8.95
		y'' devient donc =19.97 et C—O (p. 139) =0.27	» 0.32
120.	Sept. 16.	La lecture du tambour pour $0^h\ 59^m\ 10^s$ est 43.25	» 43.55
120.	Oct. 9.	» » $1^h\ 22^m\ 30^s$ » 0.05	» 0.50
		x'' devient donc =193.63 et C—O (p. 140) =0.49	» 0.60
126.	Nov. 7.	La lecture du tambour est $7^t\ 12^p.70$	» $12^p.50$

Pl. I.



Lith. F. Noverraz & Fils, Genève

AVERTISSEMENT

La Société de Physique et d'Histoire naturelle, dans sa séance du 4 octobre 1883, a nommé une Commission spéciale pour l'étude de la transparence des eaux du Lac de Genève et de diverses questions connexes.

Cette Commission est composée de MM. J.-L. Soret, président, Edouard Sarasin, secrétaire, Ph. Plantamour, L. De la Rive, C. de Candolle, H. Fol, Raoul Pictet, Alb. Rilliet et Ch. Soret.

Diverses expériences ont été entreprises avec l'aide de la Société auxiliaire des Sciences et des Arts qui a bien voulu consacrer à cet objet une allocation de Fr. 2500.

En outre la Commission s'occupe de rassembler, pour les publier, les travaux des membres de la Société de Physique relatifs aux eaux du Lac et d'en provoquer de nouveaux.

Les mémoires de M. Marignac et de MM. Fol et Dunant insérés dans le présent volume commencent la série de ces publications.

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 2.

RECHERCHES

SUR LA

PROPORTION DE MATIÈRE ORGANIQUE

CONTENUE

DANS L'EAU DU RHONE A SA SORTIE DU LAC LÉMAN

ET SUR SES VARIATIONS

PAR

M. C. MARIGNAC

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1884

RECHERCHES

SUR LA

PROPORTION DE MATIÈRE ORGANIQUE

CONTENUE DANS L'EAU DU RHONE A SA SORTIE DU LAC LÉMAN

ET SUR SES VARIATIONS

Mémoire lu dans la séance du 17 avril 1884 [1].

Lorsque j'ai entrepris ces recherches au commencement de l'an 1882, on parlait beaucoup de la nécessité de prolonger, jusqu'au delà des jetées qui ferment le port de Genève, les tuyaux de la prise d'eau de la machine hydraulique, pour éviter la contamination de l'eau par quelques égouts qui se versent dans le port au-dessus de cette machine.

Des observations et des expériences, qui seront rappelées plus loin dans ce mémoire, sur la direction des courants dans le port, me portaient à considérer cette contamination comme impossible, ou du moins comme bien peu probable.

Je pensais qu'une preuve de plus pourrait être fournie à ce sujet par des déterminations comparées de la quantité de matière organique contenue dans l'eau fournie par la machine hydraulique et dans l'eau du lac à son entrée dans le port.

Les eaux d'égout en effet, renfermant toujours une très forte proportion de matière organique, ne pouvaient se mélanger avec l'eau du lac sans augmenter dans celle-ci la quantité de cette matière.

Après avoir fait un nombre suffisant d'essais pour établir ma conviction personnelle, j'ai pensé qu'il y aurait quelque intérêt à les prolonger

[1] Par suite du retard de l'impression, on a pu ajouter dans les tableaux numériques les observations postérieures jusqu'à la fin de juin 1884.

beaucoup plus longtemps pour résoudre, autant qu'il serait possible, une question purement chimique et théorique. Quelles sont les limites des variations qu'éprouve la proportion de matière organique contenue dans les eaux du Rhône et du lac près de Genève, et quel rapport y a-t-il entre ces variations et les phénomènes météorologiques dont on peut supposer qu'ils exercent quelque influence à cet égard. C'est là le sujet de ce mémoire.

En effet les analyses intéressantes, qui ont été déjà publiées sur cette question [1], sont loin d'être assez nombreuses pour en permettre la discussion. J'irai même plus loin. Si l'on remarque que les quantités de matière organique, bien que variant dans des proportions assez considérables si on les compare entre elles, demeurent toujours excessivement faibles, que la méthode par laquelle on les détermine, quelque simple et facile qu'elle paraisse, donne des résultats assez discordants par suite de modifications, même les plus insignifiantes en apparence, dans le mode opératoire, enfin que l'appréciation du résultat dépend absolument de la sensibilité de la vue de l'opérateur, on reconnaîtra sans doute qu'il y aurait peu de confiance à accorder à des conclusions fondées sur des essais faits par deux observateurs différents, à moins qu'ils n'eussent constaté, par des expériences comparatives, l'identité de leur appréciation.

Ce mémoire sera divisé en deux parties. Dans la première, je décrirai la méthode que j'ai employée, et les modifications très légères mais cependant utiles suivant moi, que j'ai cru devoir apporter au procédé généralement usité. Dans la seconde, j'exposerai les résultats de mes expériences et les conséquences que je crois pouvoir en tirer.

J'ajouterai à la suite, dans des notes additionnelles, quelques observations faites pendant le cours de ce travail, soit sur les eaux du Rhône, soit sur quelques autres et qui, malgré leur peu d'importance, peuvent cependant offrir quelque intérêt.

[1] L. Lossier, *Archives des sciences physiques et naturelles*, *2me période*, LXII, 20. Græbe et Guye, *Archives*, *3me période*, VII, 144.

PREMIÈRE PARTIE

Méthode d'essai.

De toutes les méthodes qui ont été proposées pour la recherche des matières organiques contenues dans les eaux potables, celle qui repose sur la décoloration du permanganate de potasse par ces matières sous l'influence de la chaleur, est de beaucoup la plus expéditive, on peut presque dire que c'est la seule qui soit susceptible d'une application pratique, lorsqu'on se propose de procéder à cette recherche par des analyses multipliées pour constater les variations que peuvent présenter ces matières dans diverses circonstances.

Je suis le premier à reconnaître combien cette méthode est imparfaite. Elle ne peut nous apprendre exactement la proportion absolue de matière organique contenue dans l'eau, puisque ce n'est que par approximation que l'on estime qu'une partie de permanganate détruit correspond à 5 °/₀ de matière organique, et que ce rapport varie nécessairement suivant la nature de cette matière [1]. Elle ne nous donne surtout aucun renseignement sur cette nature, qui certainement aurait, au point de vue de l'hygiène, une bien plus grande importance que la quantité absolue des matières organiques. Mais elle nous fournit cependant une indication approximative de la proportion de ces matières, et en tout cas une notion exacte de leurs variations relatives, ce qui peut dans beaucoup de cas avoir la plus grande importance pour faire juger si une eau, dont la salubrité habituelle a été constatée par l'expérience, a été contaminée par des causes accidentelles.

En outre, je ne suis pas bien convaincu qu'aucune des méthodes

[1] On verra à la fin de ce mémoire, par un essai fait sur le limon déposé par l'eau du Rhône, que ce rapport doit être dans certains cas fort exagéré.

d'analyse chimique, même celles dont la longueur et la difficulté rendent l'application presque impossible dans la plupart des cas, nous fournissent réellement des renseignements beaucoup plus utiles.

Ainsi bien des chimistes ont recommandé comme seule méthode exacte celle de Frankland, qui consiste à évaporer l'eau à siccité et à analyser le résidu par les méthodes usitées pour l'analyse élémentaire des matières organiques. Il est possible que cette méthode qui, en raison de sa longueur, ne peut être employée que dans des cas assez limités, donne quelque indication approchée sur la nature plus ou moins azotée des composés organiques contenus dans l'eau. Mais il faut remarquer cependant que nous ignorons complètement les rapports qui peuvent exister, soit quant à leur quantité, soit quant à leur nature, entre les matières organiques contenues primitivement dans l'eau, et celles que l'on retrouve dans le résidu de l'évaporation. Cependant il est certain qu'il y a entre elles une grande différence, comme le prouveraient au besoin les essais suivants.

J'avais voulu rechercher si l'on atteindrait une plus grande précision dans le dosage des matières organiques par le permanganate de potasse, pour des eaux qui n'en renferment que de très faibles proportions, en soumettant ces eaux à une concentration préalable par une évaporation assez lente, sans ébullition.

De l'eau du Rhône a été ainsi réduite au dixième de son volume primitif, une fois sans aucune addition, une seconde fois avec addition de $^1/_{1500}$ d'acide sulfurique. L'essai par le permanganate, en ramenant les chiffres à un même volume initial a donné :

	mg.			
Pour l'eau naturelle............	1,80	de permanganate	décoloré	par litre.
Eau concentrée sans addition.....	1,09	»	»	»
Eau acidulée et concentrée.......	1,19	»	»	»

Une eau de puits, plus impure, a été essayée de même, mais après avoir été réduite seulement au cinquième de son volume :

	mg.
Eau naturelle	4,68
Eau concentrée sans addition	3,08
Eau acidulée et concentrée	3,45

Ainsi, dans ce dernier cas, le seul fait de la réduction par évaporation à un cinquième de son volume a détruit, ou tout au moins transformé au point de la rendre inoxydable par le permanganate de potasse, plus du quart de la matière organique[1]. Que serait-ce si l'on eût poussé l'évaporation jusqu'à siccité ?

Ayant le projet de soumettre l'eau du Rhône à des essais très multipliés et prolongés, dans le but de rechercher si l'on pourrait expliquer d'une manière satisfaisante par les circonstances météorologiques les variations observées dans la proportion des matières organiques, et aussi de constater quelle pouvait être l'influence, soit de l'emplacement dans lequel elle serait puisée, soit de sa circulation dans les conduites d'eau de la ville ou de son séjour dans des réservoirs, je ne pouvais recourir qu'à une méthode facile et expéditive et je n'ai pas hésité à choisir la méthode d'essai par le permanganate de potasse, dite de Kübel, et décrite dans tous les traités d'analyse.

Ayant été conduit par mes expériences à apporter quelques légères modifications, qni m'ont paru cependant avoir une importance réelle aux prescriptions en usage, je crois devoir indiquer en détail la marche que j'ai suivie.

Je fais la préparation des liqueurs normales comme elle est prescrite par Fresenius. 0gr,63 d'acide oxalique très pur, cristallisé par refroidissement rapide de sa dissolution en très petits cristaux, et desséché à l'air, sont dissous dans un litre d'eau. Cette proportion correspond à 0,3163 de permanganate de potasse pur. On fait dissoudre dans un litre d'eau 0,320 de ce sel. 20 cent. cubes de la solution oxalique sont introduits dans un matras et additionnés de 2 cent. cubes d'acide sulfurique pur

[1] Ce fait a du reste déjà été signalé par M. Trommsdorff (*Zeitschrift für analytische Chemie*, VIII, 349).

mélangé avec une dizaine de cent. d'eau distillée. On chauffe à 70° environ et l'on ajoute peu à peu 20 cent. cubes de la solution de permanganate. La liqueur doit rester très faiblement colorée en rose. On ajoute à l'aide d'un tube gradué la quantité de la solution oxalique nécessaire pour produire la décoloration. Il est facile de calculer d'après ce résultat la quantité d'eau qu'il faut rajouter à la solution de permanganate pour la ramener exactement au même titre que la solution oxalique. On doit d'ailleurs constater cette équivalence par un nouvel essai. C'est ainsi d'ailleurs que l'on devra procéder chaque fois que l'on voudra s'assurer que les deux liqueurs ont bien conservé leur équivalence.

Pour procéder à un essai d'eau on en prend 100 ou 125 cent. (j'ai toujours employé 125 cent. uniquement parce que ce volume était celui qui correspondait le mieux à la grandeur des vases que j'employais), on ajoute 2 cent. d'acide sulfurique pur et 10 cent. de la solution normale de permanganate. On chauffe pendant un temps déterminé (je reviendrai tout à l'heure sur ce point), puis on ajoute 10 cent. de la solution oxalique. Enfin on procède au titrage exact par le permanganate de potasse, qui est instantanément décoloré par l'acide oxalique libre dans la liqueur, et dont la quantité équivaut exactement à celle des matières organiques qui avaient été oxydées par le permanganate de potasse.

Tous les chimistes qui ont étudié cette méthode insistent sur la nécessité de procéder toujours de la même manière pour le chauffage de la liqueur. Cela se comprend aisément, puisque le permanganate de potasse dans une liqueur acide se décompose peu à peu sous l'influence de la chaleur, même en l'absence de toute matière organique. Il est donc impossible d'obtenir des résultats constants si l'on n'opère pas toujours dans des conditions identiques. Je n'ai jamais réussi à réaliser cette identité absolue en suivant les prescriptions ordinaires indiquées. On se contente en général d'introduire les liqueurs dans un ballon, de porter à l'ébullition et de maintenir celle-ci pendant un temps déterminé, par exemple dix minutes. Mais on rencontre dans la pratique de cette opé-

	Eau distillée. cc.	Eau de puits.	Différence.
Après vingt minutes d'ébullition........	0,95	2,70	1,75
Après une heure.....................	1,45	3,15	1,70
Après trois heures...................	3,25	5,05	1,80

On voit encore que, sauf des variations qui ne dépassent pas les erreurs possibles d'observation, la quantité de matière organique détruite par le permanganate est arrivée à son terme après une ébullition de 20 minutes.

Il est sans doute à peine nécessaire de faire remarquer en tenant compte des notions précédentes, que la quantité de permanganate décolorée dans un essai d'eau ne donne la mesure de la proportion de matière organique contenue dans cette eau, qu'à la condition d'en retrancher celle qui a été détruite par l'action seule de la chaleur. Celle-ci est établie par un essai comparatif, fait dans des conditions identiques, sur de l'eau distillée pure de toute matière organique. Mais quand on opère, comme je l'ai fait, dans des conditions toujours absolument semblables, cette correction est constante et peut être établie une fois pour toutes par une série d'expériences faites avec grand soin.

Le procédé qui m'a paru le plus convenable pour préparer de l'eau distillée pure est celui qui a été indiqué par M. Stas dans son grand travail sur les poids atomiques. Il consiste à redistiller de l'eau distillée ordinaire avec le produit de la calcination de la potasse caustique avec du peroxyde de manganèse. Cette distillation doit être faite dans une cornue de verre dont le col pénètre dans un ballon refroidi, sans aucun bouchon de liège ou de caoutchouc, et avec assez de lenteur pour qu'il n'y ait jamais ébullition. Il convient de rejeter les premières portions qui pourraient renfermer de l'ammoniaque.

Il est clair que chaque opérateur doit déterminer lui-même le chiffre de cette correction, puisqu'il dépend de la manière dont il conduit ses opérations. Pour moi, dans les conditions que j'ai indiquées précédemment, elle s'élevait exactement à $^1/_2$ cent. cube de permanganate pour

du lac ou du Rhône, il suffit de suivre les variations qu'elle présente en la prenant toujours au même lieu. Il convient cependant d'écarter celle qui aurait séjourné plus ou moins longtemps dans un réservoir et pour laquelle l'influence de ces phénomènes se trouverait atténuée et retardée.

Pour ce motif j'ai continué ces essais en me bornant exclusivement à l'eau des conduites de la ville telle qu'elle arrive à mon réservoir [1].

Les résultats de ces essais sont consignés dans le 2me tableau. Pour rendre la comparaison plus facile et plus complète, j'y ai reproduit les observations déjà mentionnées dans le 1er tableau.

On y trouve indiqués :

1° La date des essais;

[1] Pendant l'hiver 1883-84, le régime des eaux dans le port a subi une modification assez importante. Pour exécuter dans le bras gauche du Rhône les travaux destinés à l'utilisation de la force motrice de ce fleuve, ce bras a été complètement barré. Toutes les eaux doivent donc passer par le bras droit. Il en résulte que les eaux des égoûts situés sur la rive gauche au-dessus du barrage doivent, après avoir suivi les quais, passer le long de ce barrage et devant la machine hydraulique pour atteindre le bras droit. Pour éviter leur mélange avec les eaux aspirées par la machine, l'administration a fait prolonger, jusqu'à une certaine distance dans le milieu du fleuve, en amont du barrage, la conduite à large section qui amène les eaux aux pompes. Il est probable aussi que ce mélange est en grande partie évité par cette raison, que les eaux d'égoût ayant séjourné longtemps le long du quai où le courant est très lent ont dû atteindre une température supérieure à celle des couches profondes du Rhône dans lesquelles s'ouvre la conduite d'aspiration, en sorte que lors même qu'elles se mélangeraient au courant général jusqu'au point où débouche cette conduite, elles n'en atteindraient pas nécessairement l'orifice.

J'ai voulu néanmoins m'assurer que ce changement momentané de régime n'introduisait aucun changement appréciable aux rapports de composition que j'avais observés deux ans auparavant. C'est ce qui résulte suffisamment de trois essais comparatifs faits le 19, le 20 et le 21 mars 1884 entre l'eau fournie par la machine et arrivant à mon réservoir, et l'eau du lac prise au milieu du couran[illegible] un peu au delà des jetées qui terminent le port. Il faut noter qu'à cette époque le lac s'était encor[illegible] maintenu au niveau très bas qu'il a eu tout l'hiver.

La quantité de permanganate décolorée par litre a été :

	Eau du lac.	Eau de la machine.
19 mars	1mg,40	1mg,40
20 »	1mg,52	1mg,40
21 »	1mg,40	1mg,26

Les différences ne dépassent pas les erreurs d'observation possibles, et ne pourraient être const[illegible] que par la moyenne d'un très grand nombre d'essais. Mais cette comparaison suffit pour mo[illegible] que pendant l'hiver 1883-84, aussi bien que dans la période précédente, les essais faits sur l'ea[illegible] conduites de la ville ont la même portée que ceux que l'on aurait pu faire sur l'eau prise direct[illegible] dans le lac.

Comparaison de l'eau des conduites de la ville à différentes époques (suite).

Date.	Permanganate	Limnimètre.	Temp. de l'eau	Eau de pluie.	OBSERVATIONS
1883	mg	cm	°		
6 mars.	0,84	123,5	5,8	...	Du 6 au 16, vent dominant SSO.
8	0,70	122,5	5,7	0,7	
10	0,70	123,1	5,5	...	
12	0,77	122,8	5,4	1,0	
14	0,84	121,5	5,4	0,6	
18	0,98	122,0	6,0	1,6	Vent assez fort le 15.
20	1,05	120,5	6,1	...	Du 17 au 23, vents du nord.
24	0,98	119,5	5,7	1,7	Forte bise le 22 et 23.
26	1,05	120,0	6,1	...	Depuis le 25, vents du sud.
28	0,98	119,0	5,9	0,6	
30	0,91	119,5	6,3	...	
1 avril.	0,70	123,0	7,1	3,0	Du 1 au 17 avril, vents du nord.
5	0,70	122,8	9,1	0,8	
7	0,77	130,5	9,4	...	Bise très forte depuis la veille.
8	0,84	129,0	9,3	...	Bise violente le 7, très forte le 8.
9	0,91	125,2	9,2	...	Rhône trouble le 8 et le 9.
11	0,84	131,0	7,8	...	Bise forte le 11 et le 12.
13	0,70	125,5	7,7	...	
17	0,63	123,3	9,6	...	
19	0,56	125,0	9,8	...	Depuis le 19, vents modérés, généralement du sud.
21	0,70	129,2	9,3	1,8	
23	0,84	130,3	8,8	1,5	
27	0,84	133,0	9,0	6,4	
30	0,91	134,5	8,0	1,9	
3 mai..	0,91	132,1	8,5	4,1	Vents modérés, variables jusqu'au 12.
6	1,05	129,0	9,7	0,6	
9	0,98	127,3	10,6	0,2	
12	0,84	131,6	8,2	5,4	
15	0,84	130,9	11,4	...	Du 13 au 24, vents du nord modérés.
18	0,70	136,7	14,1	...	
20	0,84	138,0	14,2	...	
23	0,77	135,2	14,2	...	
26	0,84	139,0	13,4	...	
29	0,84	143,4	14,6	2,3	
1 juin..	0,91	151,6	14,7	2,6	Du 1 au 6, vent du nord.
4	0,77	161,0	15,9	1,2	Pluies d'orage.
7	0,77	171,8	16,4	1,1	Du 7 au 10, vent du sud, fort le 8.
11	0,84	180,3	10,1	3,1	Du 11 au 29, vents du nord dominants.
14	0,91	184,5	16,1	0,1	Forte bise le 12 et le 13.
18	0,84	185,4	15,7	4,1	
21	0,84	179,0	15,7	0,6	
25	0,91	177,0	15,5	3,8	
28	0,91	177,5	16,9	3,9	
2 juillet	0,91	184,0	17,9	3,9	Vent variable jusqu'au 10. Pluies d'orage fréquentes.
5	0,98	188,0	18,5	0,6	
9	0,91	206,3	19,7	4,3	
12	0,98	214,5	15,2	0,4	Du 11 au 24, vents généralement du sud.

Comparaison de l'eau des conduites de la ville à différentes époques (suite).

Date.	Permanganate	Limnimètre.	Temp. de l'eau	Eau de pluie.	OBSERVATIONS
1884	mg	cm	°		
4 févr..	1,26	80,8	6,0	2,1	Vents variables du 1 au 11, sud dominant.
7	1,12	80,6	5,4	...	Brouillard le 5 et le 6.
11	1,26	82,2	5,3	0,2	Brouillard le 9, 12, 14.
14	1,26	80,2	6,2	3,6	Du 12 au 18, vents du nord.
20	1,39	78,9	6,1	0,2	
22	1,39	79,0	6,2	...	Du 21 au 25, vent SSO.
25	1,54	77,4	6,2	1,8	
28	1,39	79,8	6,2	4,2	
3 mars.	1,54	80,5	6,1	...	Vent variable et généralement faible tout le mois, sauf le 11,
6	1,69	78,6	6,3	...	le 22 et le 25.
10	1,39	77,6	6,7	...	
11	1,54	76,7	6,7	...	Eau prise à 2 h. Vent SO, violent depuis le matin.
13	1,39	77,6	6,7	...	
17	1,39	77,0	7,1	...	
19	1,39	74,8	7,4	...	
21	1,26	79,0	7,3	...	
22	1,52	79,2	7,4	0,5	Eau prise à 1 h. Bise forte depuis le matin.
25	1,14	77,0	7,2	...	Eau prise à 4 h. Forte bise, eau un peu trouble.
28	1,14	74,1	7,5	...	
31	1,07	74,9	7,7	...	
3 avril.	1,14	76,5	9,6	0,2	Vent faible tout le mois, du nord sauf le 7 et du 19 au 21.
7	1,14	70,2	9,1	0,6	
10	1,14	77,2	9,5	0,1	
14	1,26	78,7	8,7	0,1	
17	1,26	77,6	9,4	1,1	
21	1,39	81,5	8,6	7,1	
24	1,26	80,8	9,2	...	
28	1,26	79,2	10,4	...	
1 mai..	1,39	79,1	11,3	...	Vent du sud fort dans la nuit du 4.
5	1,39	81,8	8,3	3,2	
8	1,26	87,0	9,5	5,1	Depuis le 7, vent du nord faible presque constant sauf du 12
12	1,14	88,0	13,5	...	au 14.
15	1,26	94,4	11,9	0,7	
19	1,14	102,0	14,6	0,6	
24	1,14	110,5	15,7	1,3	
27	1,26	117,7	16,4	3,3	
30	1,26	123,5	15,6	...	
2 juin..	1,26	131,0		7,0	
5	1,14	131,5	15,1	1,0	Vent du sud, du 4 au 9.
9	1,14	135,1	8,7	3,0	Vent du nord, du 10 à la fin du mois.
12	1,26	140,7	12,3	2,6	Forte bise le 11 et le 12.
16	1,39	140,9	15,3	2,2	Forte bise le 15 et le 16.
19	1,39	140,2	15,2	...	
23	1,39	137,0	16,4	...	
26	1,39	137,9	17,3	0,1	
30	1,52	140,5	19,6	...	

III. **Comparaison des moyennes mensuelles**

MOIS	Permanganate.	Limnimètre.	Température du Rhône.	Température de l'air.	Eau de pluie.
	mg	cm	°	°	mm
Mars 1882.	1,31	84,2	7,5	7,6	37,6
Avril.......	1,39	96,6	9,5	9,2	106,3
Mai........	1,18	129,8	12,0	13,7	88,2
Juin........	1,18	139,1	13,5	16,0	103,6
Juillet......	1,01	164,1	16,1	17,1	81,5
Août........	0,72	161,7	16,4	17,3	88,9
Septembre...	0,85	161,5	15,5	13,9	159,3
Octobre.....	0,71	154,6	13,2	11,2	113,5
Novembre...	0,78	139,9	7,7	6,7	130,0
Décembre...	0,97	154,5	7,0	2,8	141,3
Janvier 1883.	1,54	164,4	6,5	2,3	42,7
Février.....	1,05	130,2	6,3	4,9	33,2
Mars.......	0,91	122,4	5,9	2,6	26,2
Avril.......	0,76	127,2	8,7	8,7	42,1
Mai........	0,86	135,1	11,6	13,8	49,8
Juin........	0,85	175,8	14,8	16,5	66,4
Juillet......	1,00	213,6	15,2	17,9	153,6
Août.......	1,03	188,6	17,3	17,5	32,2
Septembre...	1,13	155,7	15,8	14,6	143,1
Octobre.....	1,67	132,0	11,5	9,3	100,1
Novembre...	1,52	136,0	8,8	6,3	61,1
Décembre...	1,32	113,6	6,6	1,0	63,2
Janvier 1884.	1,35	88,2	6,1	3,4	34,2
Février.....	1,33	79,7	5,9	4,6	38,8
Mars.......	1,37	77,1	6,9	7,0	0,5
Avril.......	1,23	77,7	9,4	8,8	28,1
Mai........	1,25	98,0	13,2	14,7	77,5
Juin........	1,32	136,6	14,6	14,5	32,5

Bien que j'aie beaucoup étudié ces tableaux, je ne présente qu'avec beaucoup de réserve les observations que cette étude m'a suggérées. Les anomalies sont si nombreuses, les causes qui influent sur la proportion de matière organique sont probablement si complexes qu'il ne me paraît pas encore possible de donner une explication satisfaisante de toutes ses variations. Il y a cependant quelques points qui semblent ressortir de cette étude.

Les variations mensuelles entre les poids du permanganate décolorés par litre d'eau sont comprises (autant du moins qu'on peut le conclure

d'une période de deux années) entre $0^{mg},71$ (octobre 1882) et 1,67 (octobre 1883). La moyenne générale est de 1,11.

Les valeurs extrêmes qui aient été observées sont:

0,42 le 14 août 1882.

1,83 le 12 janvier, le 25 octobre et le 6 novembre 1883.

Il n'y a pas de relation nécessaire entre les époques de l'année et la proportion de matière organique. Nous en avons la preuve par le fait que le minimum et le maximum mensuels sont tombés sur le même mois d'octobre dans deux années successives.

La hauteur des eaux du lac paraît exercer une influence prépondérante sur les moyennes mensuelles. Mais cette influence peut se manifester par deux résultats opposés, et il n'est pas difficile de s'en rendre compte.

Dans les années normales, la grande élévation des eaux du lac en été et en automne est due à l'énorme masse d'eau provenant de la fonte des glaciers et amenée par le Rhône, l'influence des autres affluents du lac est presque nulle alors en comparaison de celle-là. Or cette eau arrive avec une température bien inférieure à celle des eaux du lac près de sa surface, elle en gagne donc immédiatement la profondeur. C'est un fait dont il est d'ailleurs facile de s'assurer lorsque, en été, on se promène en bateau dans le voisinage de l'embouchure du Rhône.

On voit que ses eaux bourbeuses ne se mêlent à celles du lac que jusqu'à une faible distance, puis elles disparaissent en s'enfonçant au-dessous des eaux bleues du lac. Il en résulte que, pendant toute cette période, les eaux du lac complètement éclaircies par un long repos et épurées par l'action de l'air, sont incessamment soulevées et ramenées à la surface et que ce sont celles-là principalement que nous recevons dans le Rhône à sa sortie du lac [1].

[1] On serait peut-être tenté, au premier abord, d'attribuer la diminution de matière organique, en été, à ce que l'eau provenant de la fonte des glaciers, qui domine de beaucoup dans cette saison, en renferme moins que les eaux de pluie ou des affluents autres que le Rhône. Ce fait est certain, mais il ne peut exercer sur la qualité de l'eau qui sort du lac qu'une influence indirecte et très lointaine.

La superficie du lac est d'environ 578 kilomètres carrés. Le débit moyen du Rhône à Genève, pen-

remarquables par l'abondance des pluies. On peut constater en effet, pour ce même mois de janvier 1883, ce fait tout à fait extraordinaire que le niveau moyen du lac a dépassé tous ceux qu'il avait atteints dans le cours de l'année précédente.

Les proportions également exagérées de matière organique dans les mois d'octobre et novembre 1883 me paraissent aussi explicables par l'influence d'une période très pluvieuse de juillet à octobre.

L'influence des pluies prolongées se trouve indiquée par les remarques précédentes ; mais on voit qu'on ne peut s'en rendre compte qu'en ayant égard aux conditions de température. Ainsi les pluies énormes de septembre 1882 n'ont pas sensiblement augmenté la proportion de matière organique pour les mois de septembre à novembre. Mais on remarquera que pendant ce mois la température de l'air était inférieure à celle du lac, en sorte que les eaux de pluie, refroidies encore par leur mélange avec celles qui provenaient de la fonte des glaciers, ne devaient pas rester à la surface. Au contraire les pluies presque aussi considérables de juillet 1883, tombées à une époque où la température extérieure était supérieure à celle du lac, se sont traduites par l'augmentation de la matière organique pendant les mois suivants et surtout par le fait que sa proportion ne s'est point abaissée aux chiffres qu'elle avait atteints l'année précédente.

A côté de ces causes, agissant d'une manière prolongée et dont l'influence peut se manifester dans les moyennes mensuelles, il en est de passagères dont l'effet peut être très marqué, mais disparaît en peu de jours.

Ainsi une pluie très abondante donne lieu à une augmentation rapide de la matière organique. Du 21 au 22 mars 1882 nous la voyons s'élever de 1,01 à 1,52 [1] pour une pluie de 26^{mm},2, retomber à 1,26 le 23 et se relever de nouveau à 1,52 dans l'après-midi par l'action d'une bise violente. Du 14 au 17 août 1883, à la suite d'une chute de pluie de 42^{mm},

[1] Pour abréger, dans toute cette exposition, je cite les variations du poids du permanganate de potasse décoloré comme représentant celles de la matière organique.

qui n'est point complètement chassée par la dessiccation à 120° (l'argile en retient au moins 10 p. 100), et probablement aussi une partie de l'acide carbonique. Il résulte de là que le poids de la matière organique est certainement inférieur, et probablement très inférieur, à 12 p. 100[1].

D'autre part j'ai essayé de le traiter par le permanganate de potasse en opérant sur 50^{mg} de limon desséché, mêlé à 125 c. c. d'eau distillée et 2 c. c. d'acide sulfurique, comme pour un essai d'eau. J'ai trouvé que 100 p. de limon décolorent 8,4 de permanganate, d'où il résulte qu'en supposant même que la matière organique se fût élevée à 12 p. 100 le rapport entre le permanganate et la matière organique aurait été seulement de 1 : 1,43.

Il est bien certain que la matière organique du limon n'est plus identique avec celle qui existait dans l'eau. Malgré cela il me semble difficile de ne pas en conclure que le rapport de 1 : 5, généralement admis par convention, est, au moins dans bien des cas, fort exagéré.

IV. Eau de l'Arve.

J'ai fait trois essais sur l'eau d'Arve par le permanganate de potasse, j'ai obtenu :

	mg.
4 avril 1882	4,17
8 »	3,54
19 »	6,90

Le premier échantillon avait été pris près de la passerelle vers la Jonction, les deux autres un peu au-dessus du pont de fer sur la route de Lancy, mais sur la rive droite, en sorte que l'eau ne devait pas y être fortement influencée par les égouts de Carouge.

La prise du 19 avril a eu lieu par de très hautes eaux à la suite de fortes pluies. L'eau était très trouble, mais on l'a décantée avant de la soumettre à l'essai, lorsqu'elle était à peu près éclaircie.

[1] D'après MM. Risler et Walther (*Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles*, XXIV, 122), le limon du lac renferme moins de 5 % de matière organique.

Ces trois eaux présentent les caractères suivants :

Par l'azotate d'argent, le chlorure de baryum, l'oxalate d'ammoniaque, elles précipitent bien plus abondamment que les eaux du Rhône et de l'Arve.

Soit avec le réactif de Nessler, soit avec l'acide sulfurique et une solution d'amidon et d'iodure de zinc, elles ne donnent aucun indice de la présence d'ammoniaque ou de nitrites.

Avec la brucine elles produisent une coloration rose très prononcée indiquant une forte proportion de nitrates.

J'ai déterminé dans ces trois eaux :

1° La proportion, pour un litre, du résidu d'évaporation desséché à 160°.

2° La quantité de permanganate de potasse décoloré.

3° Approximativement, la proportion d'acide nitrique par l'essai au moyen de l'acide sulfurique et de l'indigo.

J'ai obtenu les résultats suivants :

	Dates.	Résidu fixe.	Permanganate.	Acide nitrique.
		g.	mg.	g.
Fontaine des Eaux-Vives ..	1 avril 1884.	0,780	2,79	0,081
Puits, rue Senebier	17 mars 1882.	0,600	4,55	»
»	26 avril » .	0,680	5,31	0,048
»	9 mai » .	0,588	3,16	»
»	5 avril 1884.	0,600	3,29	0,055
Puits, chemin des Sources.	21 avril 1882.	0,728	4,43	0,093
»	29 » » .	0,712	4,30	»

La forte proportion de nitrates contenue dans ces eaux les rapproche beaucoup de celles des anciennes fontaines de la ville analysées par Tingry et conduit à leur attribuer une origine commune.

On a quelquefois supposé qu'elles pouvaient provenir de l'Arve qui pénétrerait dans des couches perméables à une assez grande distance de la ville, par conséquent à un niveau assez élevé. Cette hypothèse me paraît fort peu probable; on ne voit pas en effet comment l'eau d'Arve se chargerait ainsi de nitrates en traversant des couches de graviers stériles.

la consommation d'une si grande ville, en sorte qne la plupart des quartiers sont encore desservis par la canalisation principale qui emprunte les eaux de la Seine et du canal de l'Ourcq (de la Marne).

J'ai examiné ces trois eaux, savoir :

Eau de la Vanne, prise le 8 mai 1882 au siphon d'arrivée du réservoir de Montsouris.

Eau de la Dhuis, prise le 9 mai 1882 au réservoir de Ménilmontant à la conduite d'arrivée. Il faut remarquer toutefois qu'elle n'est pas tout à fait pure ; en effet elle a reçu, un kilomètre plus haut, de l'eau venant de Saint-Maur (Marne).

Eau de la canalisation générale, prise dans une maison, rue Mazarine, le 9 mai 1882. Cette eau avait passé par le filtre de ménage usité à Paris.

Ces eaux donnent :

Avec la chlorure de baryum, un trouble fort pour l'eau de la canalisation générale, faible pour l'eau de la Dhuis analogue à celui qui se produit avec l'eau du Rhône, presque inappréciable avec l'eau de la Vanne.

Par l'azotate d'argent, trouble fort avec l'eau de la Dhuis, très peu plus faible avec l'eau de la canalisation générale, moindre encore avec l'eau de la Vanne, presque inappréciable avec l'eau du Rhône.

Aucune d'elles ne donne par le réactif de Nessler, ou par l'acide sulfurique avec une solution d'amidon et d'iodure de zinc, d'indice de la présence d'ammoniaque ou de nitrites.

Toutes trois donnent avec la brucine une coloration faible mais évidente, indiquant la présence de nitrates.

J'ai déterminé pour ces trois eaux :

Le résidu d'évaporation desséché à 160°.

La quantité de permanganate de potasse décoloré.

Approximativement l'acide nitrique par l'indigo.

	Résidu fixe.	Permanganate.	Acide nitrique.
	g.	mg.	mg.
Vanne	0,236	0,25	8,9
Dhuis	0,290	2,2	10,7
Canalisation générale	0,400	6,3	7,1

Comme on le voit, l'eau de la Vanne est surtout remarquable par l'absence presque totale de matières organiques.

L'eau de la Dhuis en renferme un peu plus que l'eau du Rhône, quant à celle de la canalisation générale, elle en contient 3,77 fois plus que le maximum que j'ai rencontré dans l'eau du Rhône.

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
Tome XXIX. — N° 3.

RECHERCHES
SUR LE
NOMBRE DES GERMES VIVANTS
QUE RENFERMENT
QUELQUES EAUX DE GENÈVE ET DES ENVIRONS
FAITES
AU PRINTEMPS DE L'ANNÉE 1884

PAR
HERMANN FOL
ET
PIERRE-LOUIS DUNANT

GENÈVE
LIBRAIRIE H. GEORG, RUE DE LA CORRATERIE
1884

GENÈVE. — IMPRIMERIE SCHUCHARDT.

RECHERCHES

SUR LE NOMBRE DES GERMES VIVANTS

QUE RENFERMENT QUELQUES EAUX DE GENÈVE ET DES ENVIRONS

FAITES AU PRINTEMPS DE L'ANNÉE 1884

Dans une notice préliminaire, nous avons présenté au Conseil administratif les premiers résultats de nos expériences des 14 mars, 12 et 16 avril. Nous venons aujourd'hui compléter ces premiers résultats et communiquer les faits nouveaux, constatés dans nos dernières expériences, faites les 23 et 26 avril, 14, 21 et 26 mai, 8 et 17 juin.

La durée de chaque expérience, qui doit être suivie d'une longue période d'observation, et le nombre restreint des appareils dont nous disposions, par le fait du crédit limité qui nous était alloué, nous ont empêché de multiplier les expériences autant que nous l'aurions voulu. Nous avons opéré avec un soin extrême, une méthode rigoureuse et des appareils perfectionnés par l'un de nous, qui a rendu compte des procédés employés à la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève[1].

Notre but principal a été de rechercher si l'eau provenant du Léman présente des différences appréciables sous le rapport du nombre de germes vivants, suivant qu'elle est puisée en divers points soit du lac, soit du port, à la surface, ou dans la profondeur, à la hauteur de la principale prise d'eau de la machine hydraulique, dans le réservoir du bois de la Bâtie et dans quelques fontaines de la ville.

[1] Nouvelle méthode pour le transvasage des bouillons stérilisés, etc., par M. H. Fol (*Archives des Sciences de Genève*, t. XI, p. 557. 1884).

4me expérience (23 avril).

Le 23 avril on répète l'expérience du 12 avril pour comparer l'eau puisée dans le port près de la pierre à Niton et l'eau puisée dans le Rhône près de la prise supérieure de la machine hydraulique à vapeur. 30 ballons sont ensemencés comme précédemment avec chacune de ces deux eaux qui ont été recueillies à la surface. On trouve :

Port, Pierre à Niton...	1	mai	22	ballons purs	8	troubles.
	13	»	15	» »	15	»
Rhône, prise supérieure.	1	mai	27	ballons purs	3	troubles.
	13	»	17	» »	13	»

5me expérience (26 avril).

Le 26 avril un essai comparatif est fait de l'eau du Rhône puisée à la prise supérieure de la machine, à 40 centimètres de profondeur, avec l'eau puisée dans le lac au large du phare, d'abord à la surface, puis à 2 $^1/_2$ mètres de profondeur. Ce jour il régnait un léger vent du nord. 40 ballons pour chacune de ces eaux sont ensemeneés à $^1/_{100}$ de centimètre cube.

Lac surface........................	1	mai	33	ballons purs	7	troubles.
	13	»	19	» »	21	»
	24	»	16	» »	24	»
Lac 2 $^1/_2$ mètres profondeur...........	1	mai	23	ballons purs	17	troubles.
	13	»	12	» »	28	»
	24	»	7	» »	33	»
Rhône, prise supérieure 40cm profondeur.	1	mai	25	ballons purs	15	troubles.
	13	»	19	» »	21	»
	24	»	9	» »	31	»

6me expérience (14 mai).

Le 14 mai, par un vent violent du sud-est, une grande expérience est faite pour comparer huit espèces d'eau, dont sept recueillies dans les mêmes points que pour les expériences précédentes et la huitième dans le point le plus souillé du port, à l'angle du jardin anglais et du quai des Eaux-Vives. L'ensemencement pour obtenir des résultats très prompts et très accentués, est fait à dose excessive de 0,016 de centimètre cube pour la dernière espèce d'eau et de 0,032 pour toutes les autres. Pour chacune d'elles il est rempli 25 ballons.

Arve non filtrée............	16 mai	0	ballons	purs	25	troubles.
Arve filtrée............	16 »	0	»	»	25	»
Réservoir de la Bâtie.........	16 »	1	»	»	24	»
Port, Pierre à Niton.........	16 »	1	»	»	24	»
Port, angle jardin anglais.....	16 »	0	»	»	25	»
Lac, surface hors des jetées....	16 »	6	»	»	19	»
	4 juin	4	»	»	21	»
Lac profondeur, hors des jetées.	16 mai	17	»	»	8	»
	21 »	14	»	»	11	»
	4 juin	12	»	»	13	»
Rhône, prise supérieure.......	16 mai	7	»	»	18	»
	4 juin	5	»	»	20	»

7me expérience (21 mai).

Le 21 mai a eu lieu, par un faible vent du nord, une expérience très semblable à celle du 14 mai, mais l'ensemencement n'a été fait qu'à 0,008 de centimètre cube, sauf pour les trois eaux puisées dans la pro-

fondeur du lac, présumées les plus pures d'après les résultats précédemment acquis et qui ont reçu 0,012 de centimètre cube. 25 ballons ont été remplis pour chacune des huit premières espèces d'eau, mais il n'en est plus resté que neuf disponibles pour l'eau de la borne fontaine de la promenade des Bastions.

Arve non filtrée...........................	24 mai	3	ballons purs	22	troubles.			
	4 juin	2	» »	23	»			
	16 »	0	» »	25	»			
Arve filtrée..............................	24 mai	5	ballons purs	20	troubles.			
	4 juin	4	» »	21	»			
	16 »	1	» »	24	»			
Réservoir de la Bâtie........................	24 mai	16	ballons purs	9	troubles.			
	4 juin	4	» »	21	»			
	16 »	2	» »	23	»			
Rhône, prise supérieure, 40ᶜᵐ profondeur.......	24 mai	21	ballons purs	4	troubles.			
	4 juin	11	» »	14	»			
	16 »	10	» »	15	»			
Lac surface, large du phare...................	24 mai	14	ballons purs	11	troubles.			
	4 juin	9	» »	16	»			
	16 »	7	» »	18	»			
Lac, 2ᵐ profondeur (à 0,03)..................	24 mai	19	ballons purs	6	»			
	4 juin	15	» »	10	»			
	16 »	10	» »	15	»			
Lac 2ᵐ 1/2 prof. (à 0,03) après agitation du fond avec la rame.	24 mai	23	ballons purs	2	troubles.			
	4 juin	18	» »	7	»			
	16 »	12	» »	13	»			
Lac entre jetées 2ᵐ 1/2 profondeur (à 0,03).......	24 mai	22	ballons purs	3	troubles.			
	4 juin	20	» »	5	»			
	16 »	13	» »	12	»			
Fontaine des Bastions (9 ballons seulement)......	24 mai	8	ballons purs	1	troubles.			
	4 juin	7	» »	2	»			
	16 »	3	» »	6	» (sur 9).			

8me expérience (26 mai).

Le 26 mai il est fait cinq essais, dont quatre avec 25 ballons et un avec 20 ballons seulement, ensemencés à 0,008 de centimètre cube, d'abord avec l'eau de deux fontaines de la ville, place du rond-point de Plainpalais et place du Temple, puis avec l'eau du lac puisée près du débouché de l'égout du Prieuré et avec l'eau du port prise à l'angle du quai des Eaux-Vives et du jardin Anglais, enfin avec l'eau de la Seimaz, recueillie immédiatement au-dessous de Chêne.

Fontaine du Rond-point	29 mai	16 ballons purs	9 troubles.
	21 juin	14 » »	11 »
Fontaine place du Temple........	29 mai	0 ballon pur	25 troubles.
Lac, devant le Prieuré (20 ballons.	29 mai	1 ballon pur	19 troubles.
	4 juin	0 » »	20 »
Port, angle quai et jardin........	29 mai	0 ballon pur	25 troubles.
Seimaz......................	29 mai	0 ballon pur	25 troubles.

9me expérience (4 juin).

Le 4 juin est instituée une expérience comparative de l'eau fournie par chacune des trois machines dont l'ensemble alimente la ville de Genève.

1° La turbine Roy, qui a recommencé depuis peu de jours à puiser directement l'eau à la grille de la machine hydraulique, après avoir été arrêtée pendant plusieurs mois.

2° La turbine Callon qui depuis le commencement des travaux dans le lit du Rhône, aspire l'eau par la conduite dite inférieure, située en amont du pont de la machine, près du batardeau.

3° La machine hydraulique à vapeur qui prend l'eau à la prise supérieure près du pont des Bergues.

Pour cette expérience chaque échantillon d'eau provient du jet coulant du robinet de prise de la machine respective, et sert à ensemencer

RAPPORT AU CONSEIL ADMINISTRATIF

SUR LES

EXPÉRIENCES FAITES PAR M. LE PROFESSEUR HERMANN FOL

SUR L'UTILITÉ DE FILTRES EN SABLE

POUR ARRÊTER LE PASSAGE DES MICROBES

en Juillet 1884

Le Conseil Administratif désirant être renseigné sur les meilleurs moyens de fournir à laville de Genève une eau pure et salubre, nomma une commission chargée d'examiner ces moyens et surtout d'étudier l'utilité du filtrage de l'eau potable à travers une forte couche de sable.

Une sous-commission fut spécialement chargée d'étudier la question par les voies expérimentales.

Par les soins du Conseil Administratif, deux filtres furent établis à côté de la machine hydraulique à vapeur. Ces filtres, de forme cylindrique, avait 2 mètres de diamètre et $3^{m}.30$ de hauteur; ils contenaient du gravier et du sable fin stratifiés sur une épaisseur de $1^{m}.10$ suivant les dispositions que comportait le projet de filtre à établir dans le Rhône.

Ces filtres furent maintenus pendant plusieurs jours consécutifs pleins de l'eau que leur fournissait la machine. L'expérience eut lieu le 12 juillet.

Sur l'un des filtres fut prélevé un spécimen de l'eau qui remplissait la partie supérieure, et un spécimen de celle qui s'écoulait par le bas.

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 4.

CATALOGUE RAISONNÉ

DES

ÉCHINODERMES

RECUEILLIS PAR M. V. DE ROBILLARD A L'ILE MAURICE

PAR

P. DE LORIOL

II. STELLÉRIDES

GENÈVE
LIBRAIRIE H. GEORG, RUE DE LA CORRATERIE
1885

CATALOGUE RAISONNÉ

DES

ÉCHINODERMES

RECUEILLIS PAR M. V. DE ROBILLARD A L'ILE MAURICE

II. STELLÉRIDES

Dans le volume 28 de nos Mémoires, j'ai donné la première partie de ce catalogue, comprenant les Échinides, au nombre de trente-quatre espèces. Je viens le compléter maintenant par l'énumération des espèces de Stellérides envoyées par M. de Robillard, dont le nombre se monte à trente-cinq, en y comprenant une espèce décrite à la suite de la première partie. On peut ajouter ici la même observation qui a été faite à l'occasion des Échinides, c'est que, M. de Robillard ne possédant pas d'appareils de dragage, les trente-cinq espèces mentionnées ici ne comprennent que la faune littorale des Stellérides de l'île Maurice; les espèces des profondeurs qui, suivant toute apparence, augmenteraient encore beaucoup ce chiffre, sont encore inconnues.

Fig. 3. Bras d'un exemplaire de grande taille, de la même espèce, présentant quelques piquants bifurqués, de grandeur naturelle; *fig. 3 a*, plaque adambulacraire du même, vue de profil, avec deux pédicellaires; *fig. 3 b*, l'un de ces pédicellaires à l'état sec, grossi; *fig. 3 c*, piquant articulé de la face dorsale du même, grossi; *fig. 3 d*, support d'un piquant analogue, grossi; *fig. 3 e*, facette articulaire de l'un de ces piquants, grossie; *fig. 3 f*, piquant de la face ventrale du même, grossi; *fig. 3 g*, autre piquant de la face ventrale du même, à extrémité simple, grossi, vu sur l'une de ses faces, et *fig. 3 h*, sur l'autre; *fig. 3 i*, sommet plus grossi de l'un de ces piquants, pourvu de deux bourrelets lamelliformes.

ÉCHINASTER PURPUREUS (Gray), v. Martens.

SYNONYMIE.

Asterias sp., Savigny, 1804, Planches d'Échinodermes de l'Égypte, pl. IV, fig. 3.

Othilia purpurea, Gray, 1840, Synopsis of the gen. and sp. of the Class Hypostoma. Ann. and Mag. of nat. hist., série I, vol. VI, p. 282.

Othilia luzonica, Gray, 1840, Synopsis of the gen. and sp. of the Class Hypostoma. Ann. and Mag. of nat. hist., série I, vol. VI, p. 282.

Echinaster fallax, Müller et Troschel, 1842, System der Asteriden, p. 23.

Echinaster sepositus, Michelin, 1845, Essai d'une faune de l'île Maurice, p. 19 (Magasin de Zoologie, 1845).

Echinaster purpureus, v. Martens, 1867, Ueber ostasiatische Echinodermen, IV, Archiv für Naturgeschichte, 33[me] année, p. 106.

Echinaster fallax, v. Martens, 1872, in v. d. Decken Reise in Africa, Seesterne und Seeigel, p. 130.

Id. Ed. Perrier, 1875, Revision des Astérides du Museum, p. 106. (On trouvera dans cet ouvrage le reste de la synonymie.)

Id. Möbius, 1880, Beiträge zur Meeresfauna der Insel Mauritius, p. 50.

Id. Th. Studer, 1884, Verzeichniss der während der Reise der Gazelle ges. Asteriden, p. 25. Abhandl. d. Berliner Akademie, 1884.

L'*Echinaster purpureus*, espèce bien connue, très bien figurée dans l'ouvrage de Savigny, a été souvent envoyé par M. de Robillard, et il paraît abondant dans l'île Maurice. Les dimensions varient entre $R = 25$ mm. et $R = 80$ mm. Les bras sont souvent inégaux. Sur neuf échantillons, l'un a six bras, un autre quatre, les autres en ont cinq.

Il y a quelque confusion, me semble-t-il, dans les descriptions, au sujet des piquants ambulacraires. L'*Echinaster purpureus* bien développé, présente dans l'intérieur du

Il n'y avait évidemment que deux séries de tubes ambulacraires. Chaque plaque adambulacraire, nettement séparée de sa voisine, porte sur son bord interne un groupe en éventail de quatre à cinq piquants très grêles, cylindriques, assez longs, inégaux, deux étant sensiblement égaux, le troisième un peu plus court, le quatrième et le cinquième bien plus courts; les uns sont rougeâtres, les autres blanchâtres ; vers le bord externe de la plaque se trouve un piquant aplati, plus long, plus large et beaucoup plus robuste ; sur le pourtour se montrent encore quelques piquants extrêmement petits, plus ou moins nombreux. Les plaques de la face ventrale des bras sont distinctement séparées les unes des autres ; elles forment, de chaque côté du sillon ambulacraire, d'abord quatre rangées, puis trois rangées, puis deux, vers l'extrémité des bras.

Chacune des plaques, un peu bombée, porte, au milieu, un piquant de 3 mm. de longueur, aplati, tronqué au sommet, et, en outre, tout autour, quelques piquants aciculés, très grêles et plus courts, avec d'autres beaucoup plus petits et quelques granules. Immédiatement sur le bord de la face ventrale, se trouve une rangée de plaques dont chacune porte, le plus souvent, deux et même trois piquants plats au lieu d'un ; le bord de la face supérieure est occupé par la rangée des plaques qui portent les grands pédicellaires valvulaires ; ceux-ci en occupent toute la longueur, et sont entourés d'un cercle de nombreux petits piquants aciculés. Assez souvent le pédicellaire valvulaire est remplacé par un, deux, jusqu'à quatre piquants, plus ou moins longs et plus ou moins robustes, plats ou coniques. Sur la face dorsale, le réseau calcaire, qui se distingue sous la peau, porte de nombreux petits piquants coniques, assez écartés, sensiblement égaux entre eux, dont la longueur ne dépasse guère 2 à 2 $^1/_2$ mm. Dans les petites aires porifères formées par les mailles du réseau, s'ouvrent cinq à huit pores ; la peau est un peu granuleuse.

Plaque madréporiforme saillante, arrondie, en forme de bouton, couverte de sillons extrêmement fins, située bien plus près du centre que du bord.

On voit çà et là, sur la face dorsale, comme sur la face ventrale, des pédicellaires droits assez longs.

La couleur du disque, en dessus, est d'un vert foncé, avec une grande tache d'un pourpre foncé vers l'origine de chacun des bras ; la coloration de ces derniers, d'abord verdâtre vers le disque, devient jaunâtre bigarrée de rouge vers l'extrémité. En dessous, la coloration générale est aussi jaunâtre bigarrée de rouge.

Explication des figures.

Pl. VIII. Fig. 1. Valvaster striatus, de grandeur naturelle, vu en dessus; *fig. 1 a*, le même, vu en dessous; *fig. 1 b*, fragment d'un bras, vers le milieu de sa largeur, grossi;

piquants aplatis, égaux, relativement courts, très serrés les uns contre les autres ; immédiatement contigus. En dehors se trouve une série de longs piquants coniques, pointus, épais, dont la longueur est à peu près double de celle des piquants internes ; ils sont espacés et assez inégalement, chaque plaque n'en porte jamais plus d'un, mais, tantôt chaque plaque porte le sien, et tantôt il se trouve une plaque, ou bien deux, qui n'en ont point. La surface des plaques adambulacraires est revêtue d'une granulation identique à celle des autres; elle recouvre aussi toute la base des piquants de la série externe, et même l'une des faces de la base des piquants de la série interne.

Çà et là on observe quelques irrégularités dans les séries : les aires porifères peuvent manquer sur quelque espace; en général, elles disparaissent en grande partie vers l'extrémité des bras.

Des pédicellaires en salière sont très inégalement répartis ; sur un bras il n'y en a que un ou deux, sur un autre un peu plus, mais, sur l'une des séries des plaques longitudinales de l'un des bras qui est plus court que les autres, il arrive que chacune de ces plaques, sur un long espace, porte un de ces pédicellaires. Ils ne sont pas grands ($^3/_4$ de mill. de longueur), mais cependant visibles à l'œil nu. Sur l'exemplaire décrit, qui est sec, les deux alvéoles sont petites et paraissent, tantôt remplies entièrement par une substance (probablement les mâchoires contractées du pédicellaire), tantôt vides et marquées de deux grandes impressions.

Sur le disque les plaques sont irrégulières, éparses et serrées ; il n'y a qu'un petit nombre d'aires porifères contenant peu de pores, la granulation est identique à celle des bras. Orifice anal central, à peu de chose près, et entouré de granules arrondis plus gros que les autres.

Plaque madréporique ovale-oblongue, finement sillonnée ; elle n'a pas plus de deux millimètres de diamètre.

Couleur à l'état sec, brun violacé très clair, parsemé de grandes taches irrégulières bien plus foncées, un peu pourprées.

Rapports et différences. — Un seul exemplaire m'a été envoyé par M. de Robillard; il est un peu déformé par la dessiccation, mais il est, du reste, bien conservé, et permet d'étudier exactement tous ses caractères. C'est un *Ophidiaster* parfaitement typique et je ne vois aucune espèce avec laquelle il puisse être confondu. Sa granulation singulièrement fine, serrée et écailleuse, ses longs piquants ambulacraires de la série externe, ses aires porifères limitées et enfoncées, etc., le distinguent sans peine de l'*Ophidiaster ophidianus* que l'on a cité, à tort, suivant toute apparence, de l'île Maurice. Ce ne peut être l'*Ophidiaster Hemprichii* de la mer Rouge, brièvement décrit par Müller et Troschel, puisque, d'après la description, il ressemble beaucoup à l'*Ophidiaster ophidianus* dont il diffère par de gros granules disséminés sur les plaques

surface est tout à fait lisse. Les bras sont composés de sept rangées de plaques parfaitement régulières, s'étendant jusqu'à l'extrémité des bras et séparées par six séries d'aires porifères également régulières ; il existe en outre, à la face ventrale, deux séries de petites plaques, de chaque côté des plaques adambulacraires. Les plaques des sept rangées principales sont un peu renflées et nettement limitées, un peu élargies en avant, du reste oblongues dans le sens de la longueur des bras ; elles forment des séries transverses, aussi régulières que les longitudinales, dans lesquelles elles sont unies par des traverses bien moins larges ; il se forme ainsi une réticulation d'une régularité fort remarqnable, toutes les plaques étant, à peu de chose près, égales entre elles, de même que les traverses. Toute cette surface est couverte de granules très fins, un peu prismatiques, tronqués au sommet, excessivement serrés et singulièrement homogènes. Les aires porifères, assez profondes, nettement circonscrites dans les mailles du réseau qui vient d'être décrit, comptent douze à quinze pores séparés par des granules, un peu plus arrondis que les autres, et un peu plus petits. Sur le disque se trouve, dans chaque espace interradial, une plaque semblable à celle des bras, mais un peu plus grande, et quatre ou cinq plus petites au centre, toutes reliées par des traverses et également granuleuses ; les mailles du réseau du disque enferment également des aires porifères, de même grandeur que les autres, mais plus profondes, une ou deux cependant ne sont pas percées de pores, mais couvertes d'une simple membrane granuleuse. Sur la face ventrale une série d'aires porifères bien distinctes, quoique petites, ne comptant plus que quatre ou cinq pores, borde en dedans la dernière série de grandes plaques. Entre elle et la série des plaques adambulacraires se trouvent deux séries de petites plaques indistinctes à cause de la granulation très serrée qui les recouvre, entre ces plaques se trouvent encore des pores isolés. Le sillon ambulacraire est étroit. Il est bordé, en dedans, par une série unique de piquants aplatis, larges, arrondis au sommet, relativement courts et, alternativement, légèrement inégaux, au nombre de deux par plaque, en arrière, et tout contre, se trouve une série de piquants coniques au nombre de un par plaque, notablement plus robustes, un peu noyés dans la granulation au-dessus de laquelle ils apparaissent cependant fort nettement. Tout près de l'orifice buccal les piquants ambulacraires, et notamment ceux de la rangée interne, s'allongent considérablement ; à l'extrémité des bras ce sont les piquants externes qui sont au contraire fort développés. Les granules de la face ventrale sont plus cylindriques et un peu plus longs que ceux de la face dorsale.

L'orifice anal est central et entouré de six petites valves aplaties.

Plaque madréporiforme arrondie, saillante, pas très grande, enchâssée dans l'une des grandes plaques interradiales du disque. Malgré l'examen extrêmement attentif

Ophidiaster cylindricus, Müller et Troschel (Lamk.).

Pl. XI, fig. 3, 4.

SYNONYMIE.

Asterias cylindrica,	Lamarck, 1816, Animaux sans vertèbres, t. II, p. 255.
Dactylosaster cylindricus,	Gray, 1840, Synopsis of the gen. and spec. of Hypostoma, Ann. and Mag. of nat. hist., série I, vol. VI, p. 283.
Ophidiaster cylindricus,	Müller et Troschel, 1842, System der Asteriden, p. 33.
Id.	Michelin, 1845, Essai d'une faune de l'île Maurice, p. 20 (Magasin de Zoologie, pour 1845).
Ophidiaster asperulus,	Lütken, 1871, Bidrag til Kundskab om forsk. Söstjerne, III, Vidensk. Medd., 1871, p. 274, pl. V, f. 4.
Ophidiaster cylindricus,	Perrier, 1876, Revision des Stellérides du Museum de Paris, p. 125. (Voir dans cet ouvrage la synonymie de l'espèce.)
Id.	Möbius, 1880, Beiträge zür Meeresfauna der Insel Mauritius, p. 50.
Id.	Th. Studer, 1884. Verzeichniss der w. der Reise der Gazelle ges. Asteriden, p. 30, Abh. der Berliner Akad., 1884.

DIMENSIONS.

Diamètre total	de 62 mm. à 155 mm.
Diamètre des bras, maximum	12
Diamètre des bras relativement à leur longueur	5 fois à 7 ½ fois.

R = 30 mm. à 80 mm., R = 8 r. à 11 r.

Cinq bras (un seul exemplaire à six bras), cylindriques, toujours un peu étranglés à leur base. Ils sont formés de sept rangées de plaques triangulaires, ou plutôt largement cordiformès, légèrement imbriquées par la pointe et un peu renflées au milieu ; elles sont couvertes d'une granulation serrée, d'une finesse extrême, du milieu de laquelle se détache, sur la convexité, un groupe de granules notablement plus gros, plus ou moins nombreux, qui prennent l'aspect de petits tubercules. A l'extrémité de chaque bras se trouve une plaque convexe, renflée, de faible dimension, lisse et couronnée seulement de quelques gros granules; à la face ventrale, de chaque côté des plaques adambulacraires, se trouve une série de plaques bien plus larges que hautes, ovales, transverses, imbriquées, plus étroites que les autres. Ces rangées de plaques sont

espèce, j'en possède un excellent échantillon des îles Viti, envoyé par le musée Godeffroy, par conséquent de la même localité et de la même source que le type de M. Lütken, et une comparaison très minutieuse ne m'a fait découvrir aucune différence de quelque importance.

C'est afin de faire mieux saisir cette association que j'ai donné une description détaillée de l'*O. cylindricus*, qui n'avait pas encore été faite.

Explication des figures.

Pl. XI. Fig. 3. **Ophidiaster cylindricus**, de grandeur naturelle; *fig. 3 a*, fragment d'un bras du même, grossi, les petits granules vus à travers le derme et indistincts; *fig. 3 b*, le même, vu sur la face ventrale, de grandeur naturelle; *fig. 3 c*, fragment de bras du même, vu sur la face ventrale et très grossi, les piquants internes des plaques adambulacraires de l'un des côtés du sillon se trouvent tout à fait renversés, ceux de l'autre côté sont droits; *fig. 3 d*, plaque madréporiforme du même, grossie; *fig. 3 e*, un piquant ambulacraire interne, avec son petit piquant accolé, très grossi; *fig. 3 f*, deux plaques adambulacraires grossies, vues de face, du côté du sillon.

Fig. 4. Un bras d'un individu de l'espèce qui, ayant séjourné au bord de la mer, a été un peu altéré et dépouillé entièrement du derme, de sorte qu'il s'est trouvé tout préparé pour étudier le squelette, grandeur naturelle; *fig. 4 a*, fragment de la face dorsale du même avec deux pédicellaires en salière, très grossi; *fig. 4 b*, fragment de la face ventrale du même, où les piquants ambulacraires sont restés adhérents, très grossi.

OPHIDIASTER PURPUREUS, Ed. Perrier.

Pl. XIV, fig. 3.

SYNONYMIE.

Ophidiaster purpureus, Ed. Perrier, 1869, Recherches sur les Pédicellaires, p. 61.
Id. Ed. Perrier, 1875, Revision des Stellérides du Museum de Paris, p. 127.

DIMENSIONS.

Longueur maximum du grand rayon, R	39 mm.
Longueur du petit rayon, r	4 1/2
Diamètre et épaisseur des bras	7

Cette espèce doit être fort voisine de l'*Oph. pustulatus* (Linckia) de Martens, mais, d'après la description, ce dernier aurait *deux* rangées de piquants ambulacraires internes.

Explication des figures.

Pl. XIV. Fig. 3. Ophidiaster purpureus, de grandeur naturelle; *fig. 3 a*, le même vu en dessous, grossi; *fig. 3 b*, fragment de la face dorsale du bras, grossi, les granules très nombreux ne sont pas assez distincts; *fig. 3 c*, fragment très grossi de la face ventrale d'un bras, montrant les très nombreux pédicellaires; les piquants ambulacraires internes de l'un des côtés du sillon sont tout à fait renversés, le caractère écailleux des granules, qui est très distinct, n'est pas suffisamment rendu; *fig. 3 d*, deux plaques adambulacraires avec leurs piquants, vues de face du côté du sillon, malheureusement je me suis aperçu trop tard que le dessinateur avait oublié de les prendre dans un endroit où se trouvaient deux piquants accessoires au lieu d'un; *fig. 3 e*, orifice anal grossi; *fig. 3 f*, plaque madréporiforme grossie; *fig. 3 g*, plaque terminale d'un bras, grossie; *fig. 3 h*, pédicellaire tel qu'il apparaît dans un individu sec, grossi.

OPHIDIASTER ROBILLARDI, P. de Loriol, 1885.

Pl. XV, fig. 1-5.

DIMENSIONS.

Diamètre maximum du plus grand individu	30 mm.
Longueur maximum d'un bras	17
Son diamètre à sa base	4
Diamètre du disque dans le plus grand individu	6 1/2

Espèce constamment de petite taille et presque toujours irrégulière, ou en forme de comète.

Bras au nombre de cinq, toujours très inégaux, sauf un seul exemplaire qui est un peu plus régulier que les autres. Dans les individus qui ne sont pas des « comètes, » tantôt deux bras et tantôt trois bras sont sensiblement égaux, et deux ou trois sont beaucoup plus petits; parfois un bras paraît avoir été détaché, comme dans les *Linckia*, et, sur la cicatrice du disque, un nouveau bras est en voie de rédintégration. Les bras sont relativement aplatis, peu bombés, notablement plus larges que hauts, assez

compose de piquants courts, plats, sensiblement égaux entre eux, et ne faisant qu'une faible saillie en dehors lorsque le sillon est fermé ; çà et là, mais pas partout, on voit un petit piquant rudimentaire accolé comme dans l'*Ophidiaster cylindricus*. En dehors, séparé du sillon par un petit espace granuleux, se trouve une seconde série de piquants relativement gros, coniques, spiniformes, de vrais piquants externes d'*Ophidiaster* ; ils sont assez inégalement espacés, mais, en général, il y en a un pour quatre ou cinq piquants internes.

Il y a toujours deux plaques madréporiformes, très petites, à fleur de la granulation, avec un nombre de sillons fort restreint. Elles sont quelquefois difficiles à découvrir. On les trouve ordinairement de chaque côté du plus grand bras.

L'orifice anal, un peu excentrique, est entouré de six ou sept plaquettes en forme de valves ; dans un individu on voit distinctement deux anus entourés de plaquettes identiques.

Couleur rouge orangé, çà et là plus foncé.

Je connais treize exemplaires de cette espèce, tous de petite taille, mais tous exactement identiques entre eux, dans tous leurs caractères, variant, seulement, dans l'inégalité de leurs bras et dans le nombre relatif de leurs pédicellaires. Rien ne peut me faire supposer qu'ils soient des jeunes d'une autre espèce, que, par grand extraordinaire, M. de Robillard n'aurait jamais envoyée dans ses expéditions si multipliées depuis plusieurs années.

Rapports et différences. L'espèce la plus voisine est l'*Ophidiaster Germani*, Ed. Perrier, celle que je viens de décrire s'en distingue par ses bras aplatis et effilés, au lieu d'être cylindriques, par ses plaques plus distinctes et plus renflées, par ses aires porifères qui ne comprennent que trois, ou au plus quatre pores, au lieu de dix à douze, par sa granulation égale partout, au lieu d'être plus grossière sur les plaques, par ses pédicellaires enfin, plus grands, beaucoup plus rares, isolés sur chaque plaque, au lieu d'être nombreux et disséminés sur les aires porifères; ces pédicellaires ressemblent beaucoup par leur forme à ceux de l'*Oph. Germani*, mais ils diffèrent cependant, dans le détail, assez notablement. L'*Ophidiaster cribrarius*, Lutken, qui paraît ne différer de l'*Oph. Germani* que par l'inégalité des piquants ambulacraires internes, se distingue par les mêmes caractères de l'*O. Robillardi*. Je ferai remarquer, à ce propos, que j'ai reçu sous ce nom un très bon individu de cette espèce, venant du musée Godeffroy, c'est-à-dire de la même source que ceux de M. Lutken, et, par conséquent, lui appartenant certainement ; il présente fort bien les caractères de l'*Oph. Germani*, mais ses piquants ambulacraires sont très inégaux, il a de nombreux petits pédicellaires en salière dans les aires porifères, dentelés aux deux extrémités, comme ceux de l'*Oph. Germani*. Ce n'est que par un *lapsus* que M. Perrier a pu écrire que Lutken, dans la description

Linckia multifora, Lütken, 1871, Fortsatte Krit. eg beskr. Bidrag Til Kunskab om Söstjernerne, Vidensk. Medd. 1871, p. 267, 271, etc.
Id. Hoffmann, 1874, *in* Recherches sur la faune de Madagascar, 5me partie, p. 47.
Id. Perrier, 1875, Révision des Stellérides du Museum, p. 149.
Id. Hæckel, 1878, Die Kometenform der Seesterne, Zeitschrift für wissenschaft. Zoologie, vol. XXX, supplément, p. 429, 431, pl. XX, fig. 9.
Id. Smith, 1879, Echinod. of the Island Rodriguez, Phil. Trans. of the R., Soc. of London, vol. CLXVIII, p. 567.
Id. Möbius, 1880, Beitr. zur Meeresfauna der Insel Mauritius, p. 50.
Id. Th. Studer, 1884, Verz. der während. d. Reise der Gazelle ges. Asteriden, p. 28.

Le *Linckia multifora*, espèce bien connue, très abondante à l'Ile Maurice, n'a encore jamais été figuré, à ma connaissance du moins.

Dans le plus grand des individus que j'ai examinés, le diamètre total est de 190mm, dans le plus petit, 35mm. Les bras sont cylindriques, aplatis sur la face inférieure, relativement fort grêles ; dans le plus grand individu le diamètre des bras, à la base, ne dépasse pas 11mm ; le diamètre du disque étant de 18mm. Sur dix-neuf échantillons, l'un a quatre bras et une plaque madréporique, un autre a quatre bras et deux plaques madréporiques, onze ont cinq bras et deux plaques madréporiques, un a six bras et une plaque madréporique, deux ont six bras et deux plaques madréporiques, deux ont huit bras et deux plaques madréporiques. Dans un échantillon en comète, à cinq bras, dont quatre commencent seulement à entrer dans la voie de redintégration, on n'aperçoit encore qu'une seule plaque madréporique. Dans aucun échantillon les bras ne sont égaux entre eux en longueur. Toute la surface est couverte de granules extrêmement fins, très serrés et très homogènes, à la face dorsale comme à la face ventrale. Les piquants ambulacraires forment, dans l'intérieur du sillon, une série unique ; ils sont égaux en longueur, subcylindriques, un peu aplatis, un peu plus renflés dans les uns que dans les autres, et ne se montrent en dehors que par leur extrémité arrondie ; ils sont séparés les uns des autres par une petite série de quatre ou cinq granules exactement superposés, semblables à ceux de la face ventrale, mais un peu plus petits en dehors. A une faible distance de cette première rangée de piquants, il s'en trouve une seconde dont on voit saillir, au-dessus de la granulation, les sommets arrondis, un peu plus volumineux, écartés et inégalement espacés, surtout dans les grands exemplaires.

Les plaques du squelette sont légèrement bombées et, quoique recouvertes d'une granulation très dense, elles se laissent fort bien apercevoir. On compte, à la face inférieure des bras, trois séries de plaques très régulières qui se réduisent à deux, vers les extré-

Cette espèce a été envisagée par M. de Martens comme étant le *Linckia typus* de Gray, et M. Perrier est de la même opinion. Müller et Troschel, par contre, envisagent le *Linckia typus* comme étant synonyme du *Linckia miliaris,* d'accord en cel'a avec Gray lui-même. Je me rattache à cette dernière interprétation, car Gray cite, pour son *Linckia typus,* la figure que Linck a donnée de son *Pent. miliaris,* qui ne peut laisser aucun doute; du reste la courte diagnose de Gray ne donne rien de caractéristique; il dit que la couleur de son espèce est « pale yellow » à l'état sec, ce qui ne convient ni au *L. multifora* ni au *L. miliaris,* et, enfin, il lui donne comme patrie la « Méditerranée, » ce qui est une erreur manifeste. Enfin il mentionne plus loin le *Linckia multifora,* Lamk. La confusion est donc complète. Gray ne parle pas de « comète » à l'occasion du *Linckia typus,* mais il mentionne cet état dans sa diagnose du *Linckia Leachii,* de « l'Ile Maurice, » qui est probablement une autre espèce, laquelle pourrait fort bien être, alors, le *L. multifora.*

Explication des figures.

Pl. IX. Fig. 1. . . *Linckia multifora*, grand individu, de grandeur naturelle; *fig. 1 a,* face ventrale d'un bras, grossie; *fig. 1 b*, plaque madréporiforme, grossie; *fig. 1 c*, piquants ambulacraires internes, grossis; *fig. 1 d*, fragment de la face dorsale d'un bras, grossi.

Fig. 2. . . Autre exemplaire assez régulier, vu sur la face ventrale, de grandeur naturelle.

Fig. 3. . . Autre individu avec deux bras en voie de redintégration, de grandeur naturelle; *fig. 3 a,* l'extrémité de l'un de ces bras, grossie.

Fig. 4. . . Autre individu très irrégulier, de grandeur naturelle.

Fig. 5. . . Autre exemplaire à six bras, de grandeur naturelle.

Fig. 6. . . Autre individu à quatre bras, de grandeur naturelle.

Fig. 7. . . Autre exemplaire à huit bras, de grandeur naturelle.

Fig. 8. . . Autre exemplaire, de grandeur naturelle, à six bras, dont deux se dédoublent; *fig. 8 a,* centre de la face ventrale du même, pour montrer les six sillons partant du péristome.

Fig. 9, 10. Autres exemplaires en forme de « comète » de grandeur naturelle.

Fig. 11. . Autre exemplaire de grandeur naturelle, composé d'un bras détaché depuis peu de temps, à l'extrémité duquel quatre petits bras commencent à pousser; *fig. 11 a*, le même, grossi, vu sur la face ventrale; *fig. 11 b*, plaque madréporique du même, grossie.

Fig. 12. . Bras fraichement détaché, de grandeur naturelle; *fig. 12 a*, l'extrémité cicatrisée du même, grossie.

LINCKIA MILIARIS (Linck), v. Martens.

SYNONYMIE.

Pentadactylosaster asper,	var. *miliaris*, 1733, Linck, De Stellis marinis, p. 34, pl. XXVIII, n° 47.
Asterias lævigata,	Linné, 1788, Systema naturæ, t. I, part. VI, p. 3164 (Ed. Gmelin).
Id.	Lamarck, 1816, Animaux sans vertèbres, t. III, p. 254.
Linckia typus,	Gray, 1840, Catal. of the sp. of Hypostoma, Ann. and mag. of nat. hist., série I, vol. VI, p. 284.
Ophidiaster miliaris,	Müller et Troschel, 1842, System der Asteriden, p. 30, pl. II, fig. 2.
Linckia miliaris,	v. Martens, 1866, Ueber ostasiat. Echinodermen, Archiv f. Naturgeschichte, vol. XXXII, p. 64.
Id.	Hoffmann, 1874, Recherches sur la Faune de Madagascar, 5[me] part., p. 47.
Id.	Ed. Perrier, 1875, Revision des Stellérides du Museum, p. 137. (Voir dans cet ouvrage la synonymie de l'espèce.)
Id.	Möbius, 1880, Beiträge zur Meeres-Fauna der Insel Mauritius, p. 50.
Id.	Th. Studer, 1884, Verzeichniss der während der Reise der Gazelle ges. Asteriden, p. 27, Abh. der Berliner Akademie.

Les exemplaires de l'île Maurice sont parfaitement typiques et semblables à ceux de l'Océan Pacifique, leur couleur est d'un bleu ardoise. Le *Linckia typus*, de Gray, auquel cet auteur donne pour synonyme le *Linckia miliaris*, a été rapporté au *L. multifora*. J'ai indiqué plus haut les raisons pour lesquelles il me paraît plus certain d'envisager, ainsi que Muller et Troschel, le *L. typus* comme étant la même espèce que le *L. miliaris*.

Un jeune individu, dans lequel $R = 48$ mm. seulement, est tout à fait semblable aux adultes par tous ses caractères, les plaques de la face dorsale sont seulement plus régulièrement sériées et la couleur est un peu verdâtre.

LINCKIA PACIFICA, Gray.

SYNONYMIE.

Linckia pacifica, Gray, 1840, Ann. and Mag. of nat. history, vol. VI, p. 285.

Linckia nicobarica, Lütken, 1861, Krit. og beskr. Bidrag til Kundskab om Söstjerne, III, Vidensk. Meddel. fra der natur. for. i Kjobenhavn, 1871, n°s 15 et 16, p. 265.
Linckia pacifica, Gray, 1866, Synopsis of the Spec. of Starfish in the brit. Museum, p. 14.
Id. Perrier, 1875, Revision des Stellérides du Museum de Paris, p. 140.
Id. Möbius, 1880, Beiträge zur Meeres-Fauna der Insel Mauritius, p. 50.
Id. Th. Studer, 1884, Verzeichniss der während der Reise. der Gazelle gesammelten Asteriden, Abh. der Berliner Akademie.

Dans les nombreux envois que nous a faits M. de Robillard, il ne s'est encore trouvé aucun échantillon appartenant à cette espèce, que M. Möbius a, cependant, citée de l'île Maurice. Un individu très bien caractérisé a été rapporté de l'île Maurice par M. Th. Studer, qui le cite dans son dernier ouvrage (loc. cit.), et qui a bien voulu me le communiquer; il appartient au musée de Berne. C'est un individu de grande taille, dans lequel R = 180 mm. et r = 17 mm. Il présente fort exactement tous les caractères de l'espèce; on la distingue facilement du *L. miliaris*, dont elle a l'aspect, par ses piquants ambulacraires plus saillants, plus serrés dans la rangée externe, nullement accompagnés de petits granules, et par ses aires porifères uniformément répandues partout, sans laisser libre aucune zone au milieu de la face dorsale des bras. La couleur, à l'état sec, est jaunâtre sans présenter les teintes bleuâtres du *Linckia miliaris*.

Leiaster coriaceus, Peters.

Pl. XIII, fig. 2, 3.

SYNONYMIE.

Leiaster coriaceus, Peters, 1852, Uebersicht der Seesterne von Mossambique, Monatsberichte der Akad. v. Berlin, 1852, p. 177.
Id. v. Martens, 1866, Ueber ostasiatische Echinodermen, II, Archiv für Naturgeschichte, 1866, année 32, p. 71.
Id. v. Martens, 1872, in v. d. Decken's Reisen, III, p. 130, Seesterne und Seeigel.
Id. Möbius, 1880, Beiträge zur Meeres-Fauna der Insel Mauritius, p. 50.

DIMENSIONS.

Longueur maximum du grand rayon R	145 mm.
Longueur du petit rayon *r*, dans le même individu	16
Largeur des bras à leur base	20

du l'*Sc. milleporellus*, Müller et Troschel, et qui appartiendrait à cette première espèce
Il pense que ce qui correspond à l'*Ast. milleporella*, par conséquent à l'espèce à laquell
appartiennent les individus de Maurice, c'est le *Sc. pistorius*, Müller et Troschel. L
description du *Sc. pistorius*, de provenance inconnue, peut en effet se rapporter aussi
parfaitement, à nos exemplaires, sauf en ce qui concerne la largeur des bras que j
vois toujours être $= 1 : 2\frac{1}{2}$, au lieu d'être $= 1 : 2$. Je suis porté à croire que le *Sc
pistorius*, Müller et Troschel, le *Sc. milleporellus*, Müller et Troschel, et l'*Ast. millepo
rella*, Lamarck, constituent une seule et même espèce à laquelle appartiennent le
individus de Maurice.

Quant au *Fromia monilis*, Perrier, auquel doit très probablement se rattacher le *Sc
milleporellus*, de Martens, il constitue une espèce distincte, mais à laquelle je ne voi
pas pourquoi rapporter le *Sc. milleporellus*, Müller et Troschel, comme le veu
M. Perrier, et comme le pense aussi M. Th. Studer.

Je n'ai que peu de chose à ajouter à la description que M. Perrier a donnée d
notre espèce. L'orifice buccal est protégé par des piquants assez longs qui terminen
les plaques buccales. Chacune de ces dernières porte, à son extrémité aiguë aborale
un long piquant aigu et recourbé, puis, sur chaque bord, deux autres piquants aigus
droits et assez espacés, enfin trois autres semblables, mais très rapprochés, ver
l'extrémité adorale de la plaque.

Les bras, sur la face dorsale, sont, tantôt assez aplatis, tantôt plus ou moins forte
ment convexes.

Quelquefois, en dehors de la seconde rangée externe des piquants ambulacraires
on en voit une troisième moins développée, mais il arrive très souvent qu'on ne l
distingue point. Les individus à six bras ne sont pas rares, ils ont ordinairemen
deux plaques madréporiques.

La plupart des individus, à l'état sec, sont d'un rouge orangé foncé, d'autres son
couleur lie de vin, d'autres jaunâtres.

J'ai sous les yeux des individus de la mer Rouge, et d'autres (dont un à quatr
bras) des îles Viti et des îles Samoa qui sont absolument identiques à ceux de l'îl
Maurice.

Explication des figures.

Pl. XVI. Fig. 2. *Fromia milleporella*, individu à six bras, de grandeur naturelle; *fig. 2 a*, centr de la face inférieure du même, grossi; *fig. 2 b*, fragment de la face dorsal d'un bras, de grandeur naturelle.

Fig. 3. Autre individu de la même espèce, avec les bras un peu carénés, de grandeu naturelle.

Fig. 4. Pièce buccale d'un autre individu, vue de profil, grossie; *fig. 4 a*, la même pièc buccale, vue en dessous, grossie.

Scytaster variolatus, Müller et Troschel, 1842, System der Asteriden, p. 34.
Id. Ed. Perrier, 1875, Revision des Stellérides du Museum, p. 159.
(Voir dans cet ouvrage la synonymie de l'espèce, et y ajouter :)
Id. Michelin, 1845, Essai d'une faune de l'île Maurice, p. 21, Mag. de Zoologie pour 1847.
Id. Peters, 1852, Uebersicht der Seesterne von Mozambique, Monatsber. der Akademie zu Berlin, 1852, p. 178.
Id. Smith, 1879, Echinod. of the Isl. Rodrigues, Trans. Soc. R. of London, vol. CLXVIII, p. 566.
Id. Möbius, 1880, Beiträge zur Meeresfauna der Insel Mauritius, p. 50.
Id. J. Bell, 1884, Report on the Coll. made by H. M. S. Alert in the melanesian Seas, etc., p. 510.
Id. Th. Studer, 1884, Verzeichniss der während der Reise der Gazelle gesam. Asteriden, p. 30, Abh. der Berliner Akademie.

Cette espèce bien connue est abondante à l'île Maurice et des échantillons nombreux en ont été envoyés à diverses reprises. Dans le plus grand R=80 mm. r=17 mm., r=5R. La largeur des bras à la base égale 22 mm. Dans la moyenne des échantillons R=50 mm.

Le nombre des bras est très sujet à varier. J'ai dans ma collection trois exemplaires à quatre bras, un exemplaire à six bras, un peu comètiforme, l'un des bras étant notablement plus long que les cinq autres, un autre à six bras égaux, un autre à cinq bras, dans lequel l'un d'entre eux se bifurque à quelque distance du disque en deux bras égaux, un autre également à cinq bras dont l'un bifurque, au delà de la moitié de sa longueur, en deux bras dont l'un est bien plus petit que l'autre, et semble, au premier abord, greffé, deux autres enfin à sept bras ; dans l'un de ces derniers il y a deux plaques madréporiques, une seule dans tous les autres. Le nombre normal des bras est de cinq.

Aucun individu de l'île Maurice ne pourrait être rapporté au *Scytaster novæ Caledoniæ* de M. Perrier.

Fromia milleporella (Lamarck), Gray.

Pl. XVI, fig. 2-4.

SYNONYMIE.

Asterias milleporella, Lamarck, 1816, Description des animaux sans vertèbres, t. II, p. 564.

Explication des figures.

Pl. XV. Fig. 8. Ferdina flavescens, de grandeur naturelle; *fig. 8 a*, le même vu en dessous, de grandeur naturelle; *fig. 8 b*, fragment de la face ventrale, grossi, les piquants ambulacraires sont renversés, d'un côté du sillon; *fig. 8 c*, fragment de la face dorsale, pris dans une région où les pores sont relativement abondants, grossie.

Goniodiscus Sebæ, Müller et Troschel.

Pl. XV, fig. 6.

SYNONYMIE.

Goniodiscus Sebæ, Müller et Troschel, 1842, System der Asteriden, p. 58.
Id. Peters, 1852, Uebersicht der Seesterne von Mozambique, Monatsberichte der Akad. von Berlin, 1852, p. 178.
Id. v. Martens, 1866, Ueber ostasiatische Echinod., II, Archiv für Naturg., 1866, 32me année, p. 86.
Hosea Sebæ, Gray, 1866, Synopsis of the Starfishes, p. 9.
Goniodiscus Sebæ, v. Martens, 1872, von d. Decken Reise, t. III, p. 130, Seesterne und Seeigel.
Goniaster Sebæ, Gray, 1872, List. of Echinod. coll. by M. Andrew in the Gulf of Suez, Ann. and Mag. nat. hist., 4me série, vol. X, p. 118.
Goniodiscus Sebæ (partim, descr. excl.), Perrier, 1875, Revision des Stellérides du Museum de Paris, p. 230.
Goniodiscus Sebæ, Möbius, 1880, Beiträge zur Meeresfauna der Insel Mauritius, p. 50.

DIMENSIONS.

Diamètre total 61 mm. à 65 mm.
r = 27 mm. R = 35 mm.

Les individus envoyés de Maurice correspondent fort exactement à la bonne description de Müller et Troschel, et je n'ai aucun doute sur leur identité. Ainsi que je l'ai exposé ailleurs (*Recueil de zoologie suisse*, t. I, p. 638, pl. XXXV, fig. 1), c'est à tort que Müller et Troschel ont envisagé leur espèce comme se rapportant à la figure de Seba (t. III, pl. VI, fig. 7-8) qui représente le *Goniodiscus articulatus*, Linné; cette espèce diffère, entre autres, par un nombre de plaques marginales dorsales presque double, des bras bien plus détachés, etc. J'ai comparé les individus de

plus robustes; le reste de la plaque porte de nombreux granules et, très souvent, un pédicellaire valvulaire de faible dimension.

L'orifice anal, presque central, est fermé par plusieurs valves fort étroites, et accompagné de deux petits tubercules coniques. La plaque madréporique, jaunâtre, est un peu renflée, avec des sillons assez écartés.

La couleur, à l'état sec, est un vert olivâtre sur la face dorsale, avec cinq taches jaunes dans les espaces interbrachiaux, comprenant les deux plaques marginales médianes et trois autres plaques dont une de la rangée la plus externe et deux de la voisine. La face ventrale est entièrement jaune.

Cette espèce n'était encore connue que des îles Philippines et des îles Fidji.

Explication des figures.

Pl. XVI. Fig. 1, 1 a. Pentagonaster spinulosus, de Maurice, de grandeur naturelle; *fig. 1 b,* fragment de la face dorsale, grossi; *fig. 1 c*, centre de la face ventrale, grossi; *fig. 1 d*, plaque marginale dorsale, grossie; *fig. 1 e*, plaque dorsale avec un pédicellaire, grossie; *fig. 1 f*, plaque marginale ventrale; *fig. 1 g*, bord du disque, grossi.

PENTACEROS BELLI, P. de Loriol, 1885.

Pl. XVI, fig. 5; pl. XVII, fig. 1, 2.

DIMENSIONS.

Diamètre total .... 72 mm. à 210 mm.
Dans un individu de taille moyenne:
$r = 41$ mm. $R = 92$ mm. $h = 40$ mm. $R = 2\ ^1/_8\ r$.

Bras au nombre de cinq, relativement courts, coniques, larges à la base, et très graduellement rétrécis, sans être acuminés à l'extrémité, ils sont très convexes, mais nullement carénés sur la face dorsale, et plats en dessous; leur largeur, à leur base, égale à peu près leur hauteur. Le disque est élevé; sa hauteur égale environ le petit rayon. La face dorsale est composée de plaques relativement petites, arrondies ou irrégulières, qui forment trois rangées de chaque côté de la série lophiale, avec quelques plaques supplémentaires dans les aires interbrachiales; ces plaques sont toutes reliées par des trabécules, de manière à former un réseau à mailles grandes et inégales. Toutes

centre de l'arc interbrachial, ont de petits piquants courts, ceux qui portent deux ou trois plaques vers l'extrémité des bras sont relativement fort longs; les plaques marginales dorsales sont plus épineuses que les ventrales, moins, cependant, que dans les adultes.

Variations. Parmi les individus que j'ai sous les yeux il s'en trouve deux qui présentent quelques différences, ne portant pas sur des caractères de quelque importance, et ne permettant point une séparation spécifique ; ils doivent être rapportés, à titre de variété, à l'espèce dont il s'agit ici. L'un de ces individus (Pl. XVI, fig. 5) a un diamètre total de 155 mm. r = 30 mm. R = 80 mm. les bras sont, relativement, un peu plus longs, un peu moins larges à la base, et un peu moins hauts, ce qui donne à l'Astéride un aspect un peu moins massif, car le centre du disque est aussi, relativement, beaucoup moins élevé. Toutes les plaques de la face dorsale sont fortement épineuses, mais il n'y en a que deux séries bien caractérisées, au lieu de trois, de chaque côté des bras, de même il n'y a que six séries d'aires porifères au lieu de huit pour chaque bras ; il en est, du reste, de même, dans les jeunes du type ; les plaques marginales ventrales, au nombre de vingt-sept, par arc interbrachial, sont peu épineuses et se comportent, à cet égard, exactement comme dans les jeunes ; il semble que cet individu, tout en ayant acquis déjà une assez grande taille, a conservé en partie les caractères des petits exemplaires de 70 mm. de diamètre. Tous les autres caractères sont identiques à ceux des grands exemplaires bien adultes. La couleur est plutôt rosée que rouge brique.

Un autre exemplaire est de grande taille, son diamètre total atteint 220 mm. Il est semblable, en tout, aux individus types, mais il est beaucoup moins épineux, les nœuds de la face dorsale sont très peu relevés en tubercules et n'ont qu'une très petite pointe lisse ; les tubercules des séries lophiales sont à peine sensibles, et il n'y en a aucun qui forme les angles du pentagone central aplati, comme dans les autres. Tout le disque est très épais ; les plaques marginales ne sont presque point épineuses, mais, par contre, presque toutes les dorsales portent un grand pédicellaire valvulaire et quelquefois deux. La face inférieure ne présente pas de différences, elle est particulièrement riche en pédicellaires valvulaires, généralement de grande taille. La couleur est verdâtre à la face supérieure, rouge, un peu purpurine, à la face inférieure, avec tout le centre noirâtre. Il m'est impossible de voir dans cet exemplaire autre chose qu'une variété moins armée de pointes et un peu autrement colorée.

Rapports et différences. Dans son travail extrêmement utile sur les *Pentaceros* (The species of Oreaster, *Proc. zool. Soc.*, London. Febr. 1884), M. J. Bell a mentionné, sans la nommer, une espèce de l'île Maurice, qui me paraît être celle-ci, seulement il dit que, parfois, les granules forment de courts piquants à la face inférieure ; je n'en vois aucun dans mes exemplaires.

nants, irréguliers. On compte deux rangées de ces tubercules épineux de chaque côté de la série lophiale des bras, et il s'en trouve en outre un certain nombre dans les espaces interbrachiaux. Ils sont tous reliés par de minces trabécules formant de grandes mailles trigones, ou, le plus souvent, en losange, qui renferment les aires porifères; celles qui se trouvent au-dessus des plaques marginales dorsales sont plus grandes que les autres; elles renferment, en moyenne, au moins une trentaine de pores. La série lophiale compte treize à quinze tubercules inégaux très saillants, et armés d'une forte pointe lisse et conique; ils ne sont cependant pas très volumineux et, tout en étant bien distincts des autres par leur taille, ils ne se font pas particulièrement remarquer; entre eux se trouve, le plus souvent, une plaque courte, mais large, qui n'est pas renflée; ils sont souvent assez irréguliers, très inégaux, déviant à droite ou à gauche de la ligne droite, quelquefois il y en a deux pour une plaque, et, parfois, un tubercule porte deux et même trois pointes nues, coniques, qui sont comme articulées sur des surfaces planes ou un peu concaves. Ces irrégularités sont plus prononcées sur un individu que sur l'autre et, même, il y a de notables différences entre les bras d'un même individu. Les cinq tubercules apicaux qui terminent, vers le centre, les séries lophiales, sont bien plus élevés et plus volumineux que tous les autres, ils circonscrivent, à l'aide de petites plaques non tuberculeuses reliées en ligne droite par des trabécules, une surface pentagonale, plane, couverte, comme le reste, d'aires porifères limitées par des trabécules et accompagnées de quelques tubercules pointus, dont deux ou trois entourent l'orifice anal, qui est central.

Les granules qui recouvrent toute la face dorsale sont relativement fins, arrondis, pas très serrés, un peu plus gros, plus anguleux et plus serrés sur les plus gros tubercules; cette granulation est, en général, très homogène. Les plaques marginales dorsales sont au nombre de trente-quatre à trente-cinq, pour chaque arc interbrachial; elles concourent seules à former le bord et ne sont pas fortement développées, mais la plupart forment des tubercules coniques, élevés, munis d'une forte pointe conique et aiguë. Les plaques marginales ventrales se trouvent tout à fait à la face inférieure, leur nombre est à peu près le même que celui des dorsales, mais elles sont, en moyenne, un peu plus grandes, convexes sans se relever en tubercules, elles sont munies, pour la plupart, d'une longue pointe lisse qui, au lieu d'être conique et aiguë, est presque toujours tout à fait plate et tronquée à l'extrémité. Les granules qui recouvrent les plaques marginales sont très fins, serrés, polygonaux, plats ou arrondis.

Les plaques ventrales sont relativement petites, oblongues, inégales, pas très serrées, parfois même assez écartées. Les granules sont assez grossiers, écartés, polygonaux, aplatis, ou élevés et comprimés, très inégaux, un ou deux au moins, le plus souvent davantage, sur chaque plaque, se transforment en piquants coniques, robustes, plus

LUIDIA SAVIGNYI (Audouin), Gray.

Pl. XXI, fig. 6.

SYNONYMIE.

	Savigny, 1809, Descr. de l'Égypte, Échinodermes, pl. III.
Asterias Savignyi,	Audouin, 1824, Explic. sommaire des pl. d'Échinod. de l'Égypte, publiées par Savigny (Mag. de Zoologie, t. XXIII).
Luidia Savignyi,	Gray, 1840, Synopsis of the gen. and sp. of *Hypostoma*, Ann. and mag. of nat. hist., 1re série, t. VI, p. 183.
Id.	Gray, 1866, Synopsis of the spec. of Starfishes of the British Museum, p. 4.
? Luidia maculata,	Peters, 1852, Uebersicht der Seesterne von Mozambique, Monatsber. der Berliner Akad., 1852, p. 178.
Luidia Savignyi,	Ed. Perrier, 1869, Recherches sur les Pédicellaires, p. 107.
Id.	Gray, 1872, List. of Echinod. collected by Mc. Andrew in the Gulf of Suez, Ann. and mag. of nat. hist., 4me série, vol. X, p. 117.
Id.	Perrier, 1875, Revision des Stellérides du Museum de Paris, p. 342.

J'ai sous les yeux deux individus de grande taille envoyés de l'île Maurice et appartenant à cette espèce. Leur diamètre total atteint 320 mm. L'un est à sept bras, l'autre a dix bras, dont l'un en train de rénovation. L'exemplaire à sept bras est absolument identique à l'original de la figure donnée par Savigny, qui en a sept également. Il me paraît parfaitement certain que les deux exemplaires à sept et à dix bras appartiennent à la même espèce, et, cependant, on remarque certaines différences entre eux qui montrent que les variations dans le nombre des bras pouvaient entraîner quelques modifications dans les caractères. Le disque de l'individu à sept bras est, relativement, petit, $R = 8\ ^3/_4\ r$.

Les bras sont larges, 22 mm. en moyenne, dans leur plus grande largeur, vers leur milieu, retrécis à leur base, très graduellement effilés à leur extrémité et relativement plats; sur le bord, de chaque côté, se trouvent trois séries régulières de grosses paxilles écartées, dont la base porte, en dedans, une forte gibbosité épineuse, avec une hampe relativement élevée et surmontée d'une houppe de petits piquants obtus au nombre d'une trentaine au maximum, presque tous égaux entre eux; ces paxilles ne portent pas d'aiguillon, du moins fort rarement. Celles de l'aire paxillaire de la face dorsale des bras sont plus petites, serrées, de telle sorte qu'on les distingue difficilement les

unes des autres, leur houppe compte moins de petits piquants et un grand nombre d'entre elles portent, au milieu, un grand piquant conique, épais à la base, aciculé, dont la longueur atteint jusqu'à 4 mm., et qui est entouré d'une simple couronne de petits piquants. Les plaques adambulacraires portent trois longs piquants aciculés, dont l'interne, plus court, est recourbé en dehors, accompagnés de plusieurs petites soies aciculées, longues, mais très fines ; en dehors de chacune des plaques adambulacraires se trouve une série transverse de quatre ou cinq piquants robustes, aciculés, dont le plus externe, de 5 à 6 mm. de longueur, est aussi le plus long, ils sont également accompagnés de plusieurs petits piquants aciculés et très grêles, avec, çà et là, un grand pédicellaire en pince à deux branches. Tout ceci est entièrement conforme aux figures grossies données par Savigny. La plaque madréporiforme est unique, très petite, en forme de bouton, enfoncée dans un angle interbrachial, sur le bord même du disque.

Quant à l'exemplaire à dix bras, dont le diamètre est le même, $R = 7\ r$; les bras sont moins larges, leur diamètre maximum n'étant que de 18 mm. On distingue nettement, de chaque côté, quatre rangées parfaitement régulières de grosses paxilles, au lieu de trois, et presque chacune d'entre elles porte un piquant long, mais très grêle, la surface paxillaire dorsale est un peu convexe, les paxilles sont si serrées qu'on a de la peine à les distinguer entre elles, et presque aucune ne porte un piquant. Les plaques adambulacraires ne portent que deux piquants au lieu de trois, avec de nombreux petits piquants accessoires longs et très fins ; les petites séries transverses de la face ventrale, de chaque côté du sillon ambulacraire, n'ont que trois ou quatre piquants au lieu de quatre ou cinq, et ils sont plus grêles. Du reste les caractères sont les mêmes et tous deux appartiennent, sans nul doute, à la même espèce. La coloration est jaunâtre, plus ou moins parsemée de taches brunes.

Les différences qui séparent cette espèce du *Luidia ciliaris*, Phil. et du *Luidia Sarsi*, Düben et Koren, sont considérables, ainsi que M. Perrier l'a déjà reconnu et ainsi que je puis le constater par l'examen des individus que j'ai sous les yeux, et je suis étonné qu'elles n'aient pas frappé Müller et Troschel.

Explication des figures.

Pl. XXI. Fig. 6. Paxilles situés sur les côtés des bras de l'exemplaire à sept bras du *Luidia Savignyi*, de grandeur naturelle; *fig. 6 a*, les mêmes, grossies.

Je n'ai inscrit sur ce tableau que les indications d'habitat qui m'ont paru présenter de véritables garanties d'authenticité, omettant les autres. Il résulte de ces données que, sur les 34 espèces de l'île Maurice, 14 se retrouvent dans la mer Rouge, Mozambique, et les régions voisines, et 10 dans l'Archipel Indien. Quatre espèces seulement seraient communes avec l'Australie, mais il se peut fort bien qu'il y en ait encore quelques autres. Ces déductions, au premier abord, ne paraissent pas être les mêmes que celles que nous avait fourni le tableau des Échinides de Maurice, d'après lequel 25 espèces sur 34 étaient communes avec l'Archipel Indien et les îles voisines, 15 avec la mer Rouge, 16 avec les îles Sandwich, et 9 avec l'Australie. Il importe d'observer que sur les 34 espèces de Stellérides il y en a 14 qui sont spéciales à l'île Maurice, du moins jusqu'ici, tandis que trois espèces d'Échinides seulement ne se trouvent pas ailleurs. En tenant compte de cette différence, les proportions se trouvent à peu près les mêmes, sauf en ce qui concerne la mer Rouge et les régions voisines qui comptent beaucoup plus de Stellérides que d'Échinides communs avec l'île Maurice.

Quelques espèces indiquées comme ayant été rencontrées à l'île Maurice, n'ont pas été retrouvées par M. de Robillard. Ainsi, dans son *Essai d'une faune de l'île Maurice*, Michelin a cité :

Pentaceros mamillatus, Müller et Troschel.

Oreaster Desjardinsi, Michelin, synonyme, d'après M. Perrier, du *Gomophia ægyptiaca*, Gray.

Pentaceros obtusatus, Müller et Troschel.

Gray, dans son Synopsis des Astérides du British Museum, indique encore :

Astropecten longipes, Gray, dont je ne puis, d'après sa courte description, me faire une idée juste, et qui ne paraît pas avoir été retrouvé par personne.

Pentaceros hiulcus sous le nom de *Pentaceros nodosus* (p. 6, n° 5), d'après M. Perrier, bien différent du vrai *Pent. nodosus* cité plus loin (p. 6, n° 11).



unel del et lith.

Imp. Jules Rey. Genève.

2. Asterias calamaria, Gray. — Fig. 3. — Ophidiaster Perrieri, P. de Loriol. —


ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS



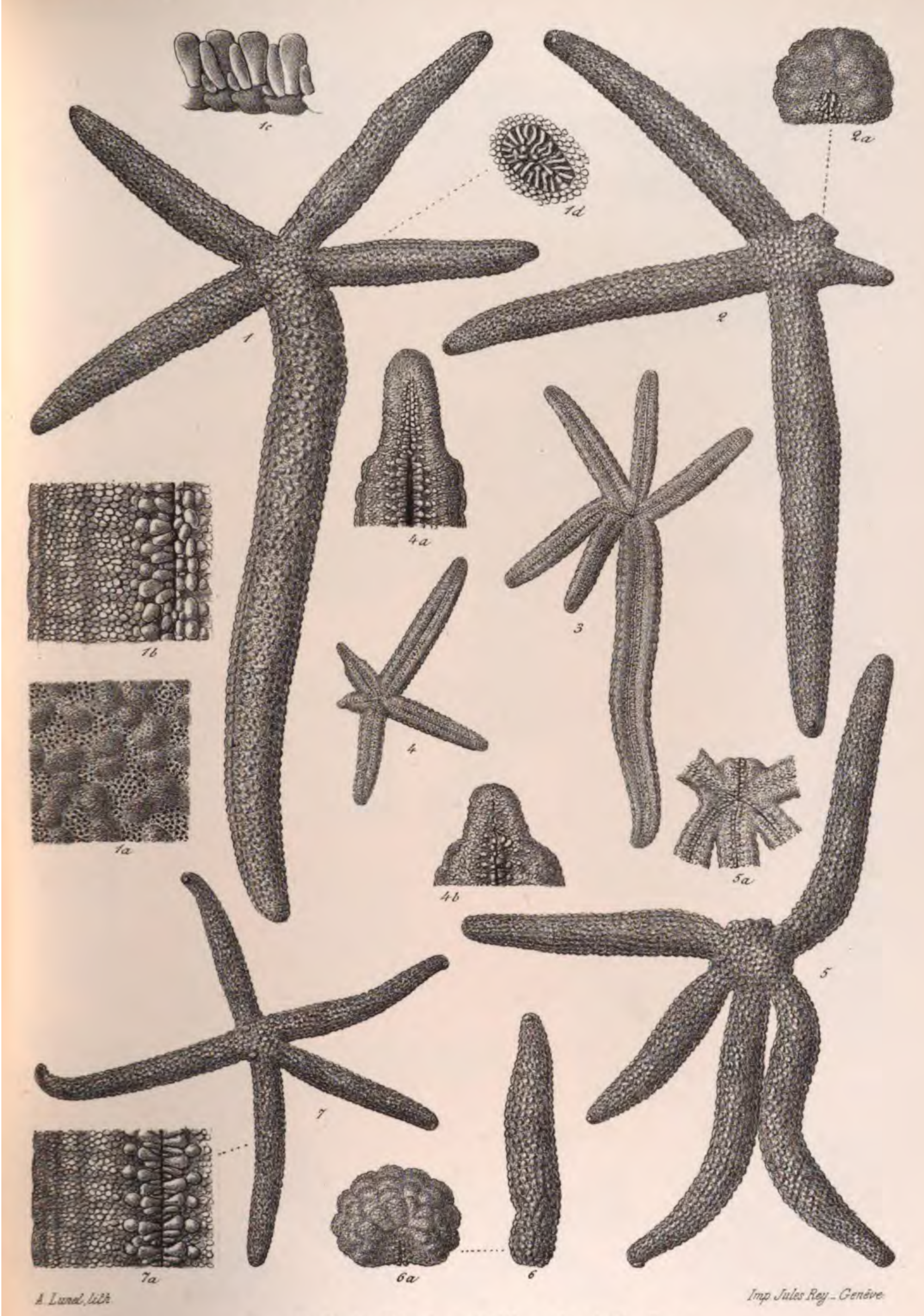
el, del. & lith.

Fig. 1_Valvaster striatus (Lamarck) Ed. Perrier.

Imp. Jules Rey_Genève.

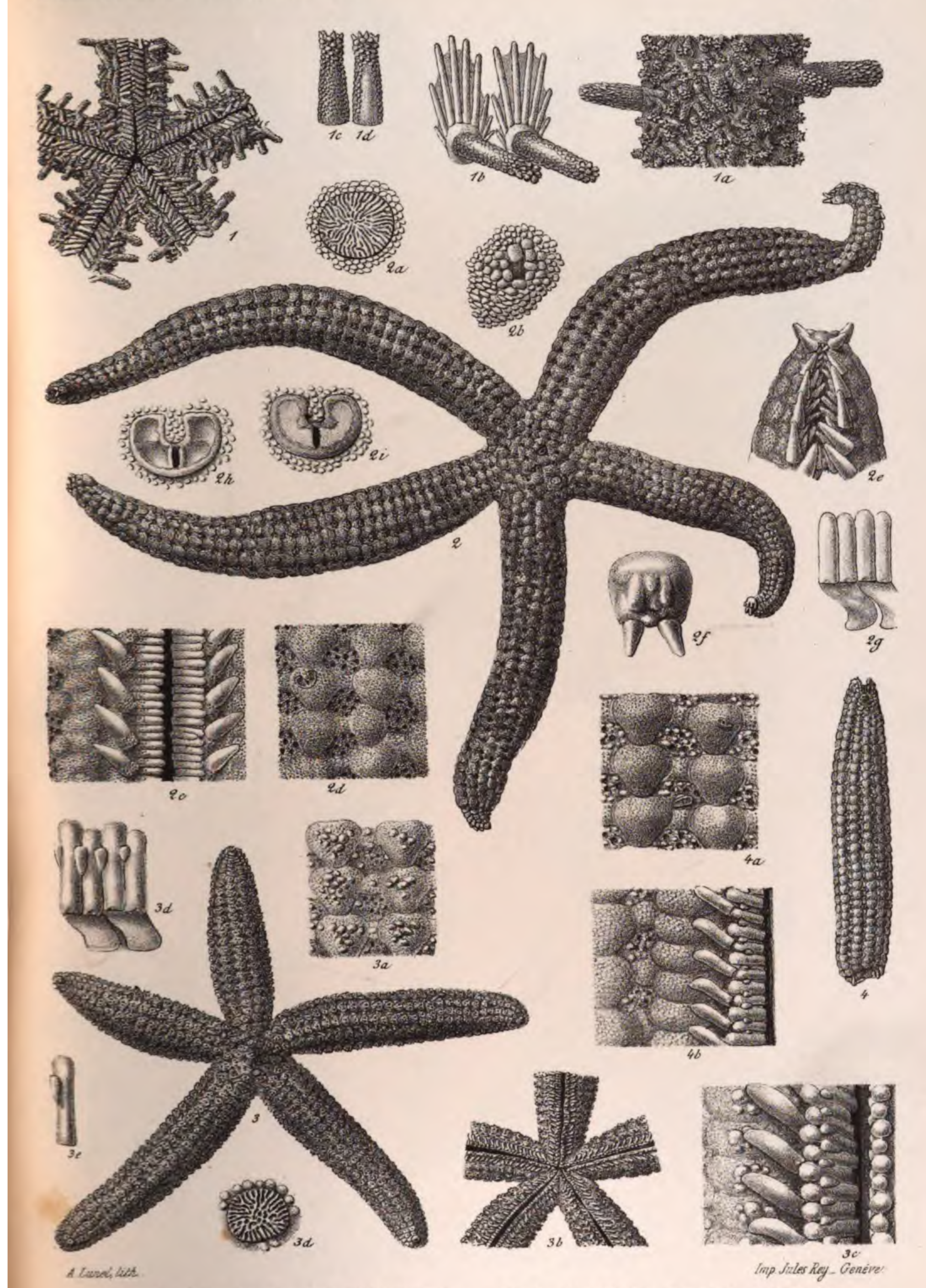


Fig. 1–12_ Linckia multifora (Lamarck), Gray.



A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey _ Genève

Fig. 1-7._ Linckia Ehrenbergi (Müller et Troschel) _ Gray



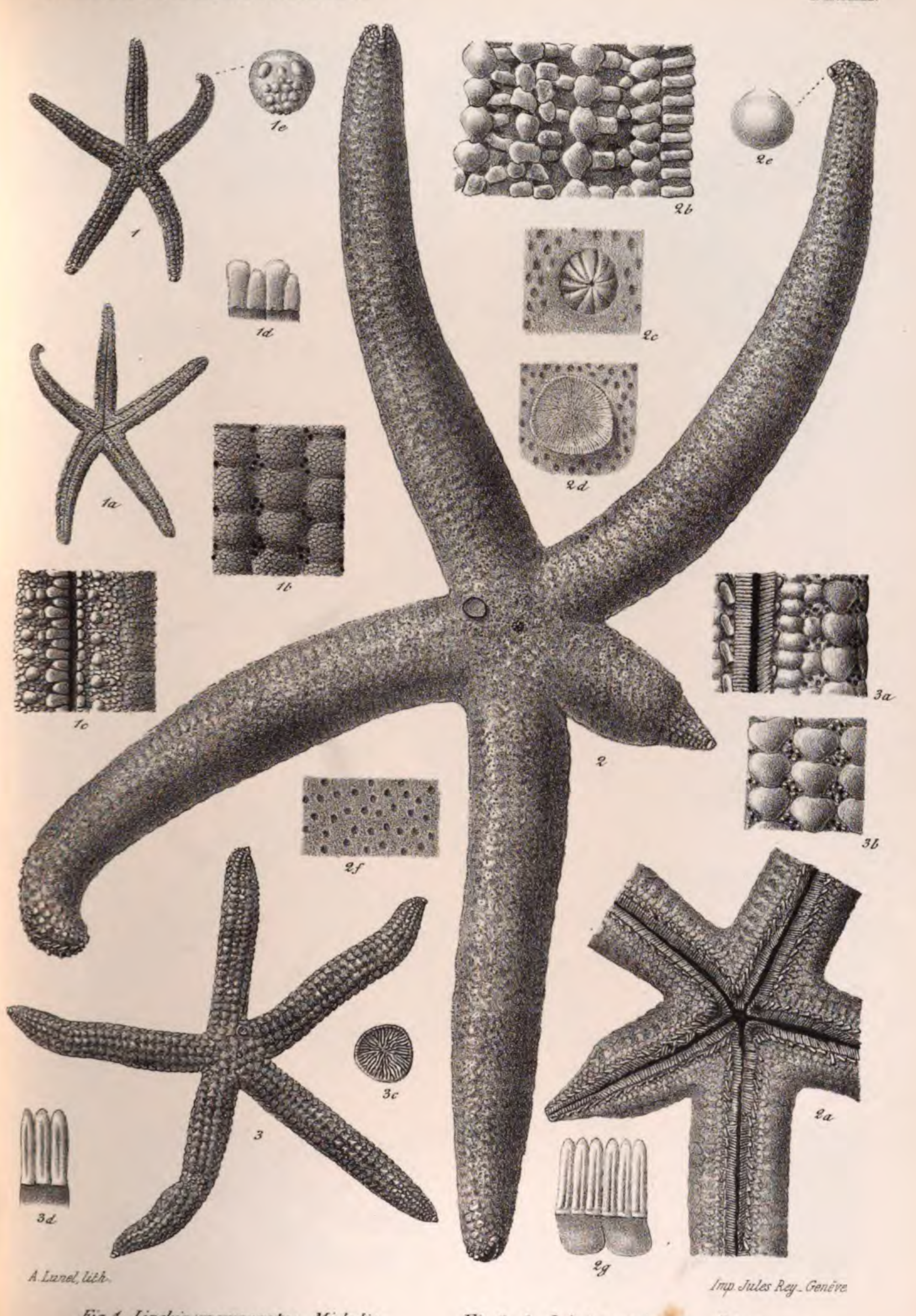
A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey _ Genève

Fig. 1_ Mithrodia clavigera (Lk) Perrier. Fig. 2._ Ophidiaster Duncani._ P. de Loriol.
Fig. 3-4._ Ophidiaster cylindricus._ M. et Tr.



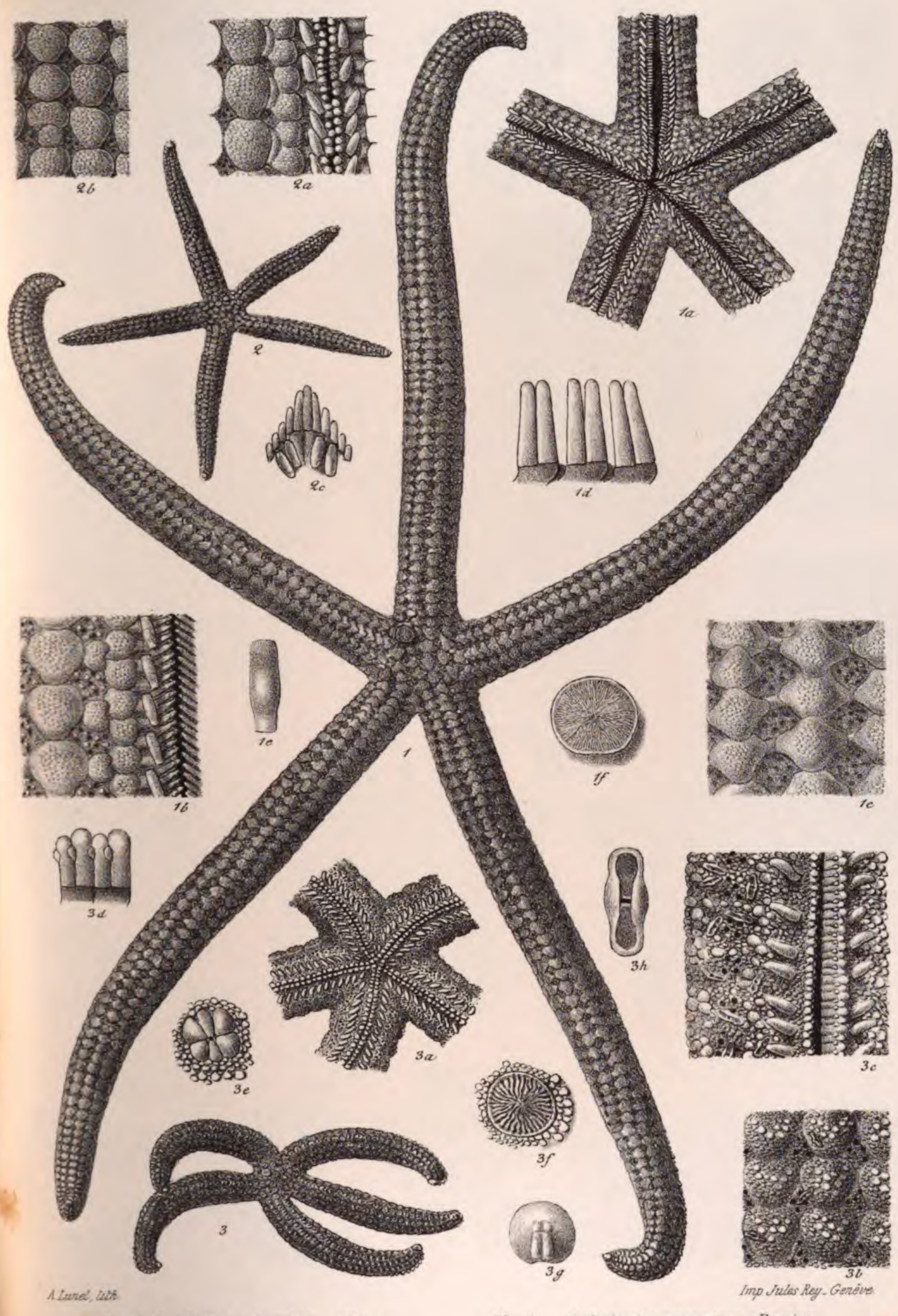
lith. Imp. Jules Rey _ Genève.

Fig. 1-3. _ Acanthaster mauritiensis _ P. de Loriol.



A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey_Genève.

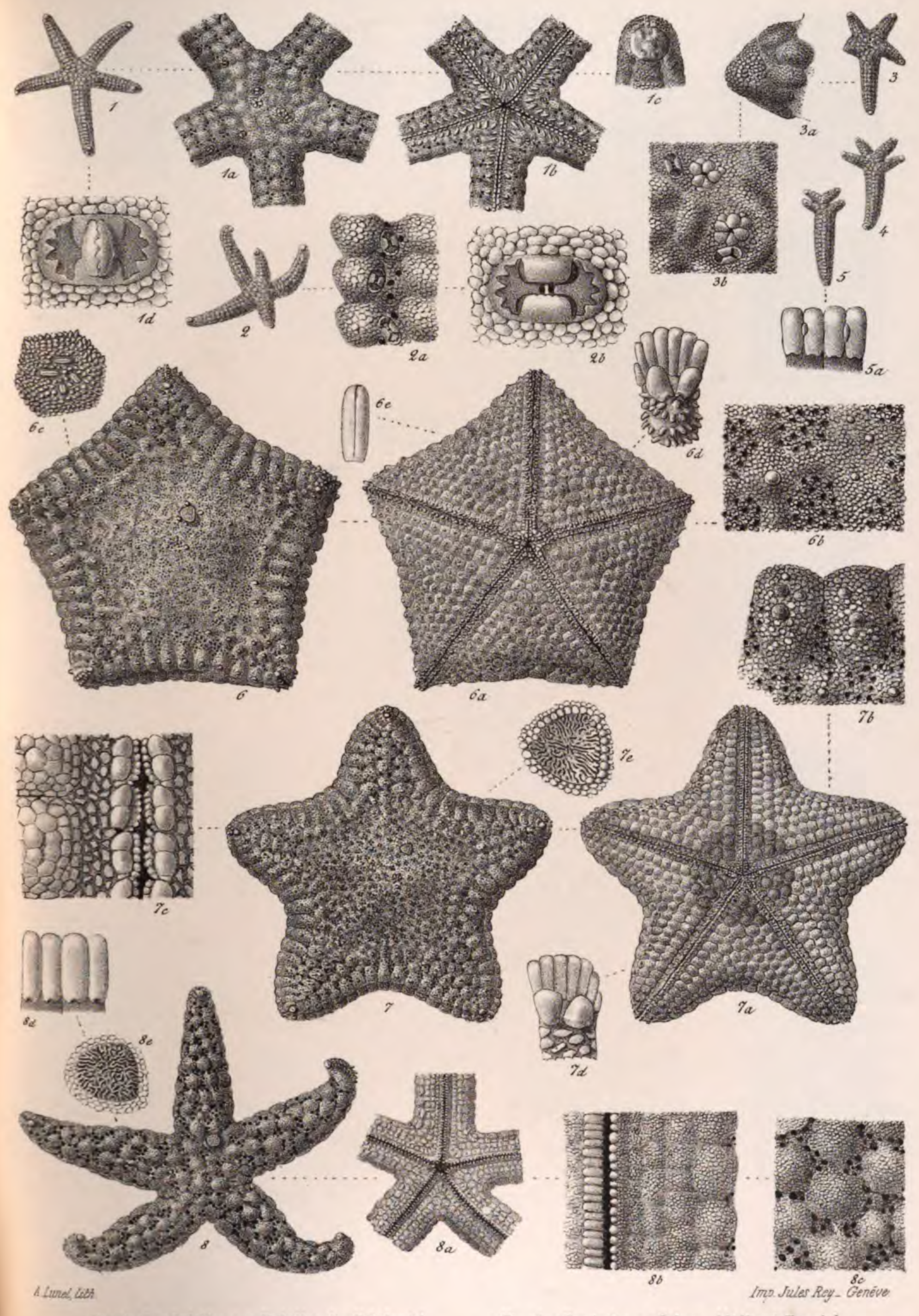
*Fig. 1_ Linckia marmorata_ Michelin_* *Fig. 2.-3._ Leiaster coriaceus._ Peters._*



A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey, Genève.

Fig. 1–2. _ Leiaster Leachii. _ Gray. Fig. 3. _ Ophidiaster purpureus. _ Perrier.

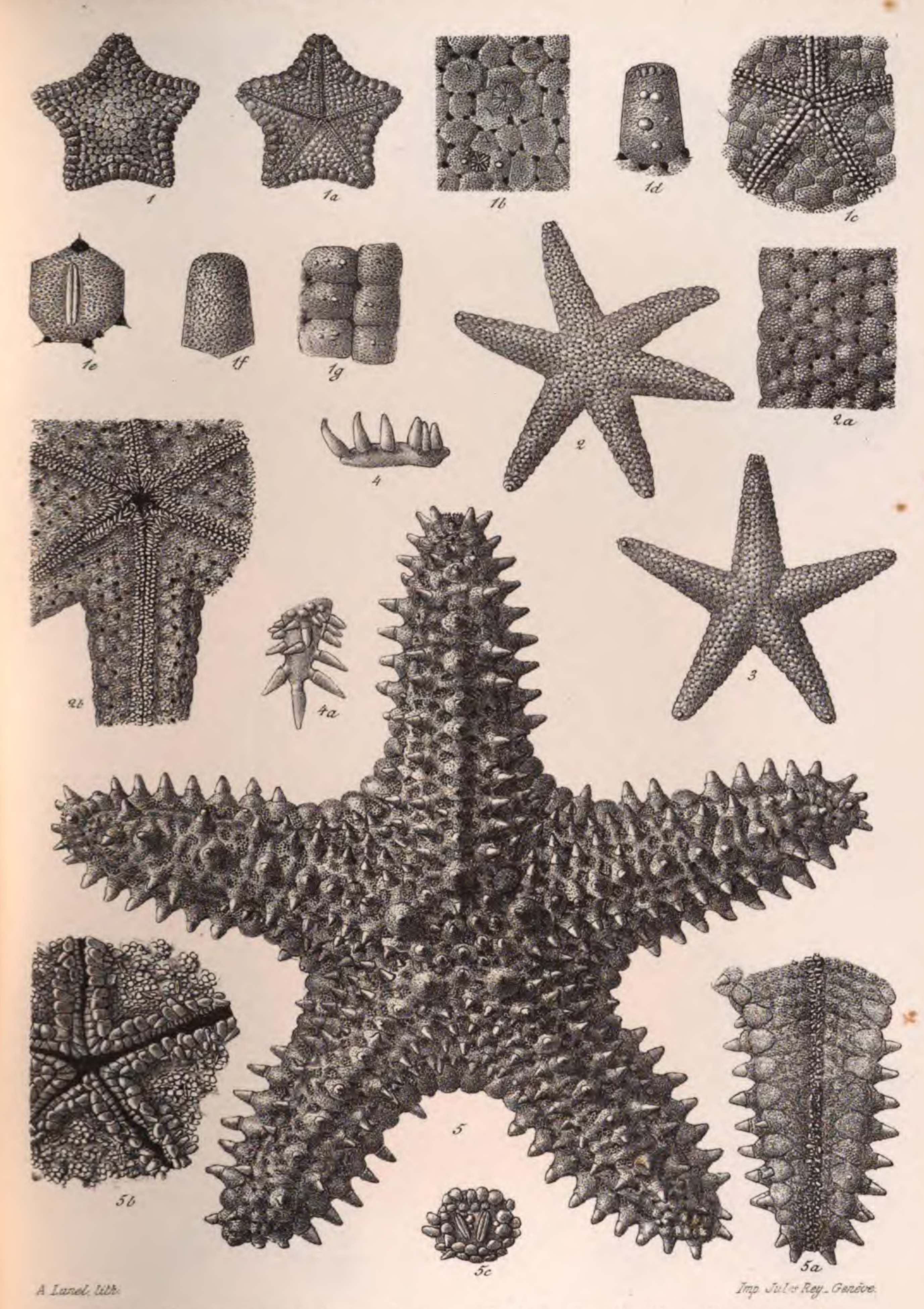




A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey _ Genève

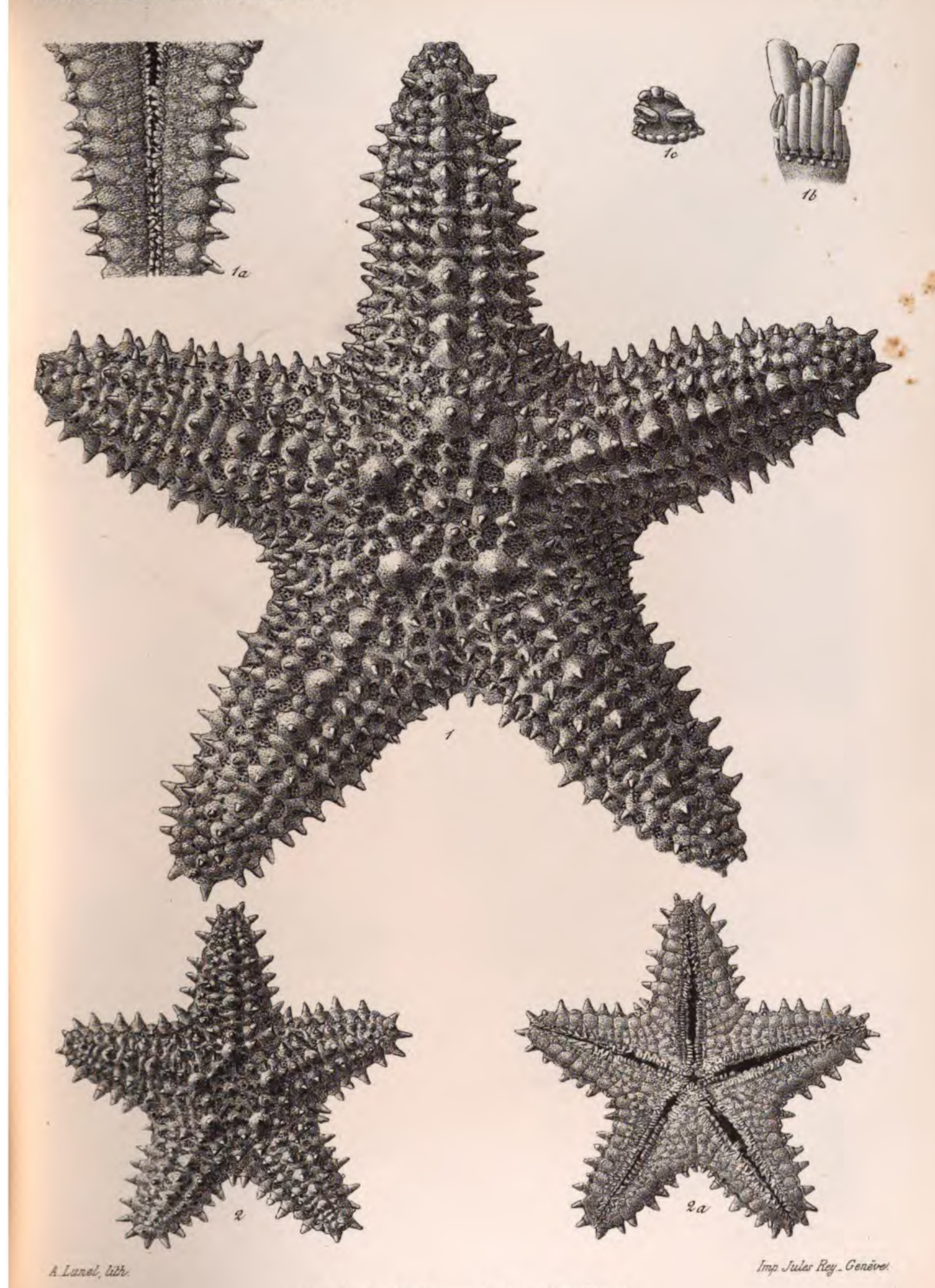
Fig. 1–5 _ Ophidiaster Robillardi _ P. de Loriol. *Fig. 6 _ Goniodiscus Sebae _ Müller et Troschel.*

Fig. 7. _ Goniodiscus Studeri _ P. de Loriol. *Fig. 8 _ Ferdina flavescens _ Gray.*



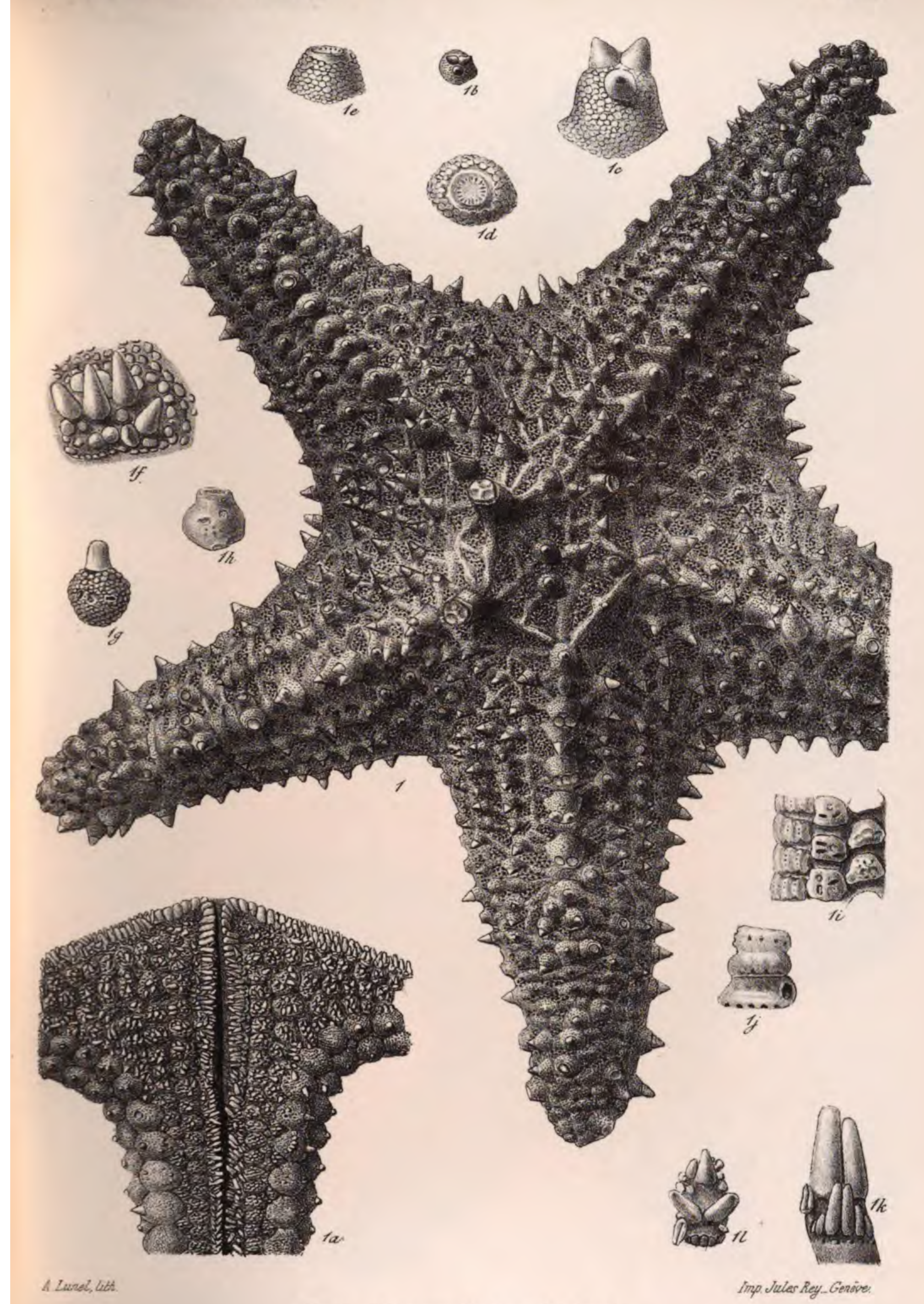
A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey, Genève.

Fig. 1 – Pentagonaster spinulosus. – Gray. Fig. 2–4 – Fromia milleporella. – Gray (I.K.)
Fig. 5 – Pentaceros Belli. – P. de Loriol.



A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey _ Genève

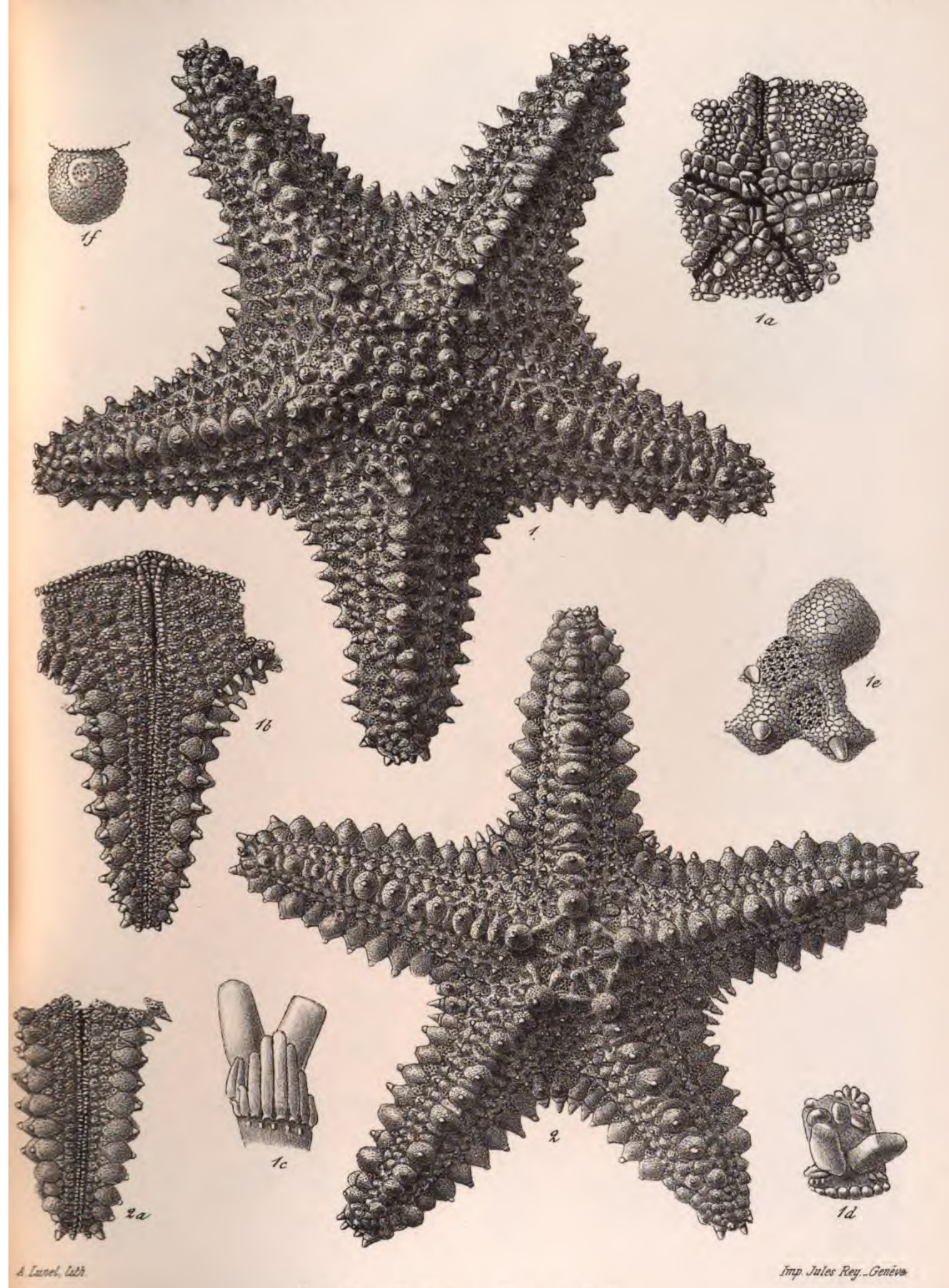
Fig. 1-2. _ Pentaceros Belli _ P. de Loriol.



A. Lunel, lith.

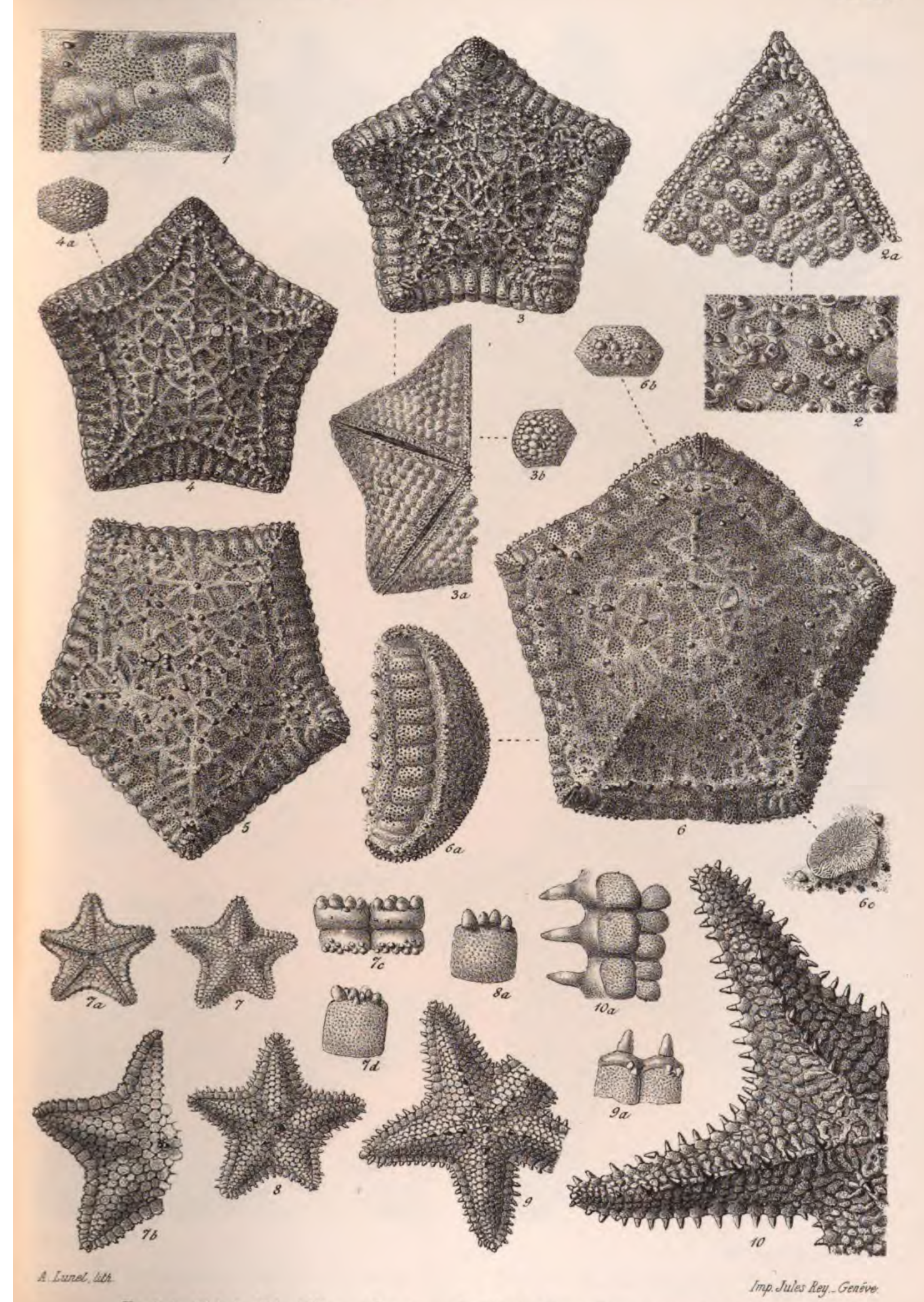
Imp. Jules Rey _ Genève.

Fig. 1 _ Pentaceros Sladeni _ P. de Loriol.



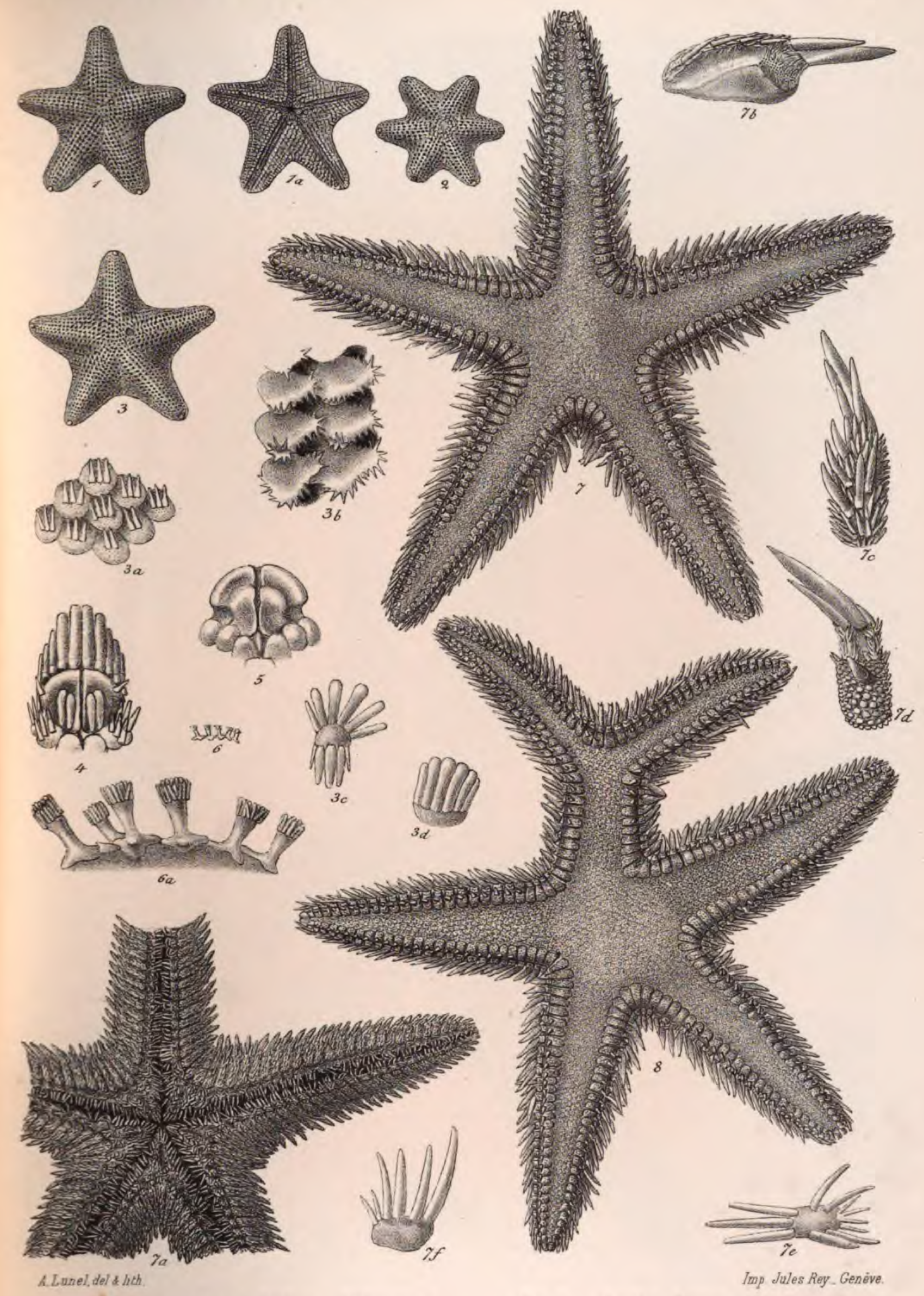
A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey. Genève

Fig. 1-2. Pentaceros Grayi. Bell.



A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey _ Genève

Fig. 1-6 _ Culcita Schmidliana _ Gray. Fig. 7-10 _ Gymnasterias carinifera _ v. Martens.



A. Lunel, del & lith. Imp. Jules Rey _ Genève.

Fig. 1-5 _ Asterina Cephea _ Valenciennes. Fig. 6 _ Luidia Savignyi _ Gray.
Fig. 7-8 _ Astropecten Hemprichii _ Müller & Troschel.



MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE

ET

D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE

MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE

ET

D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE

TOME XXIX. — SECONDE PARTIE

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
RUE DE LA PÉLISSERIE, 18

1886—1887

RAPPORT

DU

PRÉSIDENT DE LA SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE

ET

D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE

POUR

L'ANNÉE 1885

PAR

M. A. ACHARD

Messieurs,

Pendant l'année qui vient de s'écouler notre Société s'est augmentée de deux nouveaux membres ordinaires, dans la personne de M. A. Bolles-Lee, zoologiste, et de M. A. Kammermann, astronome adjoint à l'Observatoire de notre ville.

Elle a perdu, par démission pour cause de santé, deux de ses associés libres : M. Auguste Sautter de Beauregard, et M. François Gas, ancien bibliothécaire de la Ville de Genève.

Le premier est décédé à Tunis peu de temps après sa séparation d'avec nous.

Elle a perdu par décès trois de ses membres ordinaires, MM. Bizot,

Boissier et Duby, dont je vais essayer de vous retracer sommairement les carrières scientifiques.

Jean-François Bizot, né à Genève le 6 février 1804, fut élevé au collège de sa ville natale et suivit l'enseignement de la Faculté de médecine de Paris, à une époque où il était illustré par les noms de Laennec, de Lisfranc, de Roux et de Louis. C'est à ce dernier maître que Bizot s'attacha plus particulièrement, ainsi que ses condisciples et compatriotes Marc D'Espine et Théodore Maunoir. Pendant le cours de leurs études, les trois amis concoururent à la fondation de la *Société médicale d'observation de Paris*, et c'est dans le tome Ier des Mémoires de cette Société que Bizot publia ses *Recherches sur le cœur et sur le système artériel chez l'homme*, travail dont sa thèse inaugurale, antérieure de deux ans, sur les *altérations du système artériel chez l'homme,* était en quelque sorte un extrait. Le seul travail qu'il ait publié depuis lors est une *Observation de hernie avec perforation.*

De retour à Genève, il ne tarda pas à se créer une clientèle importante et devint chirurgien de l'hôpital. Après avoir quitté ce service, il renonça peu à peu à la pratique de son art, dont sa situation de fortune ne lui faisait pas une nécessité, pour céder à l'attrait tout puissant que la vie rustique exerçait sur lui. C'est dans son beau domaine de Boringe, près de Reignier, en Savoie, qu'il passait la plus heureuse partie de son existence. Il est mort le 16 septembre dernier, oublié comme médecin de la génération contemporaine, mais laissant le vivant souvenir d'un caractère bienveillant et sûr ainsi que d'une charité inépuisable.

Pierre-Edmond Boissier, petit-fils du célèbre docteur Butini, naquit à Genève le 25 mai 1810 et fut élevé dans sa famille, et en compagnie de sa sœur, depuis Mme de Gasparin, sous la direction d'un jeune précepteur, M. Vallette, bien connu pour les fonctions pastorales qu'il a exercées depuis lors à Naples et à Paris. C'est pendant les séjours de ses parents dans leur campagne de Valleyres, au pied du Jura, qu'il fit dans cette montagne de fréquentes excursions où il contracta le goût de la botanique. Il conserva ce goût lorsqu'il aborda les études scientifiques

de l'académie, et c'est à cette science qu'il se voua sans réserve, dès l'année 1833, au retour d'un voyage en Italie. Il ne la cultiva pas seulement dans son cabinet et avec son herbier; dans le but d'en étendre le domaine, il fit des voyages lointains et fatigants, notamment dans l'Espagne où il est allé jusqu'à huit fois, dans la Grèce et l'Orient qu'il visita en 1842 et en 1846, et en Norwège où il se rendit en 1861. Ses principaux ouvrages sont le *Voyage botanique dans le midi de l'Espagne*, qu'il publia en 1839-45 au retour de sa première excursion dans ce pays, et sa *Flore d'Orient*. Il faut y ajouter les monographies des *Euphorbiacées* et des *Plombaginées* qui ont paru dans le *Prodromus* de MM. de Candolle. Le dernier voyage de Boissier eut lieu en 1881. Sa santé ne lui permit plus d'en faire, et il resta renfermé dans ses résidences du Rivage et de Valleyres, partageant son temps entre sa science favorite et des œuvres religieuses et philanthropiques auxquelles il portait un vif intérêt. Il a été enlevé assez brusquement le 25 septembre dernier par une affection chronique de l'estomac, dont il souffrait depuis longtemps. Je n'ai parlé que du botaniste; mais l'homme, que du reste vous avez pour la plupart connu, ne lui était inférieur en rien. Sous ce rapport je ne puis mieux faire que de renvoyer à la notice pleine d'intérêt que nous devons à M. Alphonse de Candolle. Elle fait ressortir non seulement les qualités de cœur qui distinguaient Boissier, mais encore ses mérites comme écrivain. Dans les citations du *Voyage en Espagne* qu'elle contient, on trouve une sobriété correcte et pleine de naturel qui rappelle la manière de H.-B. de Saussure. Par une bonne fortune qui n'est pas le lot de tous les savants, Boissier a trouvé dans son gendre, M. Barbey, un collaborateur et un continuateur compétent pour ses travaux.

Duby, dont il me reste à parler, fut aussi un botaniste, mais la science ne fut pour lui qu'une occupation accessoire, qui lui servait à remplir les rares loisirs d'une existence vouée avant tout à d'autres soins. Sa carrière nous offre un exemple d'une association qui jadis n'était pas rare chez nous, mais qui n'est plus conforme aux idées actuelles, celle de la culture des sciences de la nature, non seulement avec la culture

de la théologie, mais encore avec la pratique du ministère évangélique. Né à Genève le 15 février 1798, *Jean-Étienne Duby* fut un des premiers élèves d'Augustin-Pyramus de Candolle, lorsque notre Académie appela celui-ci comme professeur en 1816. Cet enseignement fit naître en lui pour la botanique un goût qu'il conserva même après son entrée dans l'Auditoire de théologie. Il continua d'avoir des relations fréquentes avec son ancien maître, et il l'aida souvent dans ses arrangements d'herbier et dans le classement des plantes au Jardin botanique. De Candolle lui confia même la rédaction d'une seconde édition de l'abrégé de la Flore française, intitulé *Synopsis plantarum in florâ gallicâ*, etc., laquelle parut en 1828 et 1830 sous le titre modifié de *Botanicum gallicum seu Synopsis*, etc. Cet ouvrage est en deux volumes; le second est entièrement de Duby; pour le premier il fit usage des notes de de Candolle. Il a rédigé pour le *Prodromus* de MM. de Candolle l'article sur la famille des *Primulacées.* Depuis lors il s'est occupé presque exclusivement des mousses. Nos Mémoires renferment plusieurs travaux de lui sur des mousses exotiques.

Les conditions très particulières dans lesquelles Duby s'est adonné à la botanique font qu'il n'a pas eu d'élèves et n'a pas exercé d'influence scientifique. Mais ce qu'il faut faire ressortir ici, c'est le bel exemple d'activité morale et intellectuelle qu'il nous a laissé. Pasteur, pendant 32 ans, de la populeuse paroisse des Eaux-Vives, il joignit à ses fonctions le soin consciencieux d'une foule d'œuvres qui s'y rattachaient plus ou moins directement, et cela sans jamais renoncer entièrement à ses occupations scientifiques. Après sa retraite, survenue en 1863, il continua à se consacrer avec zèle aux unes et aux autres. Une fracture qu'il éprouva à une jambe, il y a quelques années, le confina plus ou moins dans sa maison et porta une certaine atteinte à sa santé. Il s'est éteint le 24 novembre dernier par suite de l'âge plutôt que de la maladie.

Après ce tribut bien incomplet donné à la mémoire de ceux qui nous ont quittés, je vais passer en revue les sujets qui ont occupé la partie la plus intéressante de nos séances, en vous avertissant que je ne ferai pas

de distinction entre les communications de nature originale, que nous appelons *Mémoires,* et les simples comptes rendus que nous désignons d'ordinaire par le terme de *Rapports*, et que je me bornerai, en ce qui concerne ces derniers, à mentionner les plus importants.

Astronomie.

M. le colonel *Gautier* a entrenu la Société du 20me retour de la comète dite d'*Enke*, qui avait été découverte, en 1818, par Pons, puis identifiée par Olbers et par Enke avec des comètes plus anciennes. La première observation, faite à Genève, de ce retour, a eu lieu le 9 janvier 1885, le lendemain même de la communication de M. Gautier. Il a également signalé l'existence d'une comète télescopique, découverte à Paris le 1er décembre dernier par M. Fabry, et observée ensuite le 3 du même mois à Genève.

Un autre fait astronomique intéressant dont le même membre nous a fait part, est l'apparition d'une étoile de 7me grandeur dans la nébuleuse d'Andromède.

M. Gautier a donné à la Société un résumé des questions qui ont été traitées dans la 11me assemblée de la *Société astronomique*, qui a eu lieu à Genève du 19 au 22 août 1885. Disons à ce propos que notre ville a été fort honorée d'être choisie par ce savant Congrès pour lieu de réunion, et que, si les astronomes étrangers en ont rapporté de bons souvenirs, l'accueil qu'ils ont reçu de notre collègue et de sa famille y a grandement contribué.

M. le prof. *Cellérier* a présenté, au sujet de la constitution du soleil, quelques considérations suivant lesquelles la température à la surface de cet astre suppose une pression énorme exercée sur les vapeurs métalliques par l'atmosphère d'hydrogène, et a dû, à une ancienne époque, être moins élevée que maintenant.

M. *Raoul Gautier* a communiqué le résultat de ses calculs sur l'orbite

de la comète de Tempel (découverte en 1867) et signalé en particulier l'intensité des perturbations que Jupiter exerce sur elle.

Physique et Météorologie.

M. le prof. *L. Soret* a exposé ses vues sur la fixation du diapason, dont une conférence internationale doit s'occuper, et indiqué les avantages qu'il y aurait à revenir pour la définition du *la* à l'ancien chiffre de 432 vibrations complètes par seconde, au lieu de celui de 435 qui a été adopté récemment.

Il nous a donné la description d'un appareil de son invention au moyen duquel il est parvenu, dans une certaine mesure, à observer, à l'aide du microscope, les globules de vapeur d'eau.

Le même membre nous a communiqué des observations sur des *gloires antisolaires* et sur l'anneau de Bishop, qu'il a eu occasion de faire au mois de janvier dans une course au Salève.

Il nous a aussi entretenus à deux reprises des expériences qu'il a faites pour déterminer photographiquement les trajectoires décrites dans la locomotion par des points du corps humain. Les procédés qu'il a employés diffèrent de ceux dont s'est servi M. Marey pour des recherches analogues, en ce que l'objet qui est fixé à la partie du corps dont on étudie les mouvements, au lieu de réfléchir la lumière, est lumineux par lui-même.

Nous devons aussi à M. Soret quelques détails sur des observations faites en Algérie, d'après lesquelles des grêlons auraient varié assez brusquement de dimensions dans les phases successives d'un orage.

Il nous a enfin signalé des faits intéressants relatifs à l'avancement de la Mer de glace et du glacier des Bossons dans ces dernières années.

M. *Éd. Sarasin* a exposé la marche et les résultats des expériences qu'il a faites dans la Méditerranée, près de Villefranche, conjointement avec M. le prof. *H. Fol*, pour déterminer, au moyen de plaques photo-

Je résumerai tout à l'heure les principaux traits de la vie scientifique de ces quatre hommes éminents.

Vous avez reçu comme membres honoraires : M. le Prof. Henri de Lacaze-Duthiers, de Paris, et M. le Prof. Alexandre Herzen, de Lausanne, bien connus tous deux par leurs importants travaux scientifiques.

Vous aurez à nommer un Président pour l'année actuelle, puisque j'ai rempli ce rôle pendant l'année de ma Vice-Présidence.

M. E. Sarasin a été confirmé pour trois ans dans ses fonctions de Secrétaire ; qu'il reçoive ici nos remerciements de vouloir bien continuer à occuper ces importantes et difficiles fonctions.

MM. Bedot et Fatio ont été nommés membres du comité de publication en remplacement de MM. Ch. Soret et Aug. Wartmann que la rotation, prévue par notre règlement, appelaient à quitter ce comité.

Parmi les faits intéressant notre administration intérieure je dois signaler la détermination prise sur la proposition de notre comité de publication d'enlever le droit de retirer le volume des *Mémoires* aux membres qui ne l'auraient pas réclamé trois ans après sa publication.

Le Laboratoire zoologique de Villefranche, dont notre collègue le Prof. H. Fol est directeur-adjoint, a fait avec la Société de Physique un accord régulier d'après lequel il s'engage à réserver à la Société de Physique, moyennant la somme de 600 francs par an, une table de travail.

Notre compatriote M. Camille Pictet a demandé pour cet hiver d'occuper cette table, qui a été mise à sa disposition.

Un des faits les plus intéressants à signaler dans ce rapport est la réunion de la soixante-neuvième session de la *Société helvétique des sciences naturelles* qui eut lieu du 10 au 12 août à Genève.

Cette session, élaborée de longue main par l'activité et l'habileté persévérante de son président, notre collègue M. le prof. L. Soret, a offert dans toutes ses branches un grand intérêt scientifique. La session a compté environ 200 membres de la *Société helvétique*, à laquelle s'étaient jointes cette année pour leur réunion annuelle la *Société médicale de la Suisse romande*, et l'*Association des Sociétés suisses de géographie*. En ou-

tre, la *Commission géologique internationale* a eu ses séances en même temps à Genève, et le congrès, formé par ces diverses sociétés a réuni près de 400 membres, tant Suisses qu'étrangers.

Le comité annuel désireux de rappeler aux membres venus de toutes les parties de la Suisse, qu'ils se trouvaient à Genève au berceau de la Société, avait fait élever un monument commémoratif de sa fondation, consacré plus spécialement à la mémoire de Henri-Albert Gosse, son principal fondateur. Ce monument, qui a été inauguré le 10 août à l'issue de la première assemblée générale, consiste en un bloc erratique du *Mont-Gosse*, propriété de la famille Gosse, sur le Salève, près de Genève; il est orné d'un portrait-médaillon de H.-A. Gosse et porte l'inscription: 6 OCTOBRE 1815. LA SOCIÉTÉ HELVÉTIQUE DES SCIENCES NATURELLES A SON FONDATEUR H.-A. GOSSE, 1886.

Je ne puis résumer ici les nombreuses communications intéressant les diverses branches scientifiques qui se sont faites dans cette session. Elles ont été publiées soit dans les *Actes de la Société Helvétique,* soit dans les *Archives des Sciences physiques et naturelles*[1].

Le nombre de ces communications, les sujets intéressants, souvent nouveaux et originaux, qui y ont été traités par d'éminents collègues, sont une preuve de la vie scientifique de la Société Helvétique des sciences naturelles.

Nous ne parlerons pas non plus ici des fêtes et réceptions de cette session ni de ces cordiales réunions qui ont permis aux membres venus de divers cantons de la Suisse, ainsi que de l'étranger, de raviver d'anciens liens d'amitié, d'en former de nouveaux et de mieux s'apprécier en se connaissant mieux.

Je ne puis laisser échapper cette occasion d'offrir à notre collègue, M. le Prof. L. Soret, nos sincères remerciements et nos félicitations pour le zèle, le talent et l'habileté avec lesquels il a rempli d'un bout à l'autre de cette session la tâche complexe et difficile de Président.

[1] *Archives des sciences physiques et naturelles*, septembre et octobre 1886, tome XVI, pp. 177 à 266 et 313 à 392.

C'est certainement à M. le Prof. Louis Soret que nous devons le brillant succès de cette 69me session.

La Société Cantonale de Berne nous a récemment convoqués à une fête destinée à célébrer l'anniversaire de sa fondation. Vous y avez délégué M. V. Fatio pour vous représenter.

Maintenant, Messieurs, avant de vous rendre compte des travaux scientifiques qui ont rempli nos séances, je vais, ainsi que je l'avais annoncé, vous entretenir des collègues que nous avons perdus cette année.

Élie-François Wartmann était né à Genève, le 7 novembre 1817. Il fit ses études à l'Académie et fut en 1838, âgé donc de 21 ans, nommé professeur de physique et de chimie à l'Académie de Lausanne. Le succès qu'il obtint dans cet enseignement le fit avantageusement connaître et lorsque, après les événements de 1846, Auguste de la Rive dut donner sa démission de professeur de physique à l'Académie de Genève ce fut Wartmann qui fut choisi pour lui succéder. Il entra en fonctions en 1848 et fut nommé définitivement en novembre 1849.

Il se voua complètement à ses nouveaux devoirs qu'il a remplis jusqu'en mai 1886. Il y consacra son érudition, son esprit d'ordre et son génie organisateur.

Il montra aussi son esprit d'organisation et sa persévérance dans la part active que nous l'avons vu nous-mêmes prendre depuis bien des années dans les travaux de la Commission scientifique de notre Bibliothèque publique.

La maladie l'interrompit en pleine activité en mai 1886, il dut suspendre ses cours et il mourut le 11 septembre 1886.

Pendant son professorat Wartmann remplit deux fois les fonctions de Recteur, en 1860 et 1870.

L'enseignement de Wartmann se signalait par une parfaite clarté due à la facilité et à l'élégance de sa diction, ainsi qu'à l'habileté et aux soins qu'il mettait aux démonstrations de ses cours. La grande bienveillance qu'il montrait pour ses élèves dont il savait se faire des amis, laissera parmi eux un souvenir ineffaçable et de sincères regrets.

Ses mérites comme savant et comme organisateur l'ont fait tout naturellement désigner comme représentant des intérêts suisses ou cantonaux aux diverses expositions internationales qui ont succédé à la première et justement célèbre exposition de Londres en 1851.

Les industriels et les horlogers de Genève savent le rôle important qu'il a joué dans la Société des Arts et particulièrement l'intérêt actif et soutenu qu'il portait à la Classe d'industrie et au Conservatoire Industriel dont il était Directeur depuis une quinzaine d'années.

Wartmann a publié de nombreux travaux dont la plupart furent présentés à notre Société et imprimés soit dans nos *Mémoires*, soit dans les *Archives des sciences physiques et naturelles*. La Société de Physique dont il fut deux fois président, 1867 et 1877, le compta toujours parmi ses membres les plus assidus et les plus actifs. J'aurai tout à l'heure à vous rappeler la dernière communication qu'il nous fit encore en mai 1886 alors qu'il était déjà atteint du mal auquel il devait succomber quelques mois plus tard.

Je ne puis mieux faire pour vous retracer ses travaux scientifiques que d'emprunter cette analyse aux plumes plus autorisées que la mienne, savoir aux notices qui ont été publiées sur Élie Wartmann soit par M. le prof. D. Colladon [1], soit par M. le prof. Ch. Soret [2].

Comme le fait remarquer M. Ch. Soret, ces travaux se rattachent à quatre ou cinq tendances principales, à quatre ou cinq idées directrices assez distinctes.

Un premier groupe se compose de recherches expérimentales relatives à la théorie des phénomènes électriques et magnétiques. Pour apprécier nettement et justement la valeur de ces travaux, il ne faut pas oublier que la plupart datent de la période de 1840 à 1850, et il faudrait pouvoir se placer dans le courant des idées et des connaissances d'alors. La théorie mécanique de la chaleur qui domine la science actuelle, n'était pas née ou naissait à peine. L'identité de la lumière et de la chaleur

[1] *Actes de la Société helvétique des sciences naturelles*, 1886, p. 156.
[2] *Archives des sciences phys. et nat.*, 1886, tome XVI, p. 488.

rayonnante venait à peine d'être prouvée par Melloni. Depuis 1831 les travaux de Faraday, base et origine des développements mathématiques donnés depuis par Maxwell et W. Thomson à la théorie des phénomènes électriques, avaient attiré l'attention sur les recherches expérimentales qui s'y rattachent. Auguste de la Rive, à l'apogée de son talent et de sa réputation, communiquait à ses élèves son enthousiasme pour ce sujet attrayant et mystérieux : il réunissait dans son journal, les *Archives de l'électricité*, tous les faits nouveaux qui se publiaient en Europe.

Wartmann devait forcément obéir au mouvement au milieu duquel il vivait. Il se proposa de rechercher les relations qui peuvent bien exister entre l'électricité et les autres forces physiques et consigna ses résultats dans une série de *Mémoires sur l'induction*, publiés de 1840 à 1850 et dans quelques autres travaux venus plus tard. De nos jours la théorie ne fait pas prévoir grand'chose sur ces relations; il y a quarante ans elle ne faisait rien prévoir du tout. Ces recherches faites forcément un peu au hasard devaient aboutir souvent à des résultats négatifs, peu encourageants, et cela malgré tous les soins et la fertilité d'imagination que Wartmann y apportait. Toutefois, en pareille matière, les résultats négatifs eux-mêmes, s'ils sont vite énoncés dans les traités de physique, n'en ont pas moins leur importance pour la théorie. Plusieurs de ces recherches ont été reprises plus récemment par divers observateurs qui n'ont pu que confirmer les résultats énoncés précédemment par Wartmann.

Parmi ces résultats négatifs nous pouvons citer le fait qu'il ne se produit pas d'action chimique entre les deux pôles d'un aimant plongés dans une solution métallique, la solution ne s'électrolyse pas comme elle le ferait si l'on y plongeait des électrodes reliés aux deux pôles d'une pile ; — que l'électrisation ou l'aimantation d'un corps élastique, d'un ressort d'acier par exemple, ne change aucunement son élasticité; — que la conductibilité électrique d'un fil de fer n'est pas altérée par l'aimantation ; — que la vitesse de refroidissement d'un corps est la même, qu'il soit ou non électrisé ou aimanté ; — que l'électricité statique ou dynamique ne modifie pas les réactions chimiques produites sous l'influence de la

Wartmann aimait à observer la nature; on lui doit la description de quelques météores qui ne se montrent que rarement.

Un quatrième groupe de travaux se rapportent à la physiologie. Les deux mémoires qu'il a publiés en 1840 et 1844 sur le *Daltonisme*, sur cette singulière anomalie de la vision, par suite de laquelle beaucoup de personnes ne distinguent pas certaines couleurs les unes des autres, sont cités partout et comptent parmi ses meilleures publications. Il s'est occupé aussi des courants électriques qui existent dans les végétaux, de l'influence du froid sur les graines, etc.

Mais c'est surtout la tendance vers les applications industrielles qui a caractérisé son esprit à toutes les époques de sa carrière.

Les questions relatives à l'éclairage par l'électricité le préoccupaient ainsi que la télégraphie électrique. Dès 1852 il faisait des essais d'éclairage au moyen d'un régulateur à électro-aimant qu'il avait imaginé. En 1860 il a donné une solution très ingénieuse du problème de la transmission simultanée de deux dépêches en sens inverse dans un même fil.

Ajoutons enfin que Wartmann reçut plusieurs distinctions honorifiques : Il était membre correspondant de l'Académie de Turin, de Nancy et de plusieurs Sociétés savantes. A la suite de son utile participation aux délibérations des jurys à diverses expositions internationales, il a été nommé successivement : officier de la Légion d'honneur, 1881 ; commandeur de l'ordre espagnol d'Isabelle-la-Catholique, 1882 ; officier de l'ordre de la couronne d'Italie, 1885.

Voici la liste des publications de Wartmann :

Essai historique sur les phénomènes et les doctrines de l'Électro-chimie. Genève, 1838.

Mémoire sur la diathermansie électrique des couples voltaïques. (*Mém. Soc. de phys. et d'hist. nat. de Genève*, t. IX, p, 120, 1840.)

Mémoire sur deux balances à réflexion. (*Ibid.*, t. XI, p. 115, 1841).

Mémoires sur le Daltonisme. (*Ibid.*, t. X et XII, 1840 et 1844, p. 273 et 169 ; 2me édit. *Bibl. univ.*, 1845.)

Note sur la polarisation de la chaleur atmosphérique. (*Mém. de la Soc. de phys. et d'hist. nat.*, t. XII, p. 349, 1849.)

Recherches sur la conductibilité des minéraux pour l'électricité voltaïque. (*Ibid.* t. XIII, p. 199, 1851.)

Observations radiométriques (*Archives des sc. phys. et nat.* t. LV, p. 313; LVI, p. 159, 1876.)
Sur un cas de Diplopie binoculaire. (*Ibid.*, 3me période, t. IV, p. 525, 1880.)
Recherches physiques sur la végétation. (*Ibid.*, t. V, 1881, p. 339.)
Biographie d'Auguste de la Rive. (*Eisenbahn* du 31 mars 1882.)
Le Rhéolyseur. (*Mém. Soc. phys. hist. nat. de Genève.*, 1877. Rapport du président, t. XXVI; *Archives des sc. phys. et nat.*, 3me période, t. VII, 1882.)
Rapport au Conseil d'État sur l'Industrie genevoise à l'Exposition universelle de Paris, en 1855.
Rapport au Conseil Fédéral sur l'Horlogerie à l'Exposition universelle de Paris, en 1867.
Rapport sur les travaux de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève de 1867 à 1868. (*Mém. Soc. de phys.*, t. XIX, p. 585, 1868.)
Idem, de 1877 à 1878. (*Ibid.*, t. XXVI.)
Rapport au Conseil Fédéral sur les Instruments de précision et de l'art médical à l'Exposition universelle de Vienne, en 1873.
Notice biographique sur Joseph Plateau. (*Arch. des sc. phys. et nat.* — 3me période, t. X, p. 541, 1883.)
Seconde notice sur l'action du froid sur la faculté germinative. (*Ibid.*, t. XI, p. 437, avril 1884.)
Expériences qui ont eu lieu à Turin et à Lanzo, dans le but de prouver qu'à l'aide des courants alternatifs d'une dynamo Siemens, du type de 30 chevaux, on peut entretenir à de grandes distances des lampes électriques de divers systèmes. (*Ibid.*, t. XII, p. 609, décembre 1884.)
Le Rhéolyseur compensé et le Polyrhéolyseur. (*Ibid.*, t. XIII, p. 52, janvier 1885.)

Louis-Henri-Frédéric Melsens, né en 1808 et décédé à Bruxelles le 20 avril 1886, était membre honoraire de la Société de physique depuis l'année 1882.

Melsens qui avait fait ses études en France, était l'un des plus anciens élèves de J.-B. Dumas, avec Stass et Le Blanc. A son retour en Belgique il fut successivement professeur de chimie à l'École de médecine vétérinaire, examinateur à l'École militaire, membre de l'Académie royale des sciences de Belgique et de l'Académie de médecine.

On doit à Melsens des travaux de chimie de premier ordre ; des recherches importantes sur la poudre et sur son pouvoir explosif. Il a étudié l'anhydride sulfureux, ses dérivés et ses usages, il a publié enfin un mémoire important sur la liquéfaction des gaz condensés par le charbon. Vers la fin de sa carrière Melsens fit connaître ses paratonnerres à pointes multiples.

Le chimiste belge était un grand savant.

Théodore d'Oppolzer. Près de la fin de l'année, la mort est venue pro-

duire un vide aussi inattendu que douloureux parmi nos membres honoraires. Le 26 décembre, elle a frappé l'un des astronomes les plus éminents de l'époque actuelle, dans la personne de Théodore von Oppolzer, âgé seulement de 45 ans, et dont l'activité merveilleuse, les hautes capacités, unies à une robuste constitution, faisaient espérer une belle perspective de travaux à ajouter à tous ceux qu'il avait déjà exécutés.

Th. v. Oppolzer était né à Prague, en octobre 1841, pendant que son père était encore professeur de clinique à l'université de cette ville. Lorsque celui-ci s'établit à Leipzig pendant quelques années, son fils l'y suivit, mais ils ne tardèrent pas à revenir dans la capitale autrichienne, où la réputation du père s'agrandit, lui valut une riche clientèle et une brillante position. Elle entraîna le jeune étudiant à suivre aussi les cours de la faculté de médecine, où il obtint en 1863 le grade de docteur.

Mais ses goûts et ses aptitudes naturelles le portaient irrésistiblement dans un autre domaine, celui des sciences exactes. Il s'y livra avec un zèle ardent, encouragé par une mère distinguée qui était une amie fervente de l'astronomie et qui lui facilita la construction d'un observatoire particulier, à une époque où Vienne était loin d'être pourvue à cet égard des magnifiques ressources dont elle dispose aujourd'hui.

Oppolzer put ainsi se former au moyen de ses propres instruments à la pratique des observations ; mais il se livra surtout à la partie mathématique de la science. Il se rendit maître de toutes les méthodes les plus abstruses de la mécanique céleste et les appliqua, en les perfectionnant, à la plupart des astéroïdes et des comètes découverts depuis 1860. Ce genre de travail, pour lequel il possédait une admirable promptitude et une grande sûreté de calcul, a donné lieu à l'ouvrage capital de sa carrière : son « Traité de la détermination des orbites des comètes et des planètes, » qui remplace aujourd'hui dans toutes les mains la classique « Theoria motus corporum cælestium » de son illustre devancier Gauss.

Un autre champ d'activité lui fut ouvert dès 1870, époque à laquelle il se chargea des travaux astronomiques relatifs à la mensuration d'un

méridien dans l'empire d'Autriche, en rapport avec les résolutions de la Commission internationale de géodésie. Il dirigea l'œuvre avec un talent supérieur qui, universellement reconnu, le fit nommer vice-président de cette commission. Genève le posséda quelque temps lorsqu'il vint, en cette qualité, assister au congrès géodésique de septembre 1879, après lequel notre Société de physique se l'attacha comme membre honoraire.

Il assista plus tard quelquefois à nos séances, lorsqu'en juin 1881, il vint travailler à notre Observatoire, de concert avec E. Plantamour, à la détermination de la différence de longitude entre Vienne et Genève.

Outre ces importantes occupations, outre ses cours à l'Université de Vienne, qui lui valaient la faveur marquée de la jeunesse studieuse, Oppolzer était sur le point de terminer un ouvrage gigantesque : le recensement complet de toutes les éclipses depuis l'an 1207 avant J.-C. jusqu'à l'an 2167 de notre ère. L'ouvrage ne manquera pas d'être achevé et publié, car le maître avait le talent de se créer des aides intelligents et capables qui sauront compléter le peu qui lui manque encore.

Ses autres nombreux écrits ont paru successivement dans les Mémoires de l'Académie des sciences de Vienne, dont il devint membre à l'âge de vingt-sept ans, bientôt après son retour d'un voyage à Aden, entrepris pour observer l'éclipse totale de soleil du 18 août 1868. Il était membre correspondant des principales Sociétés savantes du monde. Partout son caractère aimable et sûr lui avait procuré des amis fidèles et dévoués, qui déplorent le départ prématuré d'un homme dont les nobles qualités lui avaient acquis le respect et l'admiration de tous. Ses obsèques ont prouvé de quelle considération il était entouré dans son pays, auquel il a été rapidement enlevé par une maladie du cœur.

Isaac Lea était né le 4 mars 1792 à Wilmington dans le Delaware; ses parents désiraient le voir embrasser la profession médicale, cependant quand il eut atteint l'âge de 15 ans ils changèrent d'avis et l'envoyèrent à Philadelphie, où il entra dans la maison de commerce de son

frère aîné. Il épousa en 1821 Miss Frances Carey, fille de Mathew Carey, et devint l'un des associés de l'importante maison M. Carey and Sons.

Is. Lea montra de bonne heure une prédilection particulière pour les sciences naturelles, et s'occupa d'abord de minéralogie et de géologie, sur lesquelles il publia de nombreux mémoires, mais c'est surtout par ses études sur les *Melanidæ* et les *Unionidæ* qu'il s'est fait connaître, et son grand ouvrage en 13 volumes quarto, sur l'histoire des *Unionidæ*, restera un témoignage de sa grande activité scientifique, et sera toujours la base de l'étude de cette famille difficile.

Notre collègue était membre d'un grand nombre de sociétés savantes, et en relation avec toutes les sommités scientifiques que deux voyages en Europe lui avaient fourni l'occasion de connaître personnellement. Ses nombreux correspondants se souviendront toujours de sa parfaite complaisance, et de la libéralité avec laquelle il distribuait ses nombreuses et luxueuses publications.

Il est mort à Philadelphie le 8 décembre dernier, dans sa 95me année.

TRAVAUX DE LA SOCIÉTÉ

Mathématiques, Astronomie.

M. le colonel *E. Gautier* nous a entretenus de plusieurs questions relatives à l'astronomie. Il nous a parlé des *photographies du ciel étoilé*, exécutées à Paris par MM. les frères Paul et Prosper Henry qui reproduisent les détails les plus précis de la voûte céleste jusqu'aux étoiles de quinzième et seizième grandeur. Leurs clichés ont même amené la constatation de nébuleuses ayant absolument échappé aux recherches directes, faites avec les meilleurs télescopes.

Notre collègue M. *Kammermann,* à l'exemple de M. O. Struve, à Poulkowa, a réussi à voir à Genève, le 2 août, avec l'équatorial Plantamour, une de ces nébuleuses découvertes par ce nouveau procédé.

M. *Lucien de la Rive* a communiqué une étude mathématique sur *un cas particulier de la gravitation*, qui ne se prête pas à une analyse succincte, et qui sera publiée *in extenso*[1].

M. le Prof. *Chaix* nous a donné sur l'observatoire de Kew quelques détails historiques intéressants, qu'il a recueillis dans une notice insérée dans les *Proceedings* de la Société Royale de Londres.

Physique et Météorologie.

M. le prof. *L. Soret* a rendu compte d'une série d'observations *sur la transparence de l'eau* faites par la Commission pour l'étude du Lac, dans la journée du 15 mars et dans la nuit du 15 au 16, c'est-à-dire à la fin de la période d'hiver. Les résultats de ces observations ont pu être comparés avec ceux qui ont été obtenus en été.

La partie la plus importante de ces expériences a été faite de nuit avec la lumière d'une lampe d'Édison plongée dans l'eau; on a déterminé à quelle distance, soit horizontale soit verticale, on cesse de pouvoir distinguer le point lumineux de la lampe d'abord, la lumière diffuse ensuite.

La limpidité de l'eau a été constatée de jour au moyen d'un disque blanc que l'on plongeait dans l'eau et qui ne cessait d'être visible qu'à une profondeur de 17^m et même de 19^m, chiffre dépassant le maximum obtenu par M. Forel.

Un fait assez intéressant c'est que cette limite de visibilité d'un disque ne diminue pas aussi rapidement qu'on aurait pu s'y attendre lorsque le jour baisse. De nuit, par un faible clair de lune, la visibilité subsistait à plus de 10^m de profondeur.

On doit rapprocher de cette communication celle de MM. *E. Sarasin* et *Fol*, qui nous ont relaté leurs expériences sur la *pénétration de la lumière*

[1] Lucien de la Rive. Théorie mécanique de la queue des comètes, *Archives des sciences phys. et nat.*, 1887, tome XVII, p. 85.

lard sur la montagne, ce brouillard contient moins d'acide carbonique que n'en contiendrait l'air de cette localité en l'absence du brouillard et cela dans une proportion notable.

Ces expériences paraîtraient démontrer que par le brouillard la capacité de l'air pour l'acide carbonique est moins forte qu'elle le serait par un temps clair ce que l'on pourrait expliquer en admettant que le brouillard « rayonne » à l'extérieur une partie de l'acide carbonique qu'il contient, tandis que, d'un autre côté, il s'opposerait au passage de ce gaz. Un phénomène à peu près semblable se passerait lorsque le brouillard ou les nuages interceptent le rayonnement de la chaleur.

M. *Philippe Plantamour* a communiqué la suite des observations sur *les mouvements du sol accusés par des niveaux à bulle d'air*[2] qu'il a entreprises depuis plusieurs années chez lui à Sécheron près Genève (8me année d'observation du 1er octobre 1885 au 30 septembre 1886).

Ses observations démontrent que les oscillations du sol à Sécheron dans la direction est-ouest présentent sous certains rapports une grande analogie avec celles des sept années précédentes, si l'on en excepte l'année 1879-1880.

M. Plantamour nous a présenté les courbes explicatives de ses expériences.

M. le Prof. *Colladon*[3] nous a rendu compte des effets produits par la foudre le 4 juin 1886, à Cologny, où quatre poteaux télégraphiques qui avaient déjà reçu la foudre le 8 juillet 1884 ont été de nouveau foudroyés. L'observation soignée de la manière dont s'est accompli le phénomène démontre que la seule cause apparente qui ait pu attirer la foudre en 1884 et 1886 sur les quatre poteaux télégraphiques en question, c'est que leur pied plonge dans un ruisseau qui, en temps de pluie, reçoit un volume d'eau assez notable. Ce fait est pour M. Colladon une nouvelle preuve de ce qu'il soutenait dans un mémoire publié en 1872 sur

[1] *Arch. des sc. phys. et nat.*, 1886, tome XVI, p. 544.
[2] *Arch. des sc. phys. et nat.*, 1886, tome XVI, p. 566.
[3] *Arch. des sc. phys. et nat.*, 1886, tome XV, p. 590.

en distance que celles de M. Marcet, mais antérieures de près d'un mois. Elles ont indiqué une température plus basse comprise entre 15°,7, à 8 h. du matin et un maximum régulier pendant toute leur durée de 16°,2 invariablement observé entre $2^1/_2$ et $4^1/_2$ heures de l'après-midi, les températures de l'air étant de 13° aux observations du matin et de 18° à 22° l'après-midi.

Physique, Minéralogie, Chimie.

M. le Prof. *Thury* nous a décrit et démontré un nouvel instrument d'optique destiné à permettre l'observation des objets animés d'un mouvement rapide et qu'il propose d'appeler le *cyclostat*[1]. M. Thury pense que cet instrument sera une ressource nouvelle mise à la disposition des physiologistes, des physiciens et des ingénieurs pour observer les corps en état de mouvements rapides. Il pourrait aussi se prêter à l'analyse des éclairs, ainsi qu'à la mesure de la vitesse de rotation d'un axe inaccessible.

M. le Prof. *Cellérier* a fait une communication sur le principe des forces vives en hydrodynamique et son application aux moteurs hydrauliques; ce mémoire qui est publié dans les Archives des sciences physiques et naturelles ne se prête pas à une analyse succincte[2].

M. *A. Rilliet* a montré des *cristaux de cuivre* qu'il a trouvés par hasard dans une pile de Meidinger restée longtemps hors d'activité. Ces cristaux sont des octaèdres très nets de plusieurs millimètres de côté.

Notre regretté collègue, le Prof. *Wartmann*, le 6 mai, rapporte que vers l'année 1845 il s'était servi de la roue dentée de Savart, munie d'un appareil de compte, pour produire dans une chambre obscure une suite d'étincelles électriques à intervalles déterminés. Il était ainsi par-

[1] *Arch. des sc. phys. et nat.*, 1886, tome XV, p. 141.
[2] *Arch. des sc. phys. et nat.*, 1886, tome XV, p. 245.

qu'alors trouvée que dans les eaux courantes et non dans les eaux lacustres.

La moraine d'Yvoire est la station favorite de l'ombre-chevalier, *Salmo umbla*.

Botanique.

M. le Prof. *A. de Candolle* nous a lu une notice intitulée *Nouvelles recherches sur le type sauvage de la pomme de terre* (solanum tuberosum)[1]. Plusieurs travaux récents relatifs aux Solanées à tubercules publiés par MM. Cathcart, Balker, J. Hooker, dans lesquels quelques affirmations semblaient contraires aux opinions émises antérieurement par M. de Candolle l'ont engagé à reprendre cette question. Les nouvelles recherches de M. de Candolle confirment l'opinion qu'il émit autrefois dans le volume sur l'Origine des plantes cultivées, opinion qui était celle de Sabine, Lindley et Darwin, lorsqu'ils admettaient l'identité spécifique des *Solanum tuberosum* et du *Maglia*. M. de Candolle pense que l'espèce ordinaire du Chili représentée par son échantillon de Chiloe ou même du *Solanum Maglia* des auteurs, croissant peut-être aussi dans le Pérou, a servi aux cultures chiliennes et péruviennes d'où sont provenues les plantes introduites par deux voies différentes au XVIme siècle.

La culture de cette époque en Virginie étant postérieure à la découverte de l'Amérique ne change rien à cette manière de voir, d'autant plus qu'on n'a démontré ni que les anciens habitants de l'Amérique septentrionale aient cultivé la pomme de terre ni que les Solanum à tubercules de cette région soient semblables au *Solanum tuberosum* cultivé.

M. le Prof. *A. de Candolle* nous a montré un *phénomène végétal* intéressant consistant dans une branche de Pin originaire d'Italie (probablement *Pinus maritima*) sur laquelle s'est formée une accumulation de

[1] *Arch. des sc. phys. et nat.*, 1886, tome XV, p. 425.

puissante que celle qui retient ce liquide dans le tissu hygroscopique.

M. *Casimir de Candolle* nous a montré un cas de *monstruosité* très curieux qui s'est produit chez M. Henri Pasteur au Grand-Saconnex sur une plante de *cyclamen neapolitunum*. Les sépales de toutes les fleurs ont pris l'apparence de véritables feuilles. Ce qui rend ce cas particulièrement intéressant, c'est qu'ici le phénomène de chloranthie est complet dans le calice, dont les cinq pièces présentent toutes un égal degré de développement foliacé. D'autre part, la corolle, gamopétale comme à l'état normal, se termine par cinq lobes qui sont dressés et non pas réfléchis ainsi que cela a lieu dans toutes les espèces du genre cyclamen. Un examen plus approfondi a montré une notable différence entre les trois fleurs que portait la plante, dont une seule contenait un pistil incomplet et stérile.

En résumé, pour M. de Candolle le trait le plus important de ces monstruosités de cyclamen, consiste en ce qu'elles fournissent le cas d'une Primulacée ayant une corolle gamopétale combinée avec un verticille d'étamines libres et hypogynes occupant leur position normale. On peut voir en cela la confirmation de l'opinion d'après laquelle la corolle des Primulacées serait réellement distincte du verticille staminal bien que congénitalement soudée avec lui. L'accrescence du tissu sous-jacent aux deux verticilles, laquelle donne lieu à leur soudure apparente dans les fleurs normales ne se serait pas produite chez le cyclamen dont il est ici question. M. de Candolle rappelle que deux autres cas analogues ont déjà été observés dans la même famille chez le *Lytimachia ephemerum* par M. Baillon et chez l'*Angallis arvensis* par M. Marchand.

Zoologie.

Au nom de M. *G. Fulliquet*, M. le Prof. Fol a présenté un travail de recherches sur la *structure du cerveau du Protopterus annectens*[1]. Les tra-

[1] *Recueil zoologique suisse*, tome III, n° 1.

vaux de Serres et de Wiedersheim ont établi d'une manière assez exacte la disposition générale et la grosse anatomie de l'encéphale de ce poisson dipnoïque; mais pour acquérir une connaissance plus précise et plus détaillée, l'étude du cerveau par la méthode des coupes était nécessaire; c'est ce qu'a réalisé M. G. Fulliquet et qui fait la base de son mémoire. L'auteur élucide en particulier le mode d'origine encore douteuse de plusieurs nerfs crâniens (l'olfactif, l'oculo-moteur, le vague, l'acoustique, etc.).

M. *M. Bedot* nous a communiqué quelques résultats qu'il a obtenus en étudiant les *cellules urticantes des Siphonophores*. Chez les *Vélellides* on trouve deux espèces de cnidoblastes pourvus de tiges et dont les nématocystes se distinguent par la présence ou l'absence d'une hampe à la base du fil urticant. Chez les *Physalles* on trouve également deux formes de cellules urticantes dont les filaments n'ont jamais de hampe.

En étudiant les fils pêcheurs de ces animaux on voit toutes les formes de passage entre les cnidoblastes sans tige et ceux qui en ont une. On est donc conduit à admettre que c'est le cnidoblaste lui-même qui donne naissance à cette tige, et non pas une cellule voisine comme on l'a prétendu. Le nématocyste prend naissance dans l'intérieur d'une petite cavité sphérique qui se creuse dans le cnidoblaste et qui est remplie d'une substance fluide et transparente. De la paroi de la cavité se forme un petit bourgeon (nématoblaste) qui s'avance dans la substance transparente. Il grossit beaucoup et finit par remplir presque toute la cavité, et n'est plus relié à ses parois que par un mince pédoncule. Ce nématoblaste donne naissance au fil urticant. La substance fluide qui l'entoure se solidifie et forme la coque du nématocyste.

Lorsque le fil urticant est pourvu d'une hampe on voit apparaître à l'intérieur du nématoblaste une petite sphère qui, en se creusant et en s'invaginant, devient la hampe.

M *A. Humbert* nous a présenté quelques observations relatives au *Phytoptus vitis* et aux effets que produisent ses piqûres sur les feuilles de la vigne (érinose). Il a trouvé ce printemps sur quelques souches un

développement abondant de filaments garnissant les pétales et dus à l'action de cet acarien. C'était presque uniquement l'extrémité des grappes qui avait été l'objet des attaques du parasite. Les grappes atteintes présentaient la forme tératologique dans laquelle les pétales ne se soulèvent pas en forme de coiffe, mais se séparent au sommet et sont persistants par leur base (fleurs *coulardes* ou *avalidouïres* des viticulteurs du Languedoc). Les feuilles que portaient les ceps en question étaient fortement atteintes d'érinose.

M. Humbert ne croit pas que l'on ait observé jusqu'à présent que le Phytoptus de la vigne s'attaquât à d'autres organes que les feuilles.

Sciences biologiques, Médecine, Hygiène.

M. le Prof. *Herzen* de Lausanne nous a fait une communication sur le *sens thermique.*

Ses premières observations datent de 1878. Il a constaté que dans un membre engourdi par la compression du tronc nerveux, la sensibilité pour le *froid* disparaît en même temps ou bientôt après la sensibilité tactile, tandis que l'on continue à percevoir le *chaud* presque jusqu'au moment où la sensibilité douloureuse disparaît elle aussi. M. Herzen a constaté de plus en étudiant « le temps de réaction » que l'on réagit *beaucoup plus vite* aux impressions de froid qu'aux impressions de chaud dans la proportion de 1 à 2 environ. Cette opinion a trouvé une récente confirmation dans un travail de M. E. Tanzi de Turin.

M. Herzen a repris dans l'année 1885 l'étude de cette question et expérimentant sur des chiens et des chats il a vu que la section du cordon postérieur de la moelle épinière, ainsi que l'extirpation du gyrus sygmoïde, ont pour conséquence l'abolition simultanée de la *sensibilité tactile* et de la *sensibilité pour le froid.*

Une extirpation incomplète, moins étendue et surtout moins profonde que d'habitude du *gyrus sygmoïde* d'un côté pratiquée chez un jeune chien

a causé l'abolition de la *sensibilité pour le froid* dans les pattes du côté opposé à la lésion cérébrale, avec *conservation de la sensibilité tactile.*

Les expériences de Donaldson en Amérique ont prouvé d'autre part que la cocaïne instillée dans l'œil abolit la sensibilité tactile tout en ménageant les *impressions de froid et de chaud.*

M. Herzen pense que ces diverses expériences démontrent que le *sens thermique* n'est pas en réalité *unique;* mais que nous possédons *deux sens,* distincts et indépendants l'un de l'autre : l'un pour le froid et l'autre pour le chaud.

M. le Prof. *Schiff* nous a fait deux communications sur *la cause des troubles dans la nutrition de l'œil qui surviennent après la section des nerfs de la cinquième paire cérébrale*[1]. En se servant d'un mode opératoire spécial qui lui permet de sectionner chez le chien sans danger pour la vie le nerf trijumeau dans le crâne, M. Schiff a pu mieux étudier les particularités de l'hypérémie neuro-paralytique de l'œil, caractérisée par des oscillations d'hypérémie qui succèdent à une période initiale d'une hypérémie durable et non interrompue. Pendant la première période d'hypérémie neuro-paralytique l'œil est très sensible à l'influence des corps étrangers, mais la cornée reste transparente quand on protège l'œil. Au bout de 9 à 12 jours le progrès s'arrête et l'hypérémie diminue progressivement avec oscillations. L'œil quoique resté insensible n'est plus influencé par l'action des corps étrangers et se maintient dès lors intègre. Aussi M. Schiff conclut-il que l'altération de l'œil est essentiellement produite par l'inactivité des nerfs vasomoteurs de l'œil et que les influences traumatiques ne peuvent pas produire la destruction neuro-paralytique. Elles ne peuvent pas la produire même si l'insensibilité de l'œil empêche l'animal de se défendre contre une action prolongée, contre l'accumulation de ces influences traumatiques.

Dans sa seconde communication M. Schiff rapporte qu'il a recherché si le phénomène ne pouvait être attribué à des bactéries qui trouveraient

[1] *Arch. des sc. phys. et nat.*, 1886, tome XVI, p. 437.

tagnes. Ce travail a été publié dans les *Archives*[1] avec courbes à l'appui. Il étudie aussi les variations mensuelles des bactéries. Voici les chiffres qu'il donne relativement à la variation du nombre des bactéries suivant les altitudes :

	Bactéries par mètre cube
Altitude de près de 4000 mètres	400 mètres puisés au sommet de l'Eiger se sont montrés d'une pureté absolue.
Altitude de près de 3000 à 4000 mètres	0.3
Altitude de près de 2000 à 3000 mètres	1.6
Sommité de 300 mètres	8
Air de la campagne, moyenne de 4 mois d'été	97
Air de la ville de Berne (moyenne des mois de janvier, février, mars, avril, mai et octobre 1886)	710

M. le Prof. *Gosse* nous a démontré sur lui-même que la contraction des muscles de l'avant-bras prolongée pendant deux minutes produit l'anémie et l'insensibilité de la peau de cette région. Les piqûres d'aiguilles qui dans l'état normal eussent produit une vive douleur accompagnée d'écoulement sanguin ne produisent plus cet effet. On a la perception de la pénétration de l'aiguille, mais sans douleur. Ce phénomène auquel M. Gosse donne le nom d'*insensibilité cataleptique* serait capable d'expliquer certains faits dits de magnétisme, présentés comme fort extraordinaires.

M. le Prof. *Gosse* nous a rendu compte d'observations qu'il a faites *sur la contraction de la pupille après la mort.* On sait qu'immédiatement après la mort on observe une dilatation assez marquée de la pupille. Mais un fait que M. Gosse croit nouveau et qu'il a observé plusieurs fois c'est qu'à cette dilatation du premier moment après la mort, succède ensuite une contraction sensible. M. Gosse l'a observée tout particulièrement dans des cas où la mort avait été précédée de fortes hémorragies. Dans un cas de ce genre il a observé peu après la mort au moment où

[1] *Arch. des sc. phys. et nat.*, 1886, tome XVI, p. 572.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE

Liste des ouvrages reçus par la Société pendant les années 1885 et 1886.

Titres.	Donateurs.
Compte rendu des travaux présentés à la 67me session de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie à Lucerne en 1884. 8° .... Genève, 1884	Société helvétique des Sc. naturelles.
Verhandlungen der schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Luzern. 67te Jahresversammlung. Jahresbericht 1883-84. 8° .... Luzern, 1884	
Nouveaux Mémoires de la Société helvétique des Sciences naturelles. 4° .... Lucerne, 1884	
Id. Vol. XXIX, 2me livraison. 4° .... Zürich, 1885	
Actes de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie au Locle. 68me session. 8° .... Neuchâtel, 1886	
Compte rendu des travaux présentés à la 68me session de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie au Locle en 1885. 8° .... Genève, 1885	
Actes de la Société helvétique des Sciences naturelles réunie à Genève. 69me session. 8° .... Genève, 1886	
Id. Compte rendu des travaux présentés. 8° .... Genève, 1886	
Id. Statuts et règlements. 8° .... Genève, 1886	
Id. Liste des sessions annuelles et des membres. N° 17. 8°. Aarau, 1886	
Mittheilungen der Aargauischen naturforsch. Gesellschaft. Heft 4. 8° .... Aarau, 1886	Société des Sciences naturelles d'Argovie.
Verhandlungen der naturforsch. Gesellschaft in Basel. Theil VII, Heft 3; Theil VIII, Heft 1. 8° .... Basel, 1885	Société des Sciences naturelles de Bâle.
Mittheilungen der naturforsch. Gesellschaft in Bern. H. 1, nos 1103-1118; H. 3, nos 1133-1142. 8° .... Bern, 1885-86	Société des Sciences naturelles de Berne.
Europäische Gradmessung. Das schweizerische Dreiecknetz. Bd. II. 4° .... Zürich, 1885	Observatoire de Genève.

Bulletin de la Société des Sciences naturelles de Neuchâtel. T. XIV. 8°....... Neuchâtel, 1884	Société des Sciences naturelles de Neuchâtel.
Bericht über die Thätigkeit der St.-Gallischen naturwissenschaftlichen Gesellschaft. 1882-83 und 1883-84. 8°. St-Gallen, 1884-85	Société des Sciences naturelles de St-Gall.
Bulletin de la Société vaudoise des Sciences naturelles. 2me série. Vol. XX, n° 91; XXI, n° 92, 93; XXII, n° 94. 8°. Lausanne, 1885	Société vaudoise des Sc. naturelles.
Mittheilungen der Thurgauischen naturforschenden Gesellschaft. 7tes Heft. 8°....... Frauenfeld, 1886	Société des Sciences naturelles de Thurgovie.
Vierteljahrschrift der naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Jahrgang XXVI à XXXI; Heft 1 et 2. 8°....... Zürich, 1883-86	Société des Sciences naturelles de Zurich.
Le Grand Saint-Bernard. N° 6. Folio....... Neuchâtel, 1884	La Rédaction.
Geologische Uebersichtskarte der Gotthardsbahnstrecke von Dr F.-M. Stapff. Folio....... s. l., 1885	Chancellerie fédérale.
Mémoire du Département fédéral des chemins de fer sur la construction du chemin de fer du Saint-Gothard. Livraison 1. Folio....... Berne, S. d.	Département fédéral des chemins de fer.
Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse. XVIIIme livraison et planches. Feuilles 14 et 18 de la XXIme livraison. XXIVme livraison et planches. Folio....... Winterthur, 1884	Commission géologique fédérale
Recueil zoologique suisse. Tome II, fasc. 1-4; Tome III, fasc. 1 et 2. 8°....... Genève, 1884	Don de M. le Prof. H. Fol.
Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences de Paris. Tomes C à CIII. Tables des tomes XCIX à CI. 4°... Paris, 1884-86 Mission scientifique du Cap Horn. 1882-83. Tomes II et III : Météorologie. 4°....... Paris, 1885 Discours prononcé au centenaire de M. Chevreul au Muséum d'histoire naturelle. 4°....... Paris, 1886	Académie des Sciences de Paris.
Journal de l'École Polytechnique. Cahiers 54 et 55. 4°.... Paris, 1884 Catalogue de la Bibliothèque de l'École Polytechnique. 8°. Paris, 1881	École Polytechnique.
Annales des Mines. Tomes VI à IX. Livraisons 5 et 6 de 1884; 1 à 6 de 1885; 1 à 4 de 1886. 8°....... Paris, 1884-86	École des Mines.
Nouvelles Archives du Muséum d'Histoire naturelle. 2me série. Tome VII, fasc. 1 et 2; tome VIII, fasc. 1. 4°....... Paris, 1885	Muséum d'Hist. naturelle de Paris.
Annales de la Société entomologique de France. 6me série. T. IV et V. 8°....... Paris, 1884-86	Société entomologique de France.
Bulletin de la Société de Géographie de Paris. 1885, trimestres 1 à 4; 1886, trimestres 1 à 3. 8°....... Paris, 1885-86 Catalogue des portraits de voyageurs qui se trouvent dans les portefeuilles de la Société. 8°....... Paris, 1885 Compte rendu des séances. 1885, nos 1 à 20; 1886, nos 1 à 19. 8°....... Paris, 1885-86	Société de Géographie de Paris.
Bulletin de la Société géologique de France. Tome XII (1884), nos 8 et 9; tome XIII (1885), nos 1 à 8; tome XIV, nos 1 à 7. 8°....... Paris, 1884-85	Société géologique de France.

Memorias del Instituto geografico y estadistico. T. V. 8°. Madrid, 1884	Don du général Ibañez.
Real Academia de Ciencias naturales y Artes in Barcelona. 4°...... Barcelona, 1886	Académie des Sc. nat. de Barcelone.
Jornal de Ciencias mathematicas, physicas e naturaes; nos XIV; XXX-XXXIX. 8°...... Lisboa, 1881-84	Société des Sciences de Lisbonne.
Felix de Brito Capello. Catalogo des Peixes de Portugal. 4°...... Lisboa, 1880	
Atti della R. Accademia dei Lincei. *Transunti*. Vol. VIII, fasc. 16 (dernier). 4°...... Roma, 1884	Académie des Lynx.
Id. *Memorie*. Serie III, vol. XIV-XIX; serie IV, vol. II. 4°...... Roma, 1883-84	
Id. *Rendiconti*. Serie IV, vol. I, fasc. 1-28; vol. II, fasc. 1-14 (1er semestre) et 1-10 (2d semestre). 4°...... Roma, 1884-86	
Osservazioni meteorologiche fatte al R. Osservatorio del Campidoglio. Juillet à décembre 1884. 4°...... Roma, 1885	
Bollettino del R. Comitato geologico d'Italia. 1884. Vol. XV (5° della 2a serie). Nos 1-12. Vol. XVI (6° della 2a serie). 8°...... Roma, 1884-86	Comité géologique d'Italie.
Relazione sul Servizio Minerario nel 1882. 8°...... Roma, 1884	
Rivista di Artigliera e Genio. Janvier 1885. 8°...... Roma, 1885	Comité d'artillerie de Rome
Bollettino delle opere moderne e straniere acquitate delle bibliotecha pubbliche. Nos 1 à 4. 8°...... Roma, 1886	Bibliothèque nationale de Rome.
Annali del Museo civico di Storia naturale di Genova. Serie 2, vol. I et II (21 et 22me). 8°...... Genova, 1884-85	Musée d'histoire naturelle de Gênes.
La Salute; rivista di medicina. Anno 1885, fasc. 1-6. 8°. Genova, 1885	Revue de méd. de Gênes.
Memorie del R. Istituto Lombardo di Scienze e di Lettere. Classe dei Sc. matem. e natur. Vol. XV (VIa ser. III), fasc. 1 à 3. 4°...... Milano, 1884	Institut Royal lombard des Sc. et des Lettres.
Id. Rendiconti. Ser. II. Vol. XVI et XVII. 8°...... Milano, 1883	
Atti della Soc. italiana di Scienze naturali. Vol. XXVII et XXVIII. 8°...... Milano, 1884-86	Société des Sc. naturelles de Milan.
Memorie della Regia Accademia di Sc., L., ed Arti in Modena. Serie II, vol. III. 4°...... Modena, 1886	Académie Royale de Modène.
Bollettino delle Reale Accademia di Sc., L., ed Arti di Palermo. Anno II (1885), anno III, nos 1 à 3. 4°...... Palermo, 1886	Académie Royale de Palerme.
Giornale di Scienze naturali ed economiche di Palermo. Vol. XVI. 4°...... Palermo, 1884	Société des Sc. nat. de Palerme.
Atti della Società Toscana di Scienze naturali. *Memorie*. T. IV, fasc. 3. T. VI, fasc. 2. T. VII. 8°...... Pisa, 1885-86	Société toscane des Sc. naturelles.
Id. *Processi verbali*. T. II, p. 233 à 288. T. III, p. 173 à 236. T. IV, p. 125 à 262. T. V, p. 1 à 58 et 79 à 118. 8°. Pisa, 1885-86	
Memorie della R. Accademia delle Scienze di Torino. Serie seconda. T. XXXVI et XXXVII. 4°...... Torino, 1885-86	Académie Royale des Sc. de Turin.
Id. Atti. Vol. XX. Disp. 1 à 8 et XXI 1 à 7. 8°.... Torino, 1884-86	

Report of the 53th and 54th Meetings of the British Association for the advancement of Science. 8°............London, 1884-85	Association britan. pour l'avancem. des Sciences.
Philosophical Transactions. Vol. 175, parts I, II. 4°..London, 1884-85 Proceedings of the Royal Society. N°s 232-247. 8°.....London, 1885 List of Fellows. 7 Déc. 1884. 4°..................London, 1884	Société Roy. de Londres.
Astronomical and Magnetical and Meteorological Observations made at the Royal Observatory Greenwich, in the year 1882 and 1883. 4°............................London, 1883-84	Amirauté anglaise.
Memoirs of the R. Astronomical Society. Vol. XLVIII, part. 1, 2. 4°....................................London, 1884-85 Monthly Notices. Vol. XLV, n°s 2-9 et suppl.; vol. XLVI, n°s 1-9; XLVII, 1. 8°............................London, 1884-86	Société astronomique de Londres.
Catalogue of 4810 Stars from the Epoch 1850 ....London, 1884	L'astronome royal.
Observations of the International Polar Expedition 1882-83. 4°..London, 1886	Meteorological Office.
Transactions of the Entomological Society of London for 1884 and 1885. 8°............................London, 1884-85	Société entomologique de Londres.
Proceedings of the Royal Geographical Society and Monthly Record of Geography. Vol. VII, 3-12 and VIII, 1-12. 8°.London, 1885-86	Société Royale de Géographie de Londres.
Quarterly Journal of the Geol. Soc. N°s 157-166. 8°.London, 1885-86 Id. List for 1884 and 1885. 8°..........London. Nov., 1885 et 86	Société géologique de Londres.
Nature. N°s 793-896. 8°.....................London 1885-86	Rédaction.
Transactions of the Linnean Society of London. 2^{d} series. Zoology. Vol. II, parts 11-17; Vol. III, parts 2, 3, 4. 4°..London, 1884-85 Id. Botany. Vol. II, part 8. 4°....................London, 1884 Journal of the Linnean Society. Zoology, n°s 103-113. 8°. London, 1884-86 Id. Botany, n°s 134-144. 8°.................London, 1884-85 List of the Linnean Society for 1884 and for 1885. 8°.London, 1884-85	Société Linnéenne de Londres.
Journal of the R. Microscopical Society. Ser. II. Vol. V, parts 1-6; vol. VI, 1-6. 8°...........................London, 1885-86	Société R. de Microscopie de Londres.
Proceedings of the Zoological Society of London for 1884, 1885 and 1886, part 1. 8°.......................London, 1884-86 Id. List of the Fellows. June 1884. 8°.............London, 1884 Id. Transactions. Vol. XI, parts 10-11; vol. XII, 1-2. 4°.London, 1885	Société zoologique de Londres.
Proceedings of the Birmingham Philosophical Society. Vol. IV, part 2; vol. V, part 1. 8°...............Birmingham, 1885-86	Société des Sc. naturelles de Birmingham.
Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. Vol. IV, part 6; vol. V, 1-5. 8°..................Cambridge, 1883-85 Id. Transactions. Vol. XIII, part 3; vol. XIV, part 1. 4°. Cambridge, 1883-85	Société des Sc. naturelles de Cambridge.
Proceedings of the Manchester Literary and Philosophical Society. Vol. XX-XXIV. 8°......................Manchester, 1881-85 Id. Memoirs. Ser. III. Vol. VII, VIII, IX. 8°...Manchester, 1882-85	Société des Sc. naturelles de Manchester.

Proceedings of the Literary and Philosophical Society of Liverpool. Vol. XXXVI, XXXVII, XXXVIII. 8°..........Liverpool, 1882-84	Société des Sc. naturelles de Liverpool.
Transactions of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XXX, parts 2-3; vol. XXXI, part 1. 4°...............Edinburgh, 1881-83 Id. Proceedings. Session 1881-85. Vol. VI, VIII. 8°. Edinburgh, 1881-86	Société Royale d'Édimbourg.
Proceedings of the Royal Physical Society of Edinburgh. Session 1883-84. Vol. VIII, part 1. 8°................Edinburgh, 1884	Société Roy. de physique d'Édimbourg.
Dun Echt Observatory Publications. Vol. III. 4°......Aberdeen, 1885	Le comte de Crowford.
The Scientific Transactions of the Royal Dublin Society. Vol. III (Ser. II), n°s 4-10. 4°......................Dublin, 1884-85 Id. Proceedings. Vol. IV, parts 5-9; vol. V, 1-2. 8°.Dublin, 1885-86	Société Royale d'Irlande.
Journal of the Royal geological Soc. of Ireland. Vol. XVI, part 3, titre et table. Vol. XVII, part 1. 8°...............Dublin, 1886	Société géologique d'Irlande.
Mémoires de l'Académie royale de Copenhague. Vol. I, n° 11; vol. II, n°s 7-10; vol. III, n°s 1-3; vol. IV, n° 1. 4°. Copenhague, 1885-86 Id. Bulletin. 1884, 3; 1885, 1-3; 1886, 1. 8°.Copenhague, 1884-86	Académie Royale de Copenhague.
Ofversigt af Kongl. Vetenskaps-Akademiens Forhandlingar. Vol. XXXVIII, XXXIX, XL. 8°................Stockholm, 1882-84 Kongl. svenska Vetenskaps-Akad. Handlingar. Vol. XVIII-XIX, parts 1 et 2. 4°........................Stockholm, 1880-81 Id. Bihang. Vol. VI, VII, VIII. 8°............Stockholm, 1882-85 Id. Liste des Membres. 1880, 1882-84. 8°....Stockholm, 1880-84 Icones selectæ Hymenomycetum. Vol. II, livr. 7-10. Folio. Stockholm, s. d. Lefnadsteckningar öfver Kongl. sv. Vet.-Akad. Bd. II. Häfte 2. 8°.................................Stockholm, 1883-84	Académie Royale de Suède.
Entomologisk Tidjskrift. 5me année (1884), n°s 3-4; 6me année, n°s 1-4. 8°...........................Stockholm, 1884-85	Société entomologique de Stockholm.
Meteorologiska Jakttagelser i Sverige. Vol. XX, XXI (1878-79). 4°.................................Stockholm, 1882-83	Observatoire de Stockholm.
Nova Acta Regiæ Societatis Scientiarum Upsaliensis. Ser. III. Vol. XII, fasc. 2; vol. XIII, fasc. 1. 4°.............Upsala, 1885	Société des Sciences d'Upsala.
Acta Universitatis Lundensis. Tomes XVIII, XIX, XX, XXI. 4°.......................................Lund, 1882-84 Lunds Universitäts-Bibliotheks Accessions-Katalog. 1882-85. 8°.......................................Lund, 1884-85	Université de Lund.
Dr *F.-C. Schübeler.* Viridarium Norwegium. 1tes Bind. 4°. Christiania, 1885 *Amund Helland.* Lakis Kratere og lavaströmme. 4°..Christiania, 1886 Jahrbuch des Norwegischen meteorologischen Instituts für 1882-1883. 4°............................ ....Christiania, 1883	Université de Christiania.

Jahresbericht des Vereins für Naturkunde zu Zwickau, 1885. 8°..Zwickau, 1886	Société des Sciences nat. de Zwickau.
Zeitschrift für Naturwissenschaften. Bd. LVII (F. IV, Bd. III), Hefte 4-6; Bd. LVIII (F. IV, Bd. IV), Hefte 1, 2, 5, 6; LIX, 1-3. 8°..........................Halle a. S. 1884-85 Nova Acta Academiæ C. L. Car. germ. Naturæ Curiosorum. Bd. XLV-XLVIII. 4°........................Halle a. S, 1884-86	Société des Sciences nat. de Halle a. S.
Sitzungsberichte der Jenaischen Gesellsch. für Medizin und Naturwiss. f. d. Iena, 1884. Bd. XVIII, 2, 3, 4. 8°.....Iena, 1885 Jenaische Zeitschrift für Naturwissenschaft. Bd XVIII, H. 2-4; XIX, 1-4; Supplement, 1-2. 8°....................Iena, 1885	Société de Médecine et d'Histoire naturelle de Iéna.
Abhandlungen der königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. XXXIter und XXXIIter Bde 1884-85. 4°.Göttingen, 1884-85	Société R. des Sciences de Göttingen.
Verhandlungen des naturhistorischen Vereins der preussischen Rheinlande und Westphalens. Jahrg. XLI (5. F., 1), 2te Hälfte; Jahrg. XLII (5. F., 2), 1 ü. 2 Hälfte; J. XLIII, 1te Hälfte. 8°.......................................Bonn, 1884-86 Id. Autoren und Sachregister zu Bände I-XL. 8° ....Bonn, 1885	Société d'Hist. naturelle de la Prusse rhénane et de Westphalie.
13ter Jahresbericht des Westphälischen provinz. Vereins für Wiss. und Kunst für 1884. 8°.................Münster, 1885	Société des Sciences et Arts de Westphalie.
Abhandlungen herausg. v. d. Senckenbergischen naturforschenden Gesellschaft. Bd XIV heft 1. 8°............Frankfurt a/M., 1886 Berichte über Senckenberg. naturf. Gesellschaft 1884-85. 8°...................................Frankfurt a/M , 1886 *Dr W. Kobelt.* Reiseerinnerungen aus Algerien und Tunis. 8°...................................Frankfurt a/M., 1885	Société Senckenbergienne.
Berichte über die Verhandlungen der Naturforschenden Gesellschaft zu Freiburg in Baden. Bd VII, H. 3. 8°. Freiburg i. B., 1885	Société des Sciences nat. de Fribourg en Brisgau.
Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse. 1884, nov. et déc.; 1885, janvier à déc. et supplément; 1886, janvier à novembre. 8°......................................Mulhouse, 1884-86	Société industrielle de Mulhouse.
Jahreshefte des Vereins für vaterländische Naturkunde in Württemberg. Jahrg. XLI; XLII. 8°.............Stuttgart, 1885-86	Société des Sciences nat. de Stuttgard.
Abhandlungen der Mathem.-Physikal. Cl. der K. b. Akademie der Wissenschaften. Bd. XV, Abthl. 2. 4°..........München, 1885 Id. Sitzungsberichte der Mathem.-Physikal. Kl., 1884, H. 4; 1885, H. 1-4; 1886, 1. 8°...................München, 1886 Id. Inhaltverzeichniss. 1874-85. 8° ....München, 1886	Académie des Sciences de Bavière.
Sitzungsberichte der physikalisch-medicinischen Gesellschaft zu Würzburg. Jahrg. 1884-85. 8°............Würzburg, 1884-85 Id. Verhandlungen. Bd XVIII, N. F. Bd XIX, 8°. Würzburg, 1884-85	Société physico-médicale de Wurzbourg.
28ter Bericht des naturhist. Vereins in Augsburg. 8°. Augsburg, 1885	Soc. Sc. nat. d'Augsbourg.
Berichte des naturhist. Vereins in Passau für 1878-85. 8°.....................................Passau, 1882-85	Société des Sciences nat. de Passau.

Sitzungsberichte der physikal.-medicinisch. Gesellsch. zu Erlangen. Heft 16, 17 8°. . . . . Erlangen, 1884	Société physico-médicale d'Erlangen.
Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften. Bd XLVII. 4°. . . . . Wien, 1883 Id. Sitzungsberichte. Mathem.-naturwiss. Klasse. 1te Abtheil. Bd. LXXXVIII-XC. XCI, H. 1-4.— 2te Abtheil. Bd. LXXXVIII-XL. XLI, H. 1-3. — 3te Abtheil. Bd. LXXXVII, H. 4-5; LXXXVIII-XC; XCI, H. 1-2. 8°. . . . . Wien, 1883-86 Id. Register zu den Bændern LXXXVI-XC. 8°. . . . . Wien, 1885	Académie Impér. des Sc. de Vienne.
Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt. Bd. XXXIV, n° 4; XXXV; XXXVI, 1-3, 8°. . . . . Wien, 1884-86 Id. Verhandlungen. 1884, nos 13-18; 1885; 1886, nos 1-5. 8°. . . . . Wien, 1884-86 Id. Abhandlungen. Bd. XI, 1; XII, 1, 2, 3. Grand 4°. Wien, 1885-86	Institut géologique d'Autriche.
Verhandlungen der k. k. zoologisch-botanischen Gesellschaft in Wien. Bdes XXXIV, XXXV, XXXVI. 8°. . . . . Wien, 1885-86 Id. Geschäfts-Ordnung. 8°. . . . . Wien, 1886	Société zoologique-botanique de Vienne.
Jahrbücher der k. k. Central-Anstalt für Meteorologie. J. 1883 (N. F., Bd. XX). 4°. . . . . Wien, 1885	Observatoire de Vienne.
Mittheilungen der k.-k. geographischen Gesellschaft in Wien. Bd. XXVII-XXVIII. 8°. . . . . Wien, 1884-85	Société Imp. de Géographie de Vienne.
Annalen des k. k. naturhistorischen Hofmuseums. Bd. I; nos 1-4. 8°. . . . . Wien, 1886	Musée de Vienne.
Bolletino della Societa Adriatica di Scienza naturali. Vol. IX, 1, 2. 8°. . . . . Trieste, 1885-86	Société Adriatique des Sc. naturelles.
Magnetische und meteorologische Beobachtungen an der k. k. Sternwarte zu Prag im Jahre 1884-1885. 4°. . . . . . Prag, 1885-86	Observatoire de Prague.
Sitzungsberichte d. königl. böhm. Gesellschaft d. Wiss. Jahrg. 1882-84. 8°. . . . . Prag, 1883-85 Id. Jahresbericht, 1882-84; 1885, 1, 2. 8°. . . . . Prag, 1883-85 Id. Bericht über die Math. und naturwiss. Publikationen während ihres 100 Jahres Bestandes. 8°. . . . . Prag, 1885 Id. General-Register. 1784-1884. 8°. . . . . Prag, 1884 Id. Geschichte. H. 1, 2. 8°. . . . . Prag, 1884-85 Id. Verzeichniss der Mitglieder. 8°. . . . . Prag, 1884	Société des Sc. naturelles de Bohême.
Glasuik hrvatskoga naravoslounoga druztva. Année I. Liv. 1-3. 8°. . . . . Zagreb, 1886	Société d'Hist. naturelle de Croatie.
Ungarische Revue. 1884, 8, 9, 10. 8°. . . . . Budapest, 1884 Mathematikai es Termésettudományi Közleménijek. Vol. XIII-XIX. 8°. . . . . Budapest, 1883-84 Ertekezések a mathematikai Tudismanyak Köréböl. Vol. IX, 1-9. 8°. . . . . Budapest, 1884 Id. a Termeszettudományk Körebol. Vol. XIV, 2-8. 8°. Budapest, 1884	Académie Hongroise.

Mathematikai es Termésettudomânyi Ertesitö. Vol. III, 1–5. 8°. . . . . Budapest, 1884	Académie Hongroise.
Magyar Tudiom. Akadémiai Almanach 1885. 8° . . . . . Budapest, 1885	
Observationes meteorologicæ 1861-1870. 4° . . . . Budapest, 1885	
Mathematische und Naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn. Vol. II. 1883-84. 8°. . . . . Budapest, 1884	
Proceedings and Transactions of the Royal Society of Canada for the year 1884. Vol. II. 4°. . . . . Montréal, 1885	Académie royale du Canada.
Proceedings of the Canadian Institute. 3me série. Vol. II, fasc. 1–3; Vol. III, 1-4. 8°. . . . . Toronto, 1885	Institut canadien.
Report of the Commissioner of Agriculture for 1883-84. 8° . . . . Washington, 1883-84	Département de l'Agriculture des États-Unis.
Annual Report of the Comptrolles of the Currency (December 1885). 8° . . . . Washington, 1885	Ministère des finances.
Professional Papers of the Signal Service. II, IV, VI, VII, VIII, XV, VII, XVIII. 4°. . . . . Washington, 1885	Département de la guerre des États-Unis.
Annual Report of the Chief Signal Office to the Secret. of War. 1871, 72, 77, 79, 80. 8°. . . . . Washington, 1885	
Report of the International Polar Expedition to Point Barrow. 4°. . . . . Washington, 1885	?
Bulletin of the U. S. Geol. Survey, T. II, n°s 2-14; T. III, n°s 15–29. 8° . . . . Washington, 1884–85	Geological Survey des États-Unis.
Id. Monographs. Vol. III à IX. Atlas for III folio. 4°. Washington, 1883-85	
Id. 3th, 4th and 5th Annual Reports. 1881-84. 4°. Washington, 1882-85	
Report of the U. S. Geol. Survey of the Territories. Vol. III. VIII, 4° . . . . Washington, 1883-84	
Albert Williams. Mineral Ressources of the United States. 8°. . . . . Washington, 1885	
Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution 1882, 83 and 1884. 8°. . . . . Washington, 1883–85	Institution Smithsonienne.
List of foreign Correspondents of the Smiths. Inst. 8°. Washington, Janv. 1882	
Annual Report of the Bureau of Ethnology to the Secretary of the Smiths. Inst. T. II, III. 4° . . . . Washington, 1883	
Smithsonian Contributions to Knowledge. Vol XXIV, XXV. 4°. . . . . Washington, 1884–85	
Bulletin of the U. S. Museum, n° 23. 8°. . . . . Washington, 1885	
Proceedings of the American Association for the Advancement of Science. 32th Meeting, 1883. 34th Meeting, n°s 1 et 2. 8°. . . . . Salem, 1884–85	Association américaine p^{r} l'avancement des Sciences.
Bulletin of the philosophical Society of Washington. Vol. VII, VIII. 8°. . . . . Washington, 1885-86	Société philosophique de Washington.

Annales of the New-York Academy of Sciences. Vol. III, nos 1-9 et pp. 297-332. 8° .... New-York, 1883 Id. Transactions. Vol. II et tables; Vol. III; Vol. V, nos 1-6. 8° .... New-York, 1882-84	Académie des Sciences de New-York.
Bulletin of the Buffalo Society of the natural sciences. Vol. V, no 1. 8° .... Buffalo, 1886	Société des Sciences nat. de Buffalo.
Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences. Vol. VI, part. 2. 8° .... New-Haven, 1885	Académie des Sciences et Arts du Connecticut.
American Journal of Science, nos 169-192. 8°.. New-Haven, 1884-86	Rédaction.
Report for the Years 1883-85 of the Observatory of Yale College. 8° .... New-Haven, 1884-86	Direction de l'Observat. de New-Haven.
Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. New series. Vol. XI, XII and XIII, p. 1 (Whole series, XIX, XX, XXI). 8° .... Boston, 1883-86	Académie américaine des Sciences et des Arts.
Memoirs of the Boston Society of Natural History. Vol. III, nos 8-11. 4° .... Boston, 1884 Id. Proceedings. Vol. XXII, part 2-4; XXIII, 1-2. 8°. Boston, 1883-84	Société d'Histoire naturelle de Boston.
Memoirs of the Museum of Comp. Zoology at Harvard College. Vol. XI, no 1; vol. X, nos 2-4; vol. XII, nos 3-4, vol. XIV, no 1, part 1. 4° .... Cambridge et Boston, 1884-86 Id. Bulletin. Vol. VII (Geol. ser., I), nos 2-8, titre et index et no 11; vol. XI, no 11, table et titre; XII, nos 1, 2, 5, 6 et titre; XIII, no 1. 8° .... Cambridge, Mass., 1884-86 Annual Report of the Museum of Comp. Zoology for 1884-86. 3th and 4th Reports. 8° .... Cambridge, Mass., 1885-86	Musée de Zoologie comparée de Harvard College.
Edward-C. Pickering. Thirty-nine Annual Report of the Director of the Astronomical Observatory of Harvard College. 8°. Cambridge, Mass., 1885 Id. Observations of variable Stars in 1884. 8°. Cambridge, Mass., 1885 Annals of the Astronomical Observatory at Harvard College. Vol. XIV, p. II; XV; XVI. 4° .... Cambridge, Mass., 1875-86	Observatoire de Harvard College.
Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences. Vol. X, 3; Vol. XI, II no 1, III no 2, 3. 4°... Cambridge, Mass., 1874-85	Académie américaine des Arts et des Sciences.
Bulletin of the Essex Institute. Vol. XV; XVI; XVII, 1-12. 8°. Salem, 1883-86 Pocket Guide to Salem. 8° .... Salem, 1886	Institut de l'Essex.
Annual Reports of the Truestees of the Peabody Academy of Sciences. 1874-85. 8° .... Salem, 1885-86	Académie de Peabody.
Proceedings of the Academy of Natural Sciences of Philadelphia. 1884, 3 part; 1885, 1, 2, 3; 1886, 1. 8°. Philadelphia, 1884-86 Id. Journal. 2th series, Vol. IX, part 1. 4° ...... Philadelphia, 1884	Académie des Sciences nat. de Philadelphie.

Transactions of the American Philosophical Society. Vol. XVI (n. s.), p. 2 . . . . . Philadelphia, 1884 Id. Proceedings. Vol. XXI, nos 115-121; Vol. XXII, nos 1-4; Vol. XXIII, nos 122, 123. 8° . . . . . Philadelphia, 1884-86 Id. Register of Papers published in the Transactions and Proceedings. 8° . . . . . Philadelphia, 1881 Id. List of surviving Members. 8° . . . . . Philadelphia, 1886	Société philosophique américaine.
Second Annual Report of the Board of Truestees of the Public Museum of the City of Milwaukee. 8° . . . . . Milwaukee, 1884	Musée de Milwaukee.
The Publications of the Geological Survey of Pennsylvania. 8° . . . . . Harrisburg, Pa. 1885	M. Ashburner.
Second Geological Survey of Pennsylvania. 46 vol. de textes et d'atlas. 8° et folio . . . . . Harrisburg, 1875-85	Second Geolog. Survey of Pennsylvania.
Studies from the Biological Laboratory. Vol. III, n° 3. 8°. Baltimore, 1885	Université de John Hopkin.
Bulletin of Minnesota Acad. of Nat. sciences. Vol. II, n° 4. 8° . . . . . Winnona, Minn., 1883	Académie des Sciences nat. de Winnona.
Bulletin of the California Academy of Sciences. Vol. II, nos 3-5. 8° . . . . . San Francisco, 1885 Id. Proceedings. Vol. II (1858-62); Vol. III, p. 1-5 (1863-67). 8° . . . . . San Francisco, 1858-67	Académie des Sciences de Californie.
Boletin del Ministerio de Fomento de la Republica Mexicana. T. VIII, 135-156; IX, 1-80; X, 1-102. Folio. . . Mexico, 1883-85 Revista scientifica Mexicana. T. II, n° 1. 4° . . . . . Mexico, 1884 *Mariano Barcena* y *Miguel Perez*. Studios de Meteorologia comparada. T. I. 8° . . . . . Mexico, 1885	Observatoire météorologique central de Mexico.
Memorie della Societa scientifica Antonio Alzate. Tome. I, 1. 8° . . . . . Mexico, 1886	Société scientifique Alzate à Mexico.
Revista do Observatorio. Anno I. Nos 1-11. 8°. . Rio de Janeiro, 1886	Observ. I. de Rio de Janeiro.
Boletin de la Academia Nacional de Ciencias en Cordoba. T. III, fasc. 4; t. IV, 1; t. V; t. VI, 4; t. VII, 1-4; t. VIII, 1-4. 8° . . . . . Buenos-Ayres, 1875-84 Id. Actas de la Academia. T. III, 2; t. V, 2. 4°. . Buenos-Ayres, 1878	Académie nationale des Sciences de Cordoba.
Verhandlungen des deutschen wissensch. Vereins zu Santiago. Heft. 3. 8° . . . . . Valparaiso, 1886	Société scientif. allemande de Santiago.
Proceedings of the Asiatic Society of Bengal. 1883, nos 7-10; 1884, nos 1-11; 1885, nos 1-10. 8° . . . . . Calcutta, 1883-85 Id. Journal Vol. LII, 1re p., 2-4, 2me p., 1-4; LIII, 1re p., 1-2, 2me p., 1-3; LIII, 1re p. (n° special 1883); LIV, 1re p., 1-4, 2me p., 1-2. 8° . . . . . Calcutta, 1883-85 Centenary Review of the Asiatic Society of Bengal. 1784-1883. 8° . . . . . Calcutta, 1885	Société asiatique du Bengale.
Palæontologia indica. Ser. I, vol. V; ser. IV, vol. I, part 4-5; ser. X, vol. III, parts 2-8; ser. X, vol. IV, 1re part. et suppl.; ser. XIII, v. I, IV, fasc. 3-5; ser. XIV, v. I, III. fasc. 4-5. Folio. Calcutta, 1884-86	Commission géologique de l'Inde.

Records of the Geological Survey of India. Vol. XVIII, 1-4; XIX, 1-4. 8°. . . . . Calcutta, 1885-86	Commission géologique de l'Inde.
Memoirs of the Geological Survey of India. Vol. XXI, parts 1-4. 8°. . . . . Calcutta, 1884	
Verhandelingen van het Bataviaasch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen. Deel XIII; XVI. 8°. . . . . Batavia, 1831-36	Société des Sciences et des Arts de Batavia.
Id. Deel. XXXIX, 2e St.; XL; XLI, 1e St., et derde Afl.; XLII, 1e et 2e St.; XLIII; XLIV. 8°. . . . . Batavia, 1879-86	
Tijdschrift voor indische Taal-Land- en Volkenkunde. Deel XXIV, afl. 6; XXV, afl. 1-6; XXVI-XXIX; XXX, afl. 1-2. 8°. . . . . Batavia, 1878-84	
Notulen. Deel XV, nos 2-4; XVI, 1-4; XVII à XXI; XXII, 1-3. 8°. . . . . Batavia, 1877-84	
Natuurkundig Tijdschrift voor Nederlandische-Indië. Deel XLIV; XLV (8me série, V, VI). 8°. . . . . Batavia, 1884-85	Association royale des Sc. dans les Indes néerlandaises.
Id. Catalogus der Bibliotheek. 8°. . . . . Batavia, 1885	
Observations made at the Magnetical and Meteorological Observatory at Batavia. Vol. VI, parts 1-2. Folio. . . . . Batavia, 1885	Observatoire royal de Batavia.
Transactions of the seismological Society of Japan. Vol. VII, part 2; VIII; IX, p. 1-2. 8°. . . . . Tôkiô et Yokohama, 1884-86	Société seismologique du Japon.
Appendix to the Memoir no 5 of Tôkiô Daigaku. 4°. . . . . . Tôkiô, 1885	Don de l'Université.
Proceedings of the Linnean Society of New South Wales. Vol. IX, 1-4; X, part 1-4. 8°. . . . . Sidney, 1884-85	Société Linnéenne de la Nouvelle Galles du Sud.
Record of Proceedings of the Linnean Society of N. S. W. 8°. . . . . Sidney, Oct., 1885	
Transactions and Proceedings of the Royal Society of Victoria. Vol. XIX, XX, XXI. 8°. . . . . Melbourne, 1883-85	Société Roy. de Victoria.
Transactions and Proceedings etc. of the Royal Society of South Australia. Vol. VIII. 8°. . . . . Adelaïde, 1886	Société Royale de l'Australie du Sud.
Meteorological Observations made at the Adelaide Observatory 1880-82. Folio. . . . . Adelaide, 1882-85	Observatoire d'Adélaïde.
Transactions and Proceedings of the New-Zealand Institute. Vol. I-VII; IX-XIV. 8°. . . . . Wellington, 1868-84	Institut de la Nouvelle-Zélande.
Charles-A. Ashburner. Brief description of the Anthracite Coal Fields of Pennsylvania. 8°. . . . . S. l., 1884	Don des auteurs.
Id. Recent Publication of the second geological Survey of Pennsylvania. 8°. . . . . S. l., 1885	
E. van Aubel. Note sur la transparence du platine. 8°. Bruxelles, 1886	
Id. Recherches expérimentales sur l'influence du magnétisme sur la polarisation. 1re et 2me notes. 8°. . . . . Bruxelles, 1885	
W. Barbey. Sardoæ Compendium. 4°. . . . . Lausanne, 1885	
A. Bolles Lee. Osservazioni sulla struttura intime degli organi cordotonali. 8°. . . . . Florence, 1884	
Id. The microtomist's Vade-mecum. 8°. . . . . London, 1885	

Félix Plateau. Recherches expérimentales sur la vision chez les insectes. 8°................................Bruxelles, 1885
Id. La classification des types humains au point de vue de l'enseignement élémentaire. 8°........................Morlaix, 1885
Dr *Rehm*. Revision der Hyterineen im herbarium Duby. 8°. Dresden, 1886
E. Renevier. Rapport sur la carte géologique d'Europe. 8°. Berlin. 1885
Id. Résultat scientifique du Congrès scientifique international de Berlin. 8°..................................Lausanne, 1886
Id. Rapports sur la marche du Musée géologique vaudois en 1884 et 1885. 8°............................Lausanne, 1885-86
Dr *Anton Schaffranek*. The Flora of Palatka and Vicinity. Folio..................................Palatka (Floride), 1885
Dr *N.-H. Schilling*. Rapport sur l'état actuel de l'éclairage électrique. 8°.....................................Paris, 1886
Id. La science en famille. 2e sér., no 1. Envoi de l'éditeur. 8°. Paris, 1886
Samuel H. Scudder. Description of an articulate of doubtful relationship from the tertiory beds of Colorado. 4°. Washington, 1885
Id. Dictyoneura and the allied Insects of the Carboniferous Epoch. 8°...Boston, 1885
Id. The earliest winged Insects of America. 4°. Cambridge, Mass., 1885
Id. The geological History of Myriapods and Arachnids. 8°. S. l., 1885
Id. New Genera and Species of fossil Cockroaches from the older American Rock. 8°........................Philadelphia, 1885
Id. Note on Anthracamantus carbonis. 8°..........Bruxelles, 1885
Id. Notes on Mesozoic Cockroaches. 8°..........Philadelphia, 1885
Id. Palæodictyoptera. Et : Winged Insects. 4°.........Boston, 1885
Id. Systematische Uebersicht der fossilen Myriapoden, Arachnoïden und Insekten, 8°..........................Münich, 1885
Id. The Cockroach of the Past. 8°..................London, 1886
Prof. Dr L. Weinek. Astronomische Beobachtungen. 4°..Prag, 1884
Dr *Rudolf Wolf*. Astronomische Mittheilungen. LXIII, LXIV, XLV, LXVI, 8°................................Zürich, 1885-86
Sigism. de Wroblewski. Comment l'air a été liquéfié. 8°..Paris, 1885
Id. Sur les phénomènes que présentent les gaz permanents évaporés dans le vide. 4°.. ....Paris, 1885
Id. Ueber den Gebrauch des siedenden Sauerstoffs etc. als Kältemittel. 8°.....................................Wien, 1885
Id. Ueber den elektrischen Wiederstand des Kupfers bei den niedrigsten Kältegraden. 8°......................Wien, 1885
Id. Ueber das Verhalten der flüssigen athmosphärischen Luft. 8°...Wien, 1885
Id. Ueber die Darstellung des Zusammenhanges zwischen dem gasförmigen Zustande der Materie. 8°..............Wien, 1886

} Don des auteurs.

TABLEAU DES MEMBRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE

Au 1er Janvier 1888.



1° MEMBRES ORDINAIRES RÉSIDANT A GENÈVE

RANGÉS PAR ORDRE D'ADMISSION

Date de leur réception.	
1825	MM. *Daniel* COLLADON, professeur de mécanique
1828	*Alphonse* DE CANDOLLE, professeur de botanique.
1830	*Henri-Clermont* LOMBARD, docteur-médecin.
1838	*Paul* CHAIX, géographe.
1841	*Charles* CELLÉRIER, professeur de mécanique.
—	*Alphonse* FAVRE, professeur de géologie.
1842	*Jean-Charles* MARIGNAC, professeur de chimie.
—	*Philippe* PLANTAMOUR, chimiste.
1853	*Henri* DE SAUSSURE, entomologiste.
—	*Émile* GAUTIER, astronome.
1854	*Louis* SORET, professeur de physique.
—	*Marc* THURY, professeur de botanique.

Date de leur réception.

1861 MM. *Casimir* DE CANDOLLE, botaniste.
— *Perceval* DE LORIOL, paléontologiste.
1862 *Jean* MULLER, Dr, professeur de botanique.
1863 *Charles* GALOPIN, mathématicien.
— *Lucien* DE LA RIVE, physicien.
1864 *Victor* FATIO, zoologiste.
— *William* MARCET, à Genève.
1865 *Arthur* ACHARD, ingénieur.
1867 *Marc* MICHELI, botaniste.
— *Godefroy* LUNEL, zoologiste.
1868 *Jean-Louis* PREVOST, docteur-médecin, professeur.
1869 *Edouard* SARASIN, physicien.
— *Ernest* FAVRE, géologue.
1870 *Hermann* FOL, professeur de zoologie.
1873 *Emile* ADOR, chimiste.
— *Edmond* SARASIN, chimiste.
— *William* BARBEY, botaniste.
1874 *Adolphe* D'ESPINE, docteur-médecin, professeur.
— *Eugène* DEMOLE, chimiste.
1876 *Théodore* TURRETTINI, ingénieur.
— *Pierre* DUNANT, docteur-médecin, professeur.
1877 *Maurice* SCHIFF, professeur de physiologie.
— *Frédéric-Guillaume* ZAHN, professeur d'anatomie.
1878 *Jacques* BRUN, professeur de matière médicale.
1879 *Charles* GRÆBE, professeur de chimie.
— *Albert-Auguste* RILLIET, professeur.
1880 *Charles* SORET, professeur de physique.
— *Auguste* WARTMANN, docteur-médecin.
1881 *Denys* MONNIER, professeur de chimie.
1882 *Louis* LOSSIER, chimiste.
— *Gustave* CELLÉRIER, mathématicien.
1883 *Raoul* GAUTIER, astronome.
— *Hippolyte* GOSSE, docteur-médecin, professeur.

Date de leur réception.

1884 MM. *Maurice* BEDOT, zoologiste.
1885 *A.* KAMMERMANN, astronome.
1887 *Amé* PICTET, chimiste.

2° MEMBRES ÉMÉRITES

1863 MM. *Henri* DOR, docteur-médecin.
1864 *Marc* DELAFONTAINE, chimiste, à Chicago.
1869 *Raoul* PICTET, professeur de physique.
1882 *Eugène* RISLER, agronome, à Paris.

3° MEMBRES HONORAIRES

1837 MM. *Isaac* LEA, à Philadelphie.
1841 *L.-F.* DE MENABREA, général, à Turin.
1842 *Charles* MARTINS, à Montpellier.
1849 *Charles* BRUNNER, à Vienne.
1859 *Jules* MARCOU, à Cambridge, Mass.
— Sir *Georges* BIDDELL AIRY, à Greenwich.
— *John* TYNDALL, à Londres.
— *Alfred* DESCLOISEAUX, à Paris.
— *Em.* DU BOIS-REYMOND, à Berlin.
— *Albert* MOUSSON, à Zurich.
1861 *Rodolphe* WOLF, à Zurich.
1864 *A.* v. KÖLLIKER, à Würzbourg.
— *Louis* DUFOUR, à Lausanne.
— *Charles* LORY, à Grenoble.
— *Marcelin* BERTHELOT, à Paris.
1866 *Anatole* DE CALIGNY, à Paris.

Date de leur réception.

1869 MM. *F.* PLATEAU, à Gand.
— *Ed.* HAGENBACH, à Bâle.
1870 *Albert* FALSAN, à Lyon.
— *Ernest* CHANTRE, à Lyon.
— *Adolphe* HIRSCH, à Neuchâtel.
1870 *Pierre* BLASERNA, à Rome.
1872 *W.* KÜHNE, à Heidelberg.
— *Samuel-H.* SCUDDER, à Boston.
1874 *François-Aug.* FOREL, à Morges.
— *A.* CORNU, à Paris.
1875 *Charles* MAUNOIR, à Paris.
— *J.-Norman* LOCKYER, à Londres.
1876 *Eugène* RENEVIER, à Lausanne.
— *Louis* RUTIMEYER, à Bâle.
— *F.-W.* HAYDEN, à Washington.
1879 *Samuel-P.* LANGLEY, à Allegheny (Pensylvanie).
1880 *C.* IBANEZ, général, à Madrid.
— *Hervé-Aug.-Et.-Albans* FAYE, à Paris.
— *E.* MAYO, général, à Florence.
— *Charles* FRIEDEL, à Paris.
— *Alexandre* AGASSIZ, à Cambridge (Massachusets).
1881 *Lorenzo* RESPIGHI, à Rome.
1883 *Louis* COULON, à Neuchâtel.
— *Théodore* DE HELDREICH, à Athènes.
— *Henri* DUFOUR, à Lausanne.
1884 *Sigismond* DE WROBLEWSKY, à Cracovie.
— *L.* CAILLETET, à Paris.
— *Albert* HEIM, à Zurich.
— *K.-Ed.* CRAMER, à Zurich.
— *Robert* BILLWILLER, à Zurich.
— *Charles* DUFOUR, à Morges.
1886 *H.* DE LACAZE-DUTHIERS, à Paris.
— *Alexandre* HERZEN, à Lausanne.

Date de leur réception.

1887 MM. *Théophile* STUDER, à Berne.
1888 *Eilhard* WIEDEMANN, à Erlangen.

4° ASSOCIÉS LIBRES

1860 MM. *Gustave* ROCHETTE.
— *Théodore* DE SAUSSURE.
— *Victor* GAUTIER.
— *Amédée* LULLIN.
— *Auguste* BROT.
— *Louis* LULLIN.
— *Georges* SARASIN.
— *Alexandre* MORICAND.
— *Théodore* VERNES.
1863 *Emile* NAVILLE.
1864 *James* ODIER.
1866 *Théodore* AUDÉOUD.
1867 *Charles* MALLET.
1870 *Georges* PREVOST.
1871 *Henri* BARBEY.
1872 *Agénor* BOISSIER.
— *Ernest* DE TRAZ.
— *Lucien* DE CANDOLLE.
1873 *Edouard* DES GOUTTES.
— *Henri* HENTSCH.
1874 *Edouard* FATIO.
1875 *Henri* PASTEUR.
1876 *Georges* MIRABAUD.
— *Charles* GOLAZ.
— *William* FAVRE.
— *Emile* PICTET.

Date de leur réception.

1876 MM. *Charles* RIGAUD.
1877 *Ernest* COVELLE.
1879 *Emile* Boissier.
— *Henri* BOUTHILLIER DE BEAUMONT.
— *Auguste* PREVOST.
1881 *Henri* SALADIN.

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
Tome XXIX. — N° 5.

ANOMALIES DE LA FLEUR

DU

RUMEX SCUTATUS, LINNÉ

AVEC

NOTES SUR L'ÉVOLUTION FLORALE, L'ANTHOTAXIE

ET LA

NATURE AXILE DE L'OVULE DANS LES RUMEX

PAR

Le Dr SILVIO CALLONI

GENÈVE
LIBRAIRIE H. GEORG, RUE DE LA CORRATERIE
1886

GENÈVE. — IMPRIMERIE SCHUCHARDT.

ANOMALIES DE LA FLEUR

DU

RUMEX SCUTATUS, LINNÉ

Le matériel d'étude m'a été fourni par quelques échantillons de *Rumex scutatus*, que j'ai récoltés en juin 1882 sur les rocailles au pied du mont d'Ain, lequel s'élève immédiatement au sud de la ville de Nantua, sur les bords de son lac aux eaux d'un vert sombre, dans le département de l'Ain. Parmi les échantillons cueillis, les uns présentaient des feuilles d'un vert clair, les autres des feuilles glauques ; ils répondaient tous à la variété α. *vulgaris*, *Meissner* [1]. Certains pieds portaient des fleurs à pièces internes du périgone et à carpelle plus allongés que dans la fleur typique ; cela d'une manière tout à fait anormale. Ils cadraient partant avec la variation * *monstrosus*, que Meissner [2] caractérise par la phrase : *Sepalis internis sæpiusque etiam ovario valde elongatis, linguæformibus.* J'ai cependant voulu me rendre un compte exact de l'anomalie, en examinant à la loupe montée quelques ovaires soit entiers, soit disséqués. L'analyse m'a tout de suite montré que l'anomalie florale du *Rumex scutatus* de Nantua est, du moins pour ce qui a rapport à l'ovaire, bien

[1] Meissner, in de Candolle, *Prodromus Regni Vegetab.*, vol. 14, p. 70.
[2] Meissner, *Ibidem.*

autrement compliquée et intéressante que Meissner ne l'estimait. Cela m'a engagé à multiplier les observations, afin de contrôler et éclaircir les premiers résultats.

Les analyses m'ont donné des faits qui me semblent nouveaux pour le *Rumex scutatus*, car je ne les trouve point cités dans les différents mémoires de tératologie végétale. Il y a même une modalité fort intéressante de métamorphose de l'ovule, dont il n'est pas question, et cela pour aucune plante, dans les deux ouvrages classiques de tératologie végétale de Moquin-Tandon et de Masters [1]. C'est pourquoi j'ai groupé et coordonné ces faits pour les mettre ici en relief.

I

Description des fleurs anomales.

Il me semble indispensable, avant d'aborder l'étude des fleurs anomales, de rappeler l'architecture de la fleur typique du *Rumex scutatus*. La fleur est cyclique ; les pièces florales sont arrangées dans les différents verticilles d'après le type ternaire. Le périgone est de six pièces disposées en deux cycles (fig. 1). Les trois pièces externes sont soudées à leur base ; les trois internes, ou *valvæ*, alternent avec les externes ; elles sont plus grandes et plus riches en nervures que ces dernières. L'androcée est de six étamines sur un seul rang, insérées deux à deux sur les pièces externes du périgone. Les trois couples d'étamines [2] sont opposés à ces mêmes pièces et alternent avec les pièces internes du périgone ; les anthères sont basifixes. Un seul pistil forme le gynécée. L'ovaire supère est trigone et uniloculaire. Il porte au sommet trois styles égalant en longueur ou même dépassant la moitié de l'ovaire et

[1] Moquin-Tandon, *Tératologie végétale ;* Masters, *Vegetable teratology*.

[2] On verra plus loin (III) que, dans une phase très jeune d'évolution, chaque couple d'étamines est représenté par un mamelon unique. Les 6 étamines ne comptent donc que pour 3.

terminés par des stigmates penicillés. Un ovule unique est inséré sur le placenta basilaire de la loge ovarienne; il est dressé et orthotrope (fig. 2). D'un verticille au suivant, les pièces de la fleur alternent toujours entre elles, de manière que le type floral est fermé (fig. 3).

Dans le *Rumex scutatus* de Nantua, les fleurs conservent toujours la même symétrie à verticilles ternaires alternes. L'anomalie de la fleur atteint le périanthe et bien plus profondément le gynécée; l'androcée reste normal.

L'anomalie du périanthe se réduit toujours à un surdéveloppement de ses pièces. Les trois pièces extérieures sont un peu plus développées que d'habitude (fig. 4). Les pièces internes ou les *valvæ*, par contre, ont atteint des dimensions environ doubles de celles qu'elles ont dans la fleur normale; elles sont largement obovées, atténuées à leur base, arrondies et émarginées au sommet. Chacune de ces pièces est parcourue par un réseau assez compliqué de nervures. La charpente du réseau est formée par la nervure médiane, laquelle se bifurque vers le centre du pétale en deux branches qui le traversent horizontalement un peu en zigzag, l'une à droite et l'autre à gauche (fig. 5).

L'anomalie essentielle du *Rumex scutatus* de Nantua affecte le pistil, mais différemment dans les différentes fleurs. Les pistils peuvent, sous le rapport de leurs conformations anomales, se grouper dans les deux catégories suivantes : *A*. PISTILS A OVAIRE FERMÉ ; *B*. PISTILS A OVAIRE OUVERT.

A. Pistils à ovaire fermé.

1. L'ovaire, qui à l'état normal est à peine aminci à la base et trigone, n'est plus, dans la fleur anomale, ni subsessile ni trigone, mais son corps est ovoïde et supporté par un pédicelle qui l'égale en longueur (fig. 6). Sa coloration est d'un vert plus ou moins glauque lavé de pourpre. Le corps de l'ovaire est très bombé, et il s'amincit un peu au sommet ; une côte longitudinale le parcourt depuis la base jusqu'aux deux tiers de hauteur. Les trois styles insérés au sommet de l'ovaire se dirigent d'abord

horizontalement, pour se courber ensuite vers le haut. Les styles sont terminés par des stigmates à expansions digitiformes courtes, tout à fait semblables à des stigmates normaux, mais dans une jeune phase de leur développement[1]. L'ovule orthotrope est aussi profondément modifié. Le funicule très allongé est distinct ou non de l'ovule par une articulation (fig. 6, *a* et *b*). L'ovule même est réduit à un corps fusiforme lisse (fig. 6, *a*) ou parcouru à sa surface par de rares nervures (fig. 6, *b*) ; il est toujours membraneux et vide à l'intérieur. L'ovule délimite donc une cavité interne, dont la paroi est simple, formée d'une seule membrane. Les téguments ovulaires sont partant, dans ces ovules déformés, réduits à un seul ; il n'y a plus aucune trace d'un nucelle.

2. Dans d'autres fleurs l'anomalie a une apparence différente. L'ovaire est supporté par un pédicelle assez court, qui se dilate en un corps conoïde quelque peu obtus au sommet (fig. 7). Les styles ne sont pas insérés au sommet de l'ovaire, mais à quelques millimètres plus bas; ils sont surmontés de stigmates rudimentaires. L'ovule orthotrope est aussi anomal. Le funicule est très long et le corps de l'ovule ovoïde, atténué au sommet en un appendice obtus (fig. 7, *a*). Cet ovule déformé est parcouru à sa surface par de petites nervures. Les tuniques de l'ovule sont réduites à une seule ; celle-ci délimite une cavité vide en grande partie, à la base de laquelle est un ovule très jeune, orthotrope, dont la primine non entièrement développée laisse à nu la secondine, laquelle n'arrive pas à couvrir le sommet du nucelle (fig. 7, *a'*). Il y a donc dans le pistil décrit un véritable emboîtement de deux parois ovariennes, par métamorphose des téguments de l'ovule normal.

B. Pistils à ovaire ouvert.

L'ovaire dans plusieurs cas n'est pas fermé, mais librement ouvert au sommet. Il représente partant un arrêt de développement et reproduit

[1] Les jeunes styles des *Rumex* sont d'abord représentés par trois expansions digitiformes obtuses au sommet, sans aucune différenciation d'un stigmate. A un âge plus avancé, le sommet

d'une manière constante la forme ouverte, laquelle est passagère dans l'évolution normale [1]. Cette forme est imitée par les fleurs anomales sous des modalités différentes qu'il importe d'étudier.

1. L'ovaire pédicellé est ouvert en haut en forme de coupe allongée (fig. 8). Vers la moitié de la partie évasée de la coupe, sont insérés tout autour trois appendices digitiformes, dirigés en bas; ils représentent des rudiments de styles équivalents à des styles normaux très jeunes. Au fond de l'ovaire, à la place de l'ovule, est un tout petit corps qui apparaît comme biarticulé (fig. 8, *a*). Si on l'observe au microscope, à 120 diam., on voit qu'il est composé des parties essentielles de l'ovule (fig. 8, *o'*). En effet vers la base est un premier rebord, la primine, laquelle est dépassée de beaucoup par la secondine. Le nucelle est remplacé par un corps très allongé se terminant en une sorte de petite coupe à peine un peu évasée au sommet.

2. L'ovaire, d'abord aminci en un long pédicelle, se dilate ensuite beaucoup sous forme d'une coupe largement évasée et à bord un peu ondulé (fig. 9). Toute la surface de l'ovaire est parcourue par quelques nervures non anastomosées. Trois styles rudimentaires, sans trace de stigmates, sont insérés sur l'ovaire, un peu plus bas que le milieu de sa partie évasée. L'ovaire contient un ovule très allongé dans toutes ses parties.

3. Le pistil présente encore la forme de coupe évasée ; mais son bord est découpé par deux sinus profonds (fig. 10). Sa surface est parcourue par un réseau lâche de nervures. Les expansions digitiformes représentant de jeunes styles sont insérées vers la base de la partie évasée de l'ovaire. L'ovule est fort allongé, avec une primine et une secondine à peine ébauchées. Le nucelle est réduit à un corps parenchymateux claviforme (fig. 10, *a* et *b*).

de chaque style devient le siège d'une multiplication active de cellules; il grossit, acquiert une forme évasée, de laquelle naissent plusieurs petits mamelons, dont chacun produira, par développement successif, un lobe de stigmate avec ses papilles.

[1] Voir plus loin, III.

4. L'ovaire brièvement pédicellé se dilate bientôt sous forme d'expansion foliacée, ondulée sur les bords et subtrilobée (fig. 11, *a*). Dans d'autres fleurs l'ovaire apparaît comme divisé au sommet en trois lobes obtus (fig. 11, *b*). Au fond de l'ovaire est un ovule. La primine est toute béante ; la secondine est très allongée, dépasse de beaucoup la primine et recouvre tout le nucelle, laissant un endostome très étroit (fig. 11, *c*).

5. L'ovaire est imbutiforme, à bord libre sinué et subtrilobé. De sa base se dresse un ovule terminé par deux styles stigmatifères (fig. 12, *a*).

Cet ovule est particulièrement intéressant. Il est supporté par un funicule assez long et aminci; il est tronqué et ouvert au sommet (fig. 12, *b*, *c*). Près du sommet et latéralement, la primine se prolonge sous forme d'un style assez long, qui se recourbe un peu vers le bas; il est terminé par un stigmate épanoui en de grandes papilles, tout à fait comme un stigmate normal dans une phase avancée de son développement. De la région du micropyle sort un rudiment de style, surmonté d'un stigmate également rudimentaire et tout à fait semblable au jeune stigmate normal qui commence à se différencier au sommet du style. Le style est en rapport avec le nucelle, il en est la continuation. La secondine a presque disparu ; on en voit des traces sur un côté du nucelle.

Le funicule est parcouru par un faisceau de trachées qui se bifurque à la base de l'ovule, une branche suit la primine et le style plus développé jusque près de la base de son stigmate ; l'autre branche traverse la secondine et le nucelle pour aboutir au style plus rudimentaire qui s'épanouit au sommet du nucelle même (fig. 12, *c*).

6. L'ovaire est longuement pédicellé. Il s'épanouit au sommet en une large expansion à bord un peu renversé en dehors, en quelque sorte comme une corolle de *Calystegia* ou de *Petunia* (fig. 13). L'ovule est représenté par un corps allongé, bifurqué à son extrémité en deux prolongements à cône obtus (fig. 13, *a*) : à la base de la bifurcation sont deux petites éminences parenchymateuses, arrondies.

7. L'ovaire est en forme d'urne dont l'ouverture présente sur le bord

externe trois styles rudimentaires, sans stigmates (fig. 14). A l'intérieur et à la base de l'ovaire est inséré un amas de jeunes ovules (fig. 14 et 14, *a*), dont on voit le rebord de la secondine et le nucelle qui en émerge.

8. L'ovaire est longuement pédicellé et en forme d'une coupe courte, mais bien évasée, munie sur son rebord de trois styles rudimentaires sans stigmates (fig. 15). Un faisceau de trachées va du pédicelle à la coupe ovarienne et se continue jusque près du sommet du style plus développé. Cet ovaire déformé a une certaine ressemblance avec un ovaire normal dans une jeune phase de son développement. L'ovule normal est remplacé par un paquet d'ovules très jeunes, à l'âge où la primine commence à s'accuser (fig. 15 et 15, *a*).

II

Groupement des anomalies et leurs rapports avec l'évolution normale de la fleur.

J'ai décrit les modifications tératologiques présentées par la fleur du *Rumex scutatus*. Il me reste à les coordonner et à établir leurs rapports avec le développement normal de la fleur, pour mettre ensuite en relief les renseignements qu'elles pourraient donner sur la disposition ou la nature des organes floraux.

Si l'on rapproche les différentes anomalies, on voit qu'au fond elles représentent des degrés différents dans le développemeut de la fleur. En effet, les anomalies prédominantes et fondamentales se réduisent d'un côté à un développement exagéré, de l'autre côté à un arrêt de développement. Les faits de métamorphose ne sont que des concomitances. Ainsi le développement exagéré des pièces du périgone, accentué surtout dans les *valvæ*, est un cachet tératologique commun à toutes les fleurs anomales étudiées. La présence d'un ovaire fermé et d'un ovaire béant

fait séparer les fleurs observées en deux groupes bien définis, lesquels se partagent à leur tour en sous-groupes caractérisés par des modifications secondaires. On pourrait donc classer les fleurs, d'après leurs anomalies, comme suit :

Toutes les fleurs présentent un surdéveloppement des pièces du périgone; elles se partagent en :

A. Fleurs à surdéveloppement ou développement exagéré de l'ovaire; avortement partiel des styles et des stigmates; ovaire toujours fermé. Ces fleurs donnent deux sous-groupes :

a. Fleurs à surdéveloppement de l'ovule.

b. Fleurs à pistillodie de l'ovule.

B. Fleurs à arrêt général de développement du carpelle; manque absolu des stigmates; ovaire béant au sommet. Ces fleurs se rangent dans trois sous-groupes :

a. Fleurs à surdéveloppement de l'ovule.

b. Fleurs à pistillodie de l'ovule.

c. Fleurs à ovule prolifère.

Le surdéveloppement des pièces du périgone et de l'ovaire montre que la fleur a été le siège d'un surcroît de nutrition. Ce surcroît n'a pu être provoqué par le milieu ambiant, car plusieurs pieds de *Rumex scutatus* à fleurs normales, se trouvaient dans la même localité au bord du lac de Nantua, et partant sous les mêmes conditions de sol et d'atmosphère. Il ne s'agit pas non plus d'une piqûre d'insecte. Je n'ai remarqué sur les plantes anomales vivantes aucune espèce d'insecte, pas même de ces pucerons (*Aphis Rumicis*, L.) qu'on voit habituellement sur les *Rumex*, attiré par le suc mucilagineux sécrété par les glandes massives et en rubans des jeunes stipules. Aucune chenille ne rongeait les feuilles ou les fleurs, pas même les petites chenilles du *Gelechia rumicivorella*, Mill. qui en sont particulièrement friandes. Je n'ai aperçu dans toutes les fleurs disséquées aucune trace d'œufs ou de larves d'insecte ou d'un autre animal quelconque. Il s'ensuit que la cause qui a provoqué les anomalies doit être intime à la plante ou idiosyncrasique. Ces anomalies

cependant ne peuvent se transmettre par hérédité, car elles altèrent profondément les organes centraux de la fleur et rendent par là toute fécondation impossible.

J'ai déjà touché aux rapports des anomalies avec le développement normal de la fleur. Il importe cependant d'établir ces rapports dans leurs particularités, car ils serviront à éclairer soit l'allure des anomalies, soit les conséquences morphologiques que l'on peut tirer d'elles. Il est utile, dans le but indiqué, et pour une comparaison exacte, d'examiner d'abord le développement normal de la fleur de *Rumex*. Je l'expose ici tel que j'ai pu l'observer directement sur les fleurs de *Rumex conglomeratus*, Murr., *R. aquaticus*, L., et *R. acetosa*, L.

Au printemps la jeune pousse de *Rumex* (le bourgeon terminal de la tige souterraine, aussi bien qu'un bourgeon latéral à l'aisselle d'une feuille) a la forme d'un cône très allongé. Cette pousse est enveloppée, de la base au sommet, par un sac blanchâtre parcouru par de nombreuses nervures longitudinales. Ce sac est la stipule tubuliforme ou l'*ochrea* de la feuille la plus extérieure, laquelle est parfois avortée ou disparue par marcescence. L'*ochrea* forme une gaine protectrice autour des jeunes parties du bourgeon. La face interne de cette gaine est munie de glandes en rubans, lesquelles sécrètent une blasteocolle très glutineuse, s'étirant en filaments lorsqu'on écarte avec un scalpel les éléments du bourgeon. La blasteocolle établit des rapports curieux entre la plante, les pucerons et les fourmis. Le mucilage est censé protéger les jeunes bourgeons, mais il attire les pucerons qui en sont fort avides. Lorsque les pucerons attaquent les *Rumex*, on voit en même temps des fourmis qui donnent la chasse aux petits aphidiens pour en lécher les sécrétions sucrées des tubes à miel. De cette façon le mucilage conserve sa fonction protectrice.

Dans la gaine extérieure les jeunes feuilles sont rangées sur l'axe en préfoliaison revolutée et valvaire. L'épiderme de ces feuilles porte de petites glandes unicellulaires ou formées de deux, quatre, huit cellules. Chaque feuille jeune est toujours enfermée dans une enveloppe mince

le surdéveloppement des pièces du périgone et les métamorphoses de l'ovule peuvent surtout donner des renseignements utiles ; le premier sur l'anthotaxie des *Rumex*, les secondes sur la nature de l'ovule de ces mêmes plantes.

III

Remarques sur l'anthotaxie des Rumex.

On a vu que, dans toutes les fleurs anomales, les pièces du verticille externe du périanthe dépassent à peine les dimensions qu'elles ont dans la fleur typique. Les pièces du verticille interne (*valvæ*), par contre, ont gagné une dimension double environ de celle qu'elles atteignent dans la fleur normale. De plus, un réseau bien plus compliqué de nervures s'est différencié et soutient leur parenchyme. Cela montre une certaine indépendance entre les deux verticilles, dont les pièces sont soudées à la base. En effet si les pièces du verticille intérieur étaient parfaitement homologues aux pièces externes, elles devraient toutes, par l'effet de l'anomalie, être déformées d'une manière identique. Une différentiation plus profonde des tissus caractérise donc le verticille interne qui pourrait alors être considéré comme une véritable corolle.

Dans l'évolution du périanthe, les trois mamelons internes apparaissent sur le réceptacle, après que les externes sont fort bien dessinés, à tel point qu'on voit des jeunes fleurs avec les pièces externes déjà semi-lunaires, mais sans aucune trace de pièces internes. Dans d'autres fleurs ces mêmes pièces internes sont d'un tiers plus petites que les externes. La soudure basilaire qu'on voit à l'état définitif entre les pièces des deux verticilles n'est nullement précoce, mais tardive. Elle est due à l'accrescence du *thalamus* avec la base des feuilles florales. L'expression de Meissner[1] : « Calyx herbaceus profunde bipartitus, lobis biserialibus

[1] Meissner, in de Candolle, *Prodromus*, vol. 14, p. 41.

imbricatis » indique l'état définitif de cette accrescence. Mais à l'origine, on a deux verticilles parfaitement différenciés.

L'anomalie et l'évolution montrent donc que les deux verticilles ont une certaine indépendance, soit au point de vue de la métamorphose tératologique, soit par l'âge dans le développement normal. Cette indépendance pourrait peut-être autoriser à distinguer un calice et une corolle et par conséquent à modifier les expressions en usage de « perygonium calycinum [1], calyx herbaceus [2], périanthe calycoïde ou pétaloïde [3]. »

Comment pourrait-on accorder cette distinction de calice et corolle avec le diagramme des *Rumex* ? On a vu, à propos de l'évolution, que les étamines se montrent d'abord sous forme de trois mamelons opposés aux pièces externes du périgone et alternant avec les pièces internes. Chaque mamelon, petit à petit, se partage, par un plan vertical et passant par l'axe de la fleur, d'abord en deux lobes et ensuite en deux mamelons distincts. C'est évidemment un fait de chorise, comme c'est le cas pour les étamines les plus longues antérieures et postérieures, des Crucifères. Dans le progrès de l'évolution, les étamines jumelles restent toujours rapprochées, tellement qu'en définitive les filets des étamines de chaque paire restent même soudés à leur base, de façon qu'elles paraissent alors rayonner d'un anneau au fond du *thalamus* « annulo calycis fundo adnato » comme Meissner [4] dit. Cette disposition des étamines dans la fleur épanouie rappelle leur gémination ou chorise précoce, d'autant plus qu'elles se trouvent insérées deux à deux à la base des pièces externes du périgone.

Les six étamines ne semblent donc compter que pour trois; elles sont groupées par paires sur le réceptacle et dans un même verticille.

Pour conclure et à l'appui de ce que j'ai énoncé, voici comment on

[1] Meissner, in de Candolle, *Prodromus*, vol. 14, p. 41.
[2] Endlicher, *Genera plantarum*, p. 304.
[3] Le Maout et Decaisne, *Traité de botanique*, p. 417.
[4] Meissner, in de Candolle, *Prodromus*, vol. 14, p. 41.

partie d'une feuille métamorphosée. C'est aussi l'opinion de Brongniart, confirmée par les études de LeMonnier sur les faisceaux vasculaires de l'ovule et de la graine. D'ailleurs cette manière de voir est plus généralement admise, à tel point que Van Tieghem, dans son *Traité de botanique*[1] où il résume de main de maître l'état actuel de la science, ne fait aucune mention des ovules d'origine axile, qu'il ne croyait déjà pas pouvoir constituer une exception à la règle formulée par Cramer, lors de sa traduction française du *Lehrbuch*[2]. Van Tieghem admet actuellement, comme principe général, que le carpelle ovulifère est une feuille ramifiée[3], au dépens de laquelle se forme l'ovule avec ses téguments.

Malgré cela, la question de l'existence d'ovules d'origine axile est loin d'être close. Il n'est donc pas inutile de mettre en relief les faits qui paraissent s'y rapporter.

La pistillodie et la prolifération de l'ovule du *Rumex scutatus* de Nantua me semblent être en faveur de l'opinion de Sachs, au moins pour ce qui concerne les ovules des *Rumex*.

Dans les fleurs anomales, lorsque l'ovaire est fermé, il présente toujours une augmentation de volume et une réduction des stigmates. L'ovule est réduit à un sac vide ou contenant un ovule rudimentaire. L'ovule donc se trouve métamorphosé en une paroi ovarienne vide, ou en un ovaire avec ovule. Il y a toujours absence de stigmates. Il s'en suit que, dans les fleurs à ovaire fermé, les anomalies de l'ovaire et de l'ovule sont antagonistes : le premier montre un surdéveloppement, le second une métamorphose.

Les pistils ouverts répondent toujours à un arrêt de développement. Leur ovule est simplement allongé dans ses parties, métamorphosé en pistil ou prolifère. Il en résulte que, pour le premier cas, il y a concordance d'anomalie, pour les autres, antagonisme. Si l'on considère les fleurs monstrueuses dans leur ensemble, on remarque que cet antagonisme

[1] Van Tieghem, *Traité de botanique*, p. 423.
[2] Van Tieghem, dans Sachs. *Traité de botanique*, p. 654, en note.
[3] Van Tieghem, *Traité de botanique*, p. 423.

y est tout à fait prédominant ; il forme pour ainsi dire le cachet de leurs anomalies. Dans la production de celles-ci on peut donc distinguer deux temps. Dans le premier il survient un trouble durant le développement normal ; dans le second se différencie l'antagonisme d'évolution anomale entre l'ovaire et l'ovule. Il peut cependant très bien arriver que la seconde phase soit effacée. Alors le carpelle et l'ovule doivent par accroissement successif, avorter d'accord. C'est ce qu'on voit dans quelques fleurs. Mais toujours est-il que l'antagonisme fait règle et partant le surdéveloppement et l'arrêt de développement de l'ovaire, la métamorphose de l'ovule en pistil et la prolifération de l'ovule restent comme les anomalies fondamentales.

La divergence d'anomalie entre le carpelle et l'ovule montre une indépendance bien plus grande qu'il n'y en a entre un organe et les éléments qui le forment. Les parties d'un même organe, en effet, présentent toujours d'une manière plus ou moins accentuée la même direction de métamorphose. Par contre, il arrive souvent de constater une divergence de métamorphose dans les éléments d'un même verticille ou dans les verticilles différents d'une fleur. Naturellement il y a des cas où tous les organes floraux peuvent se transformer de la même manière et revêtir une forme unique. C'est le cas de la phyllodie florale complète. La fleur est, par elle-même, une pousse à un haut degré de métamorphose. Les éléments des différents verticilles se forment de la même manière autour du point végétatif; les différenciations sont plus tardives. Or, si, par une cause quelconque, le développement normal est arrêté, les mamelons floraux peuvent tous avorter pour reproduire la forme typique fondamentale, la feuille. Cependant, malgré cela, reste toujours le fait qu'on observe des divergences d'anomalies, en rapport avec la différence organique et fonctionnelle des éléments floraux.

Dans les anomalies de *Rumex* on a constaté un antagonisme marqué entre certains organes de la fleur. En effet l'ovaire et l'ovule présentent cette divergence ou antagonisme d'anomalie, caractéristique des organes directement différenciés autour du sommet végétatif de la fleur. L'ovule

de *Rumex* doit donc être sur ce même point, une formation indépendante de l'ovaire. L'ovule de *Rumex* n'est donc pas une production du carpelle.

La pistillodie et la prolifération de l'ovule des *Rumex* conduisent au même résultat. On a vu les différents degrés de métamorphose de l'ovule en pistil, depuis la forme d'un sac vide jusqu'à la formation de styles et stigmates. On peut faire deux considérations. D'abord l'ovule de *Rumex* est transformé en pistil, c'est-à-dire en un élément de la pousse florale. Or les éléments d'un verticille peuvent se transformer les uns dans les autres, étant les membres d'une même pousse inégalement métamorphosée. L'ovule cité se comporte comme les organes floraux; il tient donc à l'axe et nullement au carpelle. En second lieu, si l'ovule est une production des carpelles, il faudra dire que la partie d'un organe se métamorphose dans l'organe même, ce qu'on n'observe pas dans les feuilles florales. Le style ne se transforme jamais en ovaire ou vice versa ; l'anthère ne se transforme pas à elle seule en une nouvelle étamine. Par contre, un organe de la fleur se transforme très souvent en un autre. L'ovule des *Rumex* donc n'est pas une partie du carpelle et il n'a avec cet organe aucune dépendance génétique.

Il s'en suit que cet ovule sera ou l'équivalent d'une feuille, d'après Cramer, ou le sommet de l'axe métamorphosé, d'après Sachs. La pistillodie et la prolifération de l'ovule appuient directement son origine axile.

On a vu que, dans certaines fleurs anomales, l'ovule était transformé en pistil fermé, sans styles ni stigmates. L'ovaire renfermait un ovule jeune pourvu de ses deux téguments. Dans ce cas il y a donc eu formation d'un ovule nouveau. Tantôt l'ovaire était vide et tantôt il renfermait un jeune ovule. Cet ovule est donc une formation nouvelle, supplémentaire et montre ainsi un premier indice de prolifération verticale, caractéristique de l'axe.

La prolifération complète de l'ovule est particulièrement intéressante. Un amas d'ovules fort jeunes remplace, chez certaines fleurs anomales, l'ovule unique et orthotrope normal. Cet ovule a éprouvé une prolifération verticale et en même temps latérale, en un mot une sorte de bour-

geonnement. Or, dans les fleurs frondipares ou floripares, c'est toujours l'axe qui est proliférant et bourgeonne. L'ovule des *Rumex* se comporte ainsi à l'instar d'un axe qui s'épanouit en fronde ou en inflorescence. D'ailleurs le paquet d'ovules, qui se développe au fond de l'ovaire avorté du *Rumex scutatus,* a beaucoup de ressemblance avec la cyme observée à une phase très jeune de son développement. En effet, comme on a vu, la jeune cyme qui commence à se différencier au sommet de l'axe n'est qu'un amas de mamelons simples ou entourés par la demi-lune ou la coupe qui formera plus tard la gaine. A ce moment, chaque mamelon ressemble assez à un ovule jeune, muni de son premier tégument.

L'ovule donc est proliféré comme l'axe dans les fleurs flori- ou frondipares ; il pousse et bourgeonne comme une inflorescence. L'ovule est donc de nature axile.

Une dernière remarque. Le fait que l'ovule des *Rumex* se développe comme un axe, exclut encore tout à fait son origine carpellaire. Le pistil ne peut jamais proliférer par lui-même à la manière d'un axe. Dans les fleurs frondipares ou floripares déjà citées, c'est toujours l'axe et jamais les pistils qui se métamorphose en fronde ou en fleurs, comme Aug.-Pyr. de Candolle l'a fort bien démontré. — La prolifération est donc une preuve directe de l'origine axile de l'ovule des *Rumex.*

Je résume : l'ovule de *Rumex,* dans les mêmes fleurs anomales, se modifie d'une manière opposée à l'ovaire; il se transforme en un organe floral, c'est-à-dire en pistil ; il est le résultat d'une prolifération verticale de l'axe, il bourgeonne à l'instar d'un axe, par prolifération verticale et latérale. L'ovule de *Rumex* n'est donc pas une production du carpelle et partant il occupe le rang d'un élément différencié de la pousse florale. Il a toutes les attributions de l'axe : il est donc une production directe de l'axe, il est d'origine axile. L'évolution a conduit au même résultat : l'ovule se différencie sur l'axe. L'évolution et l'anomalie se donnent ainsi la main pour prouver que L'OVULE DES RUMEX EST DE NATURE ET D'ORIGINE AXILE. La théorie de Sachs sur l'origine axile de l'ovule des Polygonacées reçoit ainsi une confirmation nouvelle.

EXPLICATION DES PLANCHES

Planche I

Fig. 1. Fleur normale grossie de *Rumex scutatus*, L.
Fig. 2. Son ovule : *m* micropile, *p* primine, *s* secondine, *n* nucelle.
Fig. 3. Diagramme de la fleur normale.
Fig. 4. Une des pièces externes du périgone de la fleur normale.
Fig. 5. Une des pièces internes.
Fig. 6. Une forme de pistil anomal à ovaire fermé.
a. L'ovule réduit à un sac membraneux.
b. Autre ovule déformé; il est articulé au sommet du funicule, et il apparaît au-dessus de l'articulation comme un sac vide avec quelques nervures à sa surface.
Fig. 7. Autre forme de pistil anomal à ovaire fermé.
a. Ovule métamorphosé dans un simulacre d'ovaire, lequel renferme à sa base un jeune ovule *a'* avec toutes ses parties, *p* primine, *s* secondine, *n* nucelle.
Fig. 8. Fleur anomale avec ses *valvæ* très développées et ses étamines caliciflores; l'ovaire est urceolé et béant au sommet.
8 a. Le même ovaire coupé longitudinalement, pour montrer son ovule basilaire *o*, allongé et déformé.
o.* Le même ovule grossi; on voit la primine *p* très courte, la secondine *s* un peu plus allongée, et le nucelle *n* très long et dilaté en haut en forme de coupe.

Planche II

Fig. 9. Autre forme de pistil à ovaire béant en coupe évasée, à bord ondulé.
Fig. 10. Pistil à ovaire béant et à bord profondément sinué.
a. Ovule déformé.
b. Le même ovule grossi.
Fig. 11. Pistils à ovaire largement béant et à bord trigone.
a. L'ovaire est à bord subtrilobé, avec son ovule *o* basilaire émergeant.
b. L'ovaire est à bord trilobé.
c. Ovule simplement allongé, mais avec toutes ses parties, *p* primine, *s* secondine, *n* nucelle.
Fig. 12. Ovaire imbutiforme, à bord trilobé, contenant un ovule en partie transformé en pistil.
a. Ovule pistillodique isolé.
b. Le même ovule grossi. Un style muni de stigmate à son point de départ dans les tuniques de l'ovule *p* primine, *s* secondine; un deuxième style, avec son stigmate *st* très rudimentaire,

s'épanouit du sommet du nucelle *n*. Un faisceau de trachées déroulables *f* parcourt l'ovule pistilliforme et se bifurque pour se rendre aux styles.

Fig. 13. Ovaire infundibuliforme.

a. Son ovule en commencement de prolifération.

Fig. 14. Ovaire urceolé avec un paquet d'ovules fort jeunes engendrés par bourgeonnement de l'ovule primitif.

a. Le même amas d'ovules, isolés et grossis.

Fig. 15. Ovaire en forme de soucoupe, contenant une agglomération d'ovules jeunes : *f* faisceau de trachées.

a. Portion apicale du paquet d'ovules.

Planche III

Fig. 16. Sommet d'une cyme de *Rumex conglomeratus* Schreb.; *f* une branche de la cyme, *g* gaine protectrice ou ochrea rudimentaire.

Fig. 17. Un fragment latéral de la cyme, avec sa gaine protectrice *g* et les fleurs *f*.

Fig. 18. Mamelon floral non encore différencié.

Fig. 19. Mamelon floral qui commence à se différencier.

Fig. 20. Jeune fleur vue d'en haut, avec les sépales *s* délimitant le corme *c*.

Fig. 20 a. La même fleur vue de côté.

Fig. 21 et 22. États un peu plus avancés de la fleur.

Fig. 23. Fleur où les pétales *p* commencent à s'accuser.

Fig. 24. Fleur de *Rumex acetosa*, avec les 3 mamelons staminaux ébauchés.

Fig. 25. Fleur un peu mieux développée et vue de côté.

Fig. 26. Jeune fleur avec les mamelons staminaux qui commencent à se partager par chorise.

Fig. 27. La même fleur plus grossie.

Fig. 28, 29, 30, 31, 32. États toujours plus avancés de la fleur de *Rumex conglomeratus*, et montrant la formation définitive des 6 étamines sur un seul verticelle.

Fig. 33. Jeune fleur de *Rumex conglomeratus*, avec étamines plus développées qu'à la fig. 32.

Fig. 34. Jeunes étamines insérées sur un sépale.

34 a et 34 b. Étamines à deux états différents d'évolution.

Fig. 35. Section verticale d'une jeune fleur.

Fig. 36. Fleur complètement développée.

Fig. 37, 38, 39. Différentiation du pistil sur l'axe.

Fig. 40. Pistil très jeune, où l'axe est rétréci en haut, pour former directement l'ovule.

Fig. 41. Pistil avec ébauche du nucelle.

41 a. Le même pistil vu d'en haut.

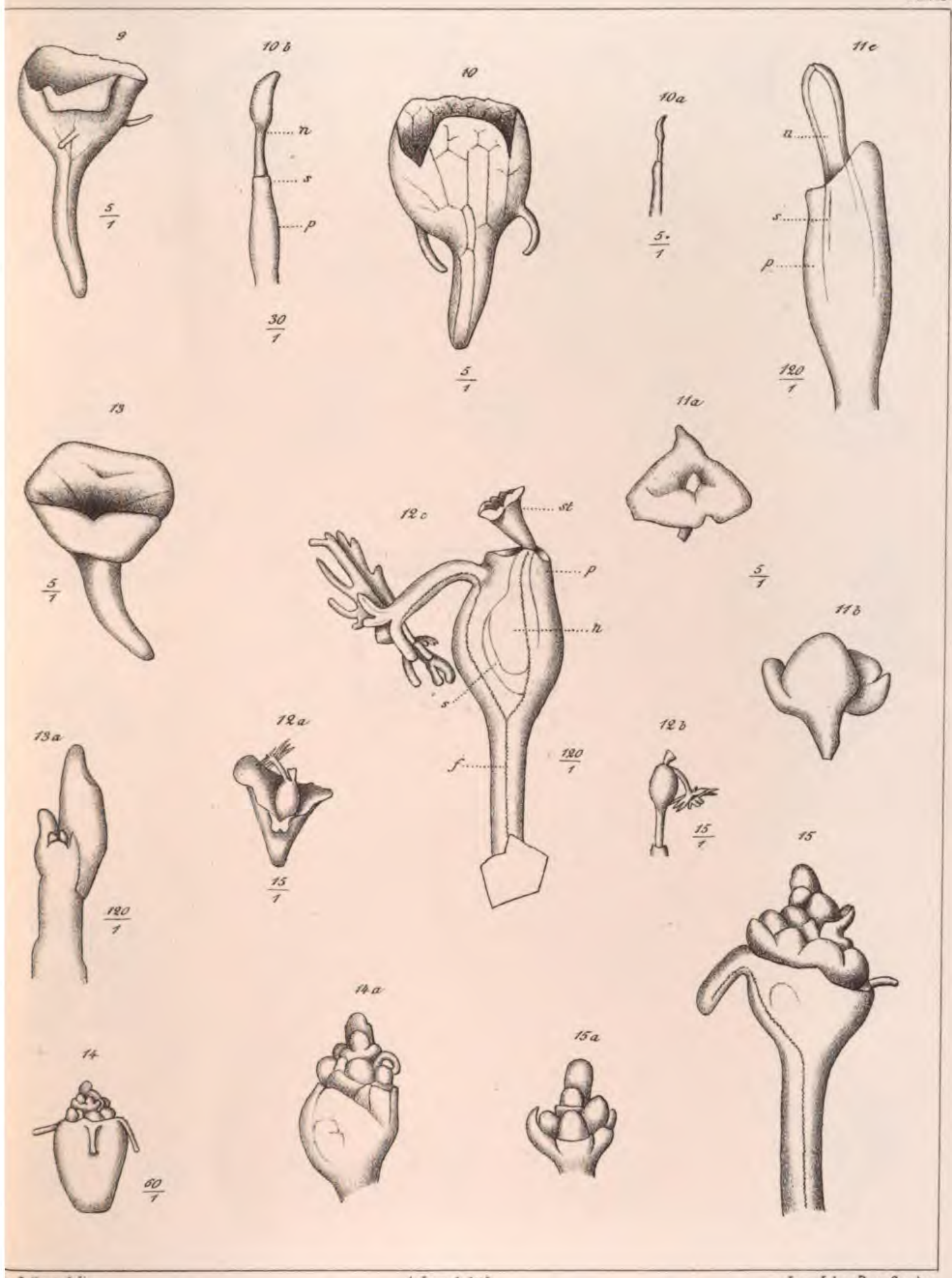
Fig. 42 et 43. États de plus en plus avancés des pistils; différentiation des styles.

Fig. 44. Pistil où les trois stigmates commencent à se dessiner.

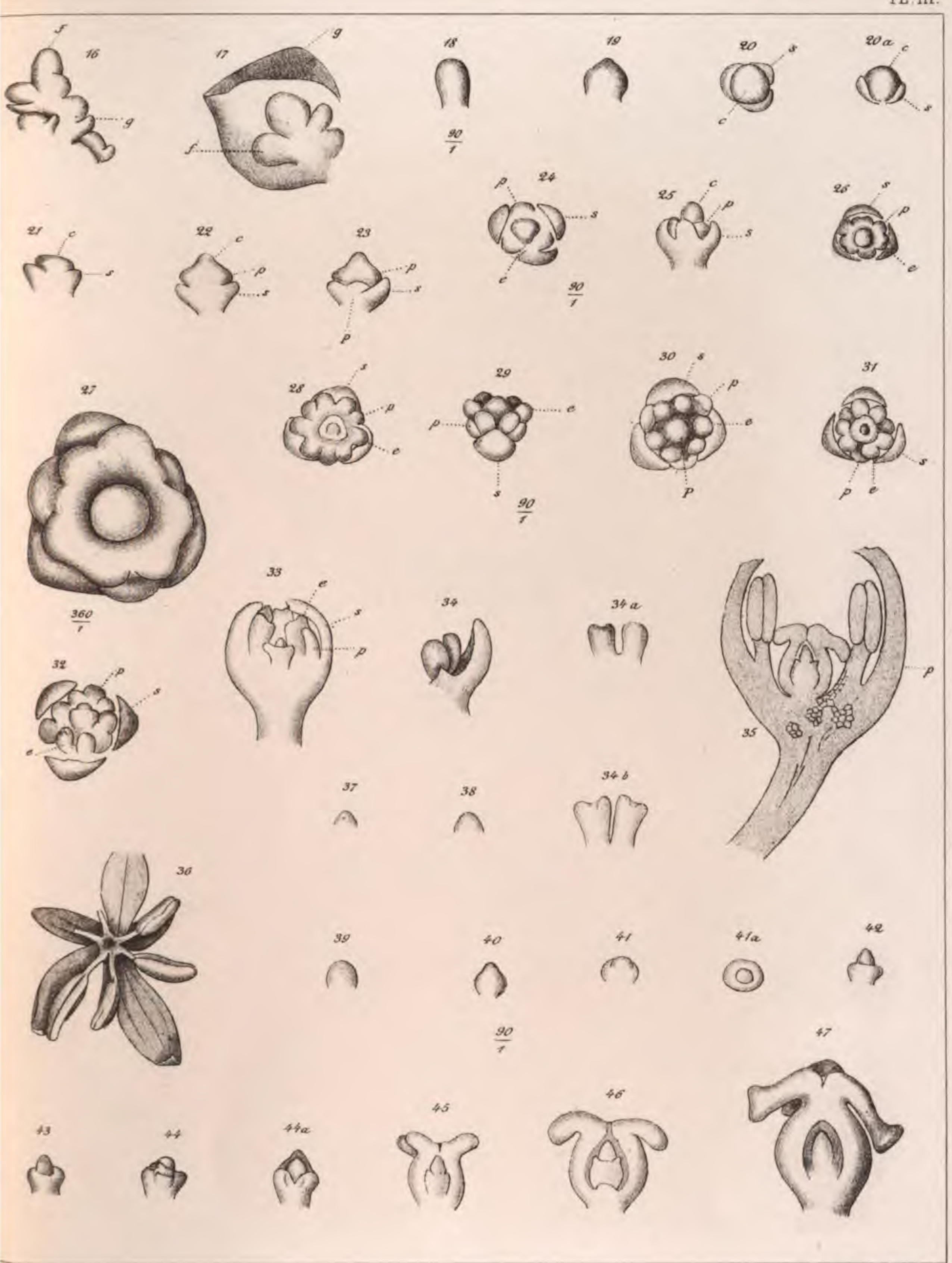
Fig. 45. Pistil avec 3 stigmates rudimentaires. Ovule avec son premier tégument.

Fig. 46. État plus avancé du pistil. Ovule avec première formation du tégument externe.

Fig. 47. Jeune pistil avec stigmates longs, repliés en bas, dilatés au sommet.



Calloni, delin. A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey, Genève.



...vio Calloni, delin. A. Lunel, lith. Imp. Jules Rey. Genève.


THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
ASTOR, LENOX AND
FOUNDATIONS

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 6.

ÉTUDE NUMÉRIQUE

DES

CONCOURS DE COMPENSATION

DE

CHRONOMÈTRES

FAITS A L'OBSERVATOIRE DE GENÈVE EN 1884 ET 1886

PAR

M. Gustave CELLÉRIER

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1887

ÉTUDE NUMÉRIQUE

DES

CONCOURS DE COMPENSATION

DE CHRONOMÈTRES

Données d'observation.

Deux concours de compensation ont été ouverts à l'Observatoire de Genève sous les auspices de la Classe d'Industrie de la Société des Arts et sur l'initiative de sa Section d'Horlogerie.

Le 15 décembre 1883, 61 chronomètres ont été déposés en vue du premier concours. Un appareil spécial, destiné à transmettre aux montres diverses températures, avait été construit antérieurement et installé à proximité de la pendule Kutter de l'Observatoire. Cette pendule, réglée sur le temps moyen, a servi chaque jour à la comparaison directe de 54 chronomètres de poche, tandis que sept chronomètres de marine étaient comparés à la pendule sidérale par la méthode des coïncidences.

Trente-huit chronomètres de poche ont subi toutes les épreuves du second concours de compensation, ouvert le 1er décembre 1885; ils ont également été comparés à la pendule Kutter.

Outre les chronomètres destinés à concourir, l'on a étudié un chronomètre de marine, appartenant à la Société des Arts, et muni préalablement d'un balancier sans compensation. Il avait un spiral en acier en 1884, et en 1886 un spiral en palladium. La pose de ce balancier et de ces spiraux est due à l'obligeance de M. Ekegrèn, qui, après avoir eu le premier l'idée d'un concours de compensation, nous a fourni, par ce chronomètre, les moyens d'obtenir des données pour l'étude thermique de l'élasticité de l'acier et du palladium.

L'appareil thermique, décrit en 1884 dans son rapport par M. E. Gautier, directeur de l'Observatoire, est construit de manière à pouvoir fonc-

tionner alternativement comme étuve ou comme glacière. Les trois thermomètres qu'il renferme étaient lus 9 fois par jour en 1884. En 1886, grâce à une meilleure régularité de la température, due à une modification apportée à l'installation, six lectures par jour ont suffi. Les températures moyennes pour chaque jour sont données dans les tableaux suivants :

Températures moyennes diurnes 1884.

DATE	Température	DATE	Température	DATE	Température
1re Période.		**6me Période.**		**11me Période.**	
Du 17 déc. au 18	5.46	Du 16 au 17	30.27	Du 15 au 16	15.10
» 18 » 19	5.15	» 17 » 18	29.95	» 16 » 17	14.93
» 19 » 20	5.20	» 18 » 19	29.79	» 17 » 18	14.62
» 20 » 21	4.90	» 19 » 20	30.91	» 18 » 19	15.12
» 21 » 22	4.97	» 20 » 21	29.15	» 19 » 20	15.07
2me Période.		**7me Période.**		**12me Période.**	
Du 23 au 24	9.96	Du 22 au 23	34.62	Du 21 au 22	9.45
» 24 » 25	9.84	» 23 » 24	35.05	» 22 » 23	10.25
» 25 » 26	9.48	» 24 » 25	34.09	» 23 » 24	10.14
» 26 » 27	9.70	» 25 » 26	34.88	» 24 » 25	11.06
» 27 » 28	10.01	» 26 » 27	35.97	» 25 » 26	9.71
3me Période.		**8me Période.**		**13me Période.**	
Du 29 au 30	14.55	Du 28 au 29	31.07	Du 27 au 28	5.69
» 30 » 31	14.87	» 29 » 30	30.09	» 28 » 29	5.45
» 31 » 1	15.58	» 30 » 31	29.99	» 29 » 1	5.50
» 1 janv. au 2	15.12	» 31 » 1	30.18	» 1 mars au 2	4.98
» 2 » 3	15.05	» 1 févr. au 2	29.11	» 2 » 3	4.88
4me Période.		**9me Période.**		**14me Période.**	
Du 4 au 5	19.87	Du 3 au 4	24.58	Du 4 au 5	34.83
» 5 » 6	20.08	» 4 » 5	24.91	» 5 » 6	34.87
» 6 » 7	20.14	» 5 » 6	24.74	» 6 » 7	34.89
» 7 » 8	20.16	» 6 » 7	24.86	» 7 » 8	34.59
» 8 » 9	20.10	» 7 » 8	25.91	» 8 » 9	34.89
5me Période.		**10me Période.**			
Du 10 au 11	25.24	Du 9 au 10	20.19		
» 11 » 12	25.10	» 10 » 11	20.05		
» 12 » 13	24.37	» 11 » 12	19.46		
» 13 » 14	24.42	» 12 » 13	20.02		
» 14 » 15	25.10	» 13 » 14	20.61		

Températures moyennes diurnes 1886.

DATE	Température	DATE	Température	DATE	Température
1re Période.		**6me Période.**		**11me Période.**	
Du 2 déc. 1885 au 3	35.04	Du 1 janv. 86 au 2	9.71	Du 31 au 1	24.74
» 3 » 4	34.95	» 2 » 3	10.58	» 1 févr. au 2	24.86
» 4 » 5	34.32	» 3 » 4	9.70	» 2 » 3	25.29
» 5 » 6	35.02	» 4 » 5	9.68	» 3 » 4	25.04
» 6 » 7	35.72	» 5 » 6	10.11	» 4 » 5	24.97
2me Période.		**7me Période.**		**12me Période.**	
Du 8 au 9	29.92	Du 7 au 8	5.18	Du 6 au 7	29.77
» 9 » 10	30.01	» 8 » 9	4 76	» 7 » 8	30.14
» 10 » 11	29.97	» 9 » 10	4.95	» 8 » 9	30.38
» 11 » 12	29.71	» 10 » 11	4.75	» 9 » 10	29.94
» 12 » 13	30.06	» 11 » 12	5.20	» 10 » 11	30.21
3me Période.		**8me Période.**		**13me Période.**	
Du 14 au 15	25.83	Du 13 au 14	10.19	Du 12 au 13	35.06
» 15 » 16	25.25	» 14 » 15	9.69	» 13 » 14	34.40
» 16 » 17	24.10	» 15 » 16	10.08	» 14 » 15	34.77
» 17 » 18	24.72	» 16 » 17	9.54	» 15 » 16	35.33
» 18 » 19	24.63	» 17 » 18	10.41	» 16 » 17	35.34
4me Période.		**9me Période.**		**14me Période.**	
Du 20 au 21	20.02	Du 19 au 20	14.53	Du 18 au 19	6.58
» 21 » 22	19.79	» 20 » 21	15.48	» 19 » 20	6.46
» 22 » 23	20.21	» 21 » 22	15.01	» 20 » 21	6.54
» 23 » 24	20.21	» 22 » 23	14.64	» 21 » 22	6.45
» 24 » 25	19.44	» 23 » 24	15.32	» 22 » 23	6.16
5me Période.		**10me Période.**			
Du 26 au 27	14.94	Du 25 au 26	19.58		
» 27 » 28	15.47	» 26 » 27	20.05		
» 28 » 29	15.08	» 27 » 28	19.87		
» 29 » 30	15.23	» 28 » 29	20.37		
» 30 » 31	14.29	» 29 » 30	20.05		

Comme on le voit, la durée des épreuves a été divisée en 14 périodes de cinq jours chacune, séparées par un jour intermédiaire, destiné à permettre aux chronomètres d'acquérir sûrement la température nouvelle à laquelle est portée l'étuve.

La succession des températures n'a pas été la même lors des deux concours. Tandis qu'en 1884 les températures vont d'abord en montant de 5 en 5 degrés, de + 5° à + 35°, pour redescendre ensuite de même de + 35° à + 5°, en 1886 cet ordre a été renversé.

Pendant les cinq jours de chaque période, la marche des chronomètres est assez régulière pour qu'il soit superflu de faire entrer cette régularité en ligne de compte dans l'étude subséquente; aussi nous bornerons-nous à indiquer, dans les tableaux suivants, les marches diurnes moyennes de chaque période.

1884

Tableau des marches moyennes de périodes.

	NUMÉROS DES ÉPREUVES ET TEMPÉRATURES MOYENNES													
Nos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	5°,136	9°,798	15°,034	20°,070	24°,846	30°,014	34°,922	30°,088	25°,000	20°,066	14°,968	10°,122	5°,300	34°,814
1	+ 2.94	+ 2.76	+ 2.30	+ 2.56	+ 2.86	+ 2.38	+ 2.50	+ 2.76	+ 2.76	+ 2.82	+ 2.46	+ 3.66	+ 3.78	+ 2.88
2	− 0.46	− 0.72	− 0.62	− 0.92	− 0.92	− 1.32	− 1.94	− 0.94	− 0.40	+ 0.08	− 0.14	− 0.24	− 0.22	− 1.80
3	− 2.78	− 2.86	− 3.92	− 4.22	− 4.56	− 5.28	− 4.60	− 4.24	− 3.84	− 4.48	− 4.86	− 3.98	− 4.80	− 5.08
4	−10.04	−10.06	− 8.68	− 9.82	−10.98	−10 34	−10.24	− 9.86	−10.56	−10.28	−10.92	−10.30	− 9.36	−11.00
5	− 3.18	− 3.26	− 3.68	− 4.34	− 3.86	− 3.56	− 5.42	− 4.88	− 4.58	− 3.74	− 3.52	− 4.20	− 4.58	− 5.60
6	− 1.90	− 1.38	− 0.78	− 0.76	− 0.24	− 0.14	− 0.38	+ 0.38	+ 0.38	+ 0.20	− 0.54	− 1.48	− 2.94	− 0.10
7	− 1.50	− 1.12	− 0.62	− 1.20	− 1.80	− 1.20	− 0.44	+ 0.12	+ 0.60	+ 1.04	+ 1.08	+ 0.34	+ 0.14	− 0.22
8	+ 1.42	+ 1.88	+ 2.22	+ 2.44	+ 2.52	+ 2.96	+ 3.44	+ 4.32	+ 4.56	+ 4.56	+ 4.18	+ 3.60	+ 2.92	+ 4.00
9	− 2.54	− 3.04	− 3.30	− 3.84	− 4.94	− 5.90	− 6.32	− 5.06	− 4 52	− 4.64	− 4.84	− 3.76	− 3.86	− 5.38
10	− 0.28	− 0.72	− 0.94	− 1.36	− 1.70	− 2.22	− 2.94	− 2.50	− 2.28	− 1.78	− 1.82	− 3.18	− 4.24	− 3.48
11	− 1.72	− 2.26	− 2.78	− 3.06	− 3.02	− 2.92	− 2.58	− 1.16	− 0.42	+ 0.26	+ 0.26	− 0.50	− 1.20	− 2.54
12	+ 5.92	+ 5.78	+ 5.64	+ 6.68	+ 6.96	+ 7.46	+ 8.54	+ 7.66	+ 6 92	+ 6.34	+ 5.28	+ 4.24	+ 2.84	+ 7.42
13	+ 0.56	+ 1 68	+ 2.16	+ 2.34	+ 1.84	+ 0.68	− 1.00	+ 0.58	+ 1.46	+ 1.80	+ 2.24	+ 1.90	+ 1.94	− 0.98
14	− 7.84	− 8.38	− 9.10	− 9.62	− 9.44	− 8.18	− 7.30	− 7.74	− 7.96	− 8.42	− 8.62	− 8.80	−10.18	− 8.94
15	+ 5.54	+ 5.14	+ 4.84	+ 4.30	+ 4.32	+ 3.86	+ 3.26	+ 4.48	+ 4.94	+ 5.26	+ 5.28	+ 4.58	+ 1.08	+ 3.74
16	+ 2 22	+ 2.46	+ 1.86	+ 1.22	+ 1.38	+ 1.00	− 0.14	+ 1.10	+ 1.18	+ 1.90	+ 1.32	− 0.06	− 1.64	+ 0.36
17	− 4.22	− 2.06	− 1.02	− 1.16	− 2.04	− 1.08	− 0.30	+ 0.58	+ 0.86	+ 0.58	+ 0.06	− 0.42	+ 1.62	− 0.48
18	− 4.38	− 2.86	− 2.14	− 2.28	− 1.92	− 2.16	− 3.50	− 1.98	− 1.14	− 1.40	− 2.26	− 3.04	− 4.50	− 3.32
19	− 1.88	− 1.64	− 1.94	− 1.94	− 2.30	− 3.66	− 5.36	− 3.88	− 2.94	− 1.94	− 0.74	− 0.98	− 1.26	− 5.14
20	+ 0.30	+ 0.38	− 0.64	− 0.82	+ 0.26	+ 1.36	+ 1.76	+ 3.32	+ 3.84	+ 4.04	+ 3.68	+ 3.20	+ 2.64	+ 3.94
21	− 3.72	− 2.52	− 1.94	− 1.36	− 1.60	− 2 48	− 4.18	− 2.56	− 1.18	− 0.38	− 0.66	− 1.42	− 3.04	− 3.64
22	− 1.14	− 0.94	− 1.02	− 1.80	− 1.48	− 1.82	− 1.94	− 1.34	− 1.06	− 1.64	− 2.50	− 2.76	− 5.48	− 1.44
23	− 2.36	− 1.94	− 1.58	− 1.54	− 1.02	− 1.58	− 2.04	+ 0.10	+ 1.16	+ 1.82	+ 1.84	+ 1.66	+ 1.30	− 0.54
24	− 1.84	− 2.48	− 2.34	− 3.14	− 1.28	− 0.04	− 1.38	− 0.14	− 0.06	+ 0.54	− 0.72	− 1.16	− 1.46	− 1.18
25	− 0.10	− 0.50	+ 0.02	+ 0.12	+ 1.08	+ 2.12	+ 2.54	+ 2.38	+ 2.54	+ 1.36	+ 0.28	+ 0.20	+ 1.52	+ 1.92
26	− 1.76	− 1.04	− 0.90	− 0.78	− 1.40	− 2.20	− 4.28	− 1.98	− 0.72	+ 0.14	+ 0.38	− 0.02	− 0.54	− 2.60
27	+ 0.50	+ 0.48	+ 0.36	− 0.48	− 0.96	− 1.00	− 0.94	+ 0.14	+ 1.22	+ 2.20	+ 3.20	+ 3.12	+ 2.54	+ 1.60
28	− 3.82	− 1.46	− 1.42	− 1.74	− 1.44	− 1.64	− 2.50	− 1.54	− 0.36	− 1.04	− 0.92	− 1.20	− 2.68	+ 0.98
29	− 0.50	− 1.26	− 0.64	− 0.88	− 0.68	+ 0.22	+ 0.92	+ 2.62	+ 3 00	+ 2.82	+ 1.86	+ 0.24	− 1.16	+ 1.58
30	+ 2.24	+ 0.88	+ 1.26	+ 1.46	+ 0.66	− 0.60	− 2.02	− 0.64	− 1.20	− 0.82	− 0.24	+ 1.02	+ 0.92	− 2.94
31	+ 5.10	+ 4.44	+ 4.90	+ 3.92	+ 3.76	+ 3.56	+ 2.70	+ 4 46	+ 5.42	+ 6.82	+ 7.24	+ 7.72	+ 7.52	+ 3.32
32	− 1.82	− 1.10	− 0.70	− 0.48	+ 0.88	+ 2.08	+ 1.46	− 1 62	− 1.80	− 1.52	− 1.46	− 1.74	− 2.36	+ 2.32
33	+ 2.32	+ 3.66	+ 3.82	+ 4.18	+ 3.92	+ 4.04	+ 3.86	+ 4.80	+ 5.88	+ 7.22	+ 6.98	+ 7.90	+ 6.42	+ 4.52
34	− 3.56	− 3.66	− 3.04	− 3.70	− 0.94	− 1.24	− 0.28	+ 0.20	0.00	+ 1.08	+ 0.88	+ 0.90	+ 0.44	− 0.72
35	− 3.28	− 2.14	− 1.46	− 4.90	− 3.94	− 3.44	− 2 66	− 3.68	− 4.80	− 4.74	− 4.00	− 2.98	− 3.28	− 6.00
36	+ 2.44	+ 3.64	+ 4.24	+ 4.20	+ 1.74	+ 1.60	+ 2.36	+ 4.68	+ 5.78	+ 6.44	+ 4.60	+ 3.24	+ 1.62	+ 1.98
37	− 0.38	− 0.48	− 0.28	− 0.62	− 0.84	− 1.84	− 3.02	− 0.52	+ 0.56	+ 1.74	+ 2.04	+ 1.50	+ 1.14	− 2.38
38	− 5.82	− 5.72	− 5.10	− 3.48	− 1.58	− 0.84	+ 0.48	+ 0.10	− 0.32	− 1.42	− 2.64	− 2.98	− 4.24	+ 0.34
39	− 2.20	− 1.98	− 1.90	− 1.44	− 1.72	− 2.32	− 4.24	− 1.60	+ 0.30	+ 1.10	+ 1.28	+ 0.54	− 0 12	− 3.60
40	− 5.24	− 6.58	− 5.60	− 7.70	− 6.58	− 6.34	− 8.64	− 6.00	− 5.20	− 5.54	− 6.74	− 9.10	−10.74	− 7.96
41	− 2.60	− 2.38	− 4.14	− 5.02	− 5.54	− 5.20	− 3.64	− 1.40	− 0.54	− 1.00	− 2.60	− 5.10	− 7.68	− 2.08
42	− 0.86	− 1.44	− 1.28	− 0.16	+ 1.56	+ 2.56	+ 4.20	+ 5.08	+ 2.44	+ 1.24	+ 0.34	− 1.90	− 4.64	+ 3.46
43	− 4.46	− 5.26	− 5.92	− 6.52	− 4.86	− 3.54	− 2.78	− 1.38	− 1.16	− 1.22	− 0.80	− 1.24	− 1.40	− 2.38
44	− 3.56	− 2.10	− 0.32	+ 0.94	+ 2.10	+ 3.00	+ 3.80	+ 4.40	+ 4.18	+ 3.14	+ 1.52	− 0.12	− 1.78	+ 4.26
45	− 5.40	− 2.22	− 1.40	− 1.50	− 1.38	− 1.70	− 2.54	+ 0.38	+ 0.74	+ 0.56	− 0.10	− 1.66	− 3.20	− 1.62
46	− 0.04	− 1.54	− 2.32	− 2.70	− 0.48	− 0.30	− 1.20	+ 1.10	+ 2.56	+ 3.36	+ 3.66	+ 0.54	− 2.32	− 0.96
47	+ 0.82	+ 1.08	+ 3.04	+ 3.42	+ 3.96	+ 5.26	+ 6.26	+ 6.20	+ 6.96	+ 6.44	+ 6.30	+ 5.30	+ 7.26	+ 5.52
48	+ 0.76	+ 0.52	− 1.74	− 3.68	− 3.18	− 1.66	− 0.94	− 2.02	− 0.22	− 3.80	− 3.04	− 3.76	− 5.40	− 0.14
49	− 0.46	− 0.18	− 0.26	− 0.54	+ 0.04	− 0.88	− 1.98	+ 0.48	+ 2.70	+ 4.36	+ 5.14	+ 5.18	+ 5.02	− 0.18
50	− 6.44	− 6.64	− 5.34	− 3.88	− 3.36	− 0.46	− 1.40	− 0.82	− 1.36	− 1.22	− 2.14	− 4.58	− 6.38	+ 1.58
51	− 3.36	− 2.94	− 0.34	+ 0.94	+ 2.20	+ 3.80	+ 5.04	+ 3.96	+ 1.56	+ 0.82	− 0.22	− 1.80	− 5.82	+ 2.26
52	− 3.18	− 1.98	− 1.00	− 0.46	− 1.10	− 2.56	− 5 50	− 2.98	− 3.04	− 2.50	− 3.80	− 3.20	− 6.58	− 2.62
53	− 2 44	+ 0.60	+ 2.08	+ 2.60	+ 3.22	+ 2.76	+ 1.70	+ 2.12	+ 1.76	+ 1.56	− 0.22	− 4.92	− 6.34	+ 1.24
54	− 2.34	− 0.96	− 1.50	− 1.24	+ 0.68	+ 2.44	+ 3.90	+ 5.80	+ 4.02	+ 3.84	+ 1.30	− 0.34	− 5.20	+ 3.54
I	+ 2.322	+ 3.200	+ 3.800	+ 3.742	+ 3.508	+ 2.678	+ 1.524	+ 2.506	+ 3.378	+ 3.838	+ 3.886	+ 3.416	+ 2.538	+ 1.876
II	+ 0.834	+ 1.344	+ 1.476	+ 1.224	+ 1.744	+ 1.340	+ 0.356	+ 0.672	+ 1.968	+ 1.958	+ 2.522	+ 2.938	+ 2.344	+ 1.432
III	− 1.766	− 2.452	− 2.406	− 1.528	− 1.166	− 0.824	− 1.070	− 0.570	− 1.370	− 1.476	− 2.442	− 2.800	− 2.152	− 1.860
IV	+ 0.960	+ 1.012	+ 1.986	+ 0.572	+ 1.666	+ 1.710	+ 1.682	+ 2.414	+ 3.468	+ 2.836	+ 3.348	+ 3.070	+ 2.212	+ 4.814
V	+ 0.892	+ 1.902	+ 2.372	+ 2.354	+ 2.158	+ 0.814	− 0.800	− 0 088	+ 0.972	+ 2.104	+ 2.868	+ 2.404	+ 1.606	− 0.488
VI	− 1.702	− 0.430	+ 0.842	+ 1.368	+ 2.376	+ 2.870	+ 2.204	+ 3.474	+ 4.508	+ 4.872	+ 5.018	+ 4.844	+ 4.742	+ 2.756
VII	+ 1.618	+ 2.520	+ 2.740	+ 2.520	+ 2.102	+ 0.570	− 0.676	+ 1.330	+ 3.590	+ 4.204	+ 4.998	+ 5.202	+ 4.702	+ 0.360

1886

Tableau des marches moyennes de périodes.

Nos	NUMÉROS DES ÉPREUVES ET TEMPÉRATURES MOYENNES													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	35°,010	29°,934	24°,906	19°,934	15°,002	9°,956	4°,968	9°,982	14°,996	19°,984	24°,980	30°,088	34°,9[illegible]	6°,43
1	— 9.30	— 9.26	— 8.70	— 8.74	— 8.76	— 8.76	— 9.48	— 8.40	— 8.36	— 8.28	— 8.56	— 8.10	— 8.30	— 6.[illegible]
2	— 0.48	+ 0.46	+ 0.32	— 0.40	— 0.56	+ 0.36	+ 0.52	— 0.12	— 1.28	— 0.58	— 0.22	+ 0.36	+ 0.50	— 3.[illegible]
3	— 4.44	— 3.34	— 2.44	— 2.18	— 1.42	— 1.26	— 1.10	— 1.70	— 2.18	— 2.76	— 2.40	— 2.96	— 2.68	+ 0.[illegible]
4	— 2.32	— 1.28	+ 0.16	+ 0.56	+ 0.74	+ 0.50	— 0.80	+ 0.14	+ 0.50	+ 0.04	— 0.48	— 0.84	— 0.90	— 0.[illegible]
5	— 3.46	— 2.70	— 1.96	— 1.44	— 1.44	— 1.48	— 2.06	— 1.52	— 1.58	— 1.12	— 1.68	— 0.88	— 1.36	— 1.[illegible]
6	— 2.34	— 1.58	— 1.20	— 1.22	— 0.98	— 1.52	— 2.92	— 2.06	— 1.38	— 1.12	— 0.80	— 1.08	— 2.06	— 2[illegible]
7	— 2.74	— 0.44	— 0.02	+ 0.28	+ 1.40	+ 1.40	— 0.60	+ 0.04	+ 0.28	+ 0.34	+ 0.20	— 0.26	— 0.56	— 0[illegible]
8	+ 1.50	+ 1.32	+ 2.02	+ 1.80	+ 1.36	+ 0.60	— 0.82	+ 0.24	+ 1.10	+ 1.18	+ 1.90	+ 1.86	+ 2.42	— 0[illegible]
9	+ 5.10	+ 7.50	+ 7.68	+ 7.36	+ 7.12	+ 6.42	+ 6.00	+ 6.66	+ 6.42	+ 6.48	+ 7.88	+ 7.92	+ 8.04	+ 5[illegible]
10	+ 0.54	+ 1.66	+ 2.54	+ 3.00	+ 3.86	+ 3.58	+ 2.48	+ 2 56	+ 2 24	+ 2.30	+ 1.50	+ 1.74	+ 1.08	+ [illegible]
11	— 2.68	— 2.18	— 2.52	— 2.84	— 2.46	— 3.36	— 4.72	— 4.08	— 3.58	— 3.68	— 3.36	— 2.22	— 1.26	— [illegible]
12	— 1.28	— 0.30	+ 0.94	+ 0.60	+ 0.80	+ 1.96	+ 1.82	+ 0.84	+ 1.36	+ 0.56	+ 0.10	+ 0.28	+ 1.22	+ [illegible]
13	— 2.10	— 1.88	— 1.74	— 1.82	— 1.72	— 2.82	— 3.56	— 2.78	— 1.78	— 1.74	— 2.24	— 3.30	— 4.44	— [illegible]
14	— 0.14	+ 1.86	+ 3.08	+ 3.64	+ 4.22	+ 4.18	+ 3.98	+ 4.18	+ 4.56	+ 4.22	+ 4.40	+ 4.52	+ 4.78	+ [illegible]
15	+ 2.20	+ 3.08	+ 3.58	+ 3.08	+ 1.74	+ 1.20	+ 1.26	+ 2.44	+ 3.06	+ 3.44	+ 3 64	+ 3.40	+ 3.70	+ [illegible]
16	— 7.62	— 4.40	— 2.78	— 3.62	— 3.40	— 3.78	— 4.28	— 4.02	— 4.26	— 4.30	— 3.32	— 4.60	— 4.66	— [illegible]
17	+ 1.78	+ 4.56	+ 4.80	+ 5.34	+ 5.86	+ 5.42	+ 4.98	+ 5.18	+ 5.62	+ 6.00	+ 6.54	+ 6.42	+ 6.10	+ [illegible]
18	+ 4.90	+ 6.20	+ 6.24	+ 5.98	+ 6.30	+ 5.54	+ 4.80	+ 5.48	+ 6.24	+ 6.60	+ 7.82	+ 7.46	+ 8.12	+ [illegible]
19	— 2.38	— 2.56	— 2.16	— 3.42	— 4.44	— 5.76	— 5.26	— 5.84	— 5.68	— 5.42	— 5.78	— 5.30	— 6.02	— [illegible]
20	— 0.62	+ 0.94	+ 2.02	+ 2 36	+ 1.20	+ 0.34	— 1.82	— 0.16	+ 2.24	+ 2.64	+ 2.42	+ 1.56	+ 0.06	— [illegible]
21	— 1.54	+ 0.22	+ 1.22	+ 1.04	+ 1.84	+ 2.12	+ 1.38	+ 2.82	+ 1.34	+ 0.02	+ 1.42	+ 1.48	+ 0.02	+ [illegible]
22	— 6.82	— 5.00	— 3.04	— 2.70	— 1.48	— 0.62	— 0.80	— 1.08	— 1.68	— 2.30	— 1.16	— 0.94	— 0.94	+ [illegible]
23	— 1.22	— 0.76	— 0.94	— 1.96	— 1.70	— 2.76	— 3.38	— 2.30	— 0.78	— 1.56	— 0.70	+ 0.04	+ 0.42	— [illegible]
24	— 0.08	+ 2.12	+ 3.60	+ 3.12	+ 2.54	+ 2.30	+ 1.78	+ 0.58	— 0.10	+ 1.12	+ 2.54	+ 3.52	+ 3.14	+ [illegible]
25	— 3.82	— 0.84	— 1.22	— 1.76	— 0.84	— 1.38	— 2.36	— 2.06	— 2.28	— 1.52	+ 0.92	+ 0.84	+ 0.54	
26	+ 0.66	+ 3.40	+ 5.28	+ 5.88	+ 6.50	+ 6.62	+ 7.98	+ 6.94	+ 6.62	+ 6.46	+ 4.68	+ 5.44	+ 5.28	+ [illegible]
27	+ 0.24	+ 3.60	+ 5.44	+ 6.38	+ 7.38	+ 7.96	+ 8.64	+ 8.56	+ 8.18	+ 7.08	+ 6.18	+ 4.08	+ 3.64	+ [illegible]
28	— 7.72	— 5.60	— 3.86	— 2.68	— 2.16	— 2.32	— 4.66	— 5.66	— 4.36	3.76	— 4.40	— 3.26	— 3.24	— [illegible]
29	+ 1.90	+ 3.28	+ 3.78	+ 3.22	+ 2.04	+ 0.44	— 2.52	— 0.44	— 0.14	+ 0.32	+ 1.16	+ 1.16	+ 1.20	— [illegible]
30	— 2.22	— 0.14	— 1.02	— 1.86	— 3.46	— 5.62	— 7.74	— 5.86	— 4.42	— 2.84	— 2.22	— 2.28	— 2.58	— 6[illegible]
31	— 2.36	— 0.48	+ 0.54	+ 2.18	+ 1.52	— 0.50	— 4 44	— 2.08	— 1.26	— 0.78	— 1.00	— 0.94	— 1.00	— 0[illegible]
32	— 1.20	+ 2.40	+ 4.26	+ 4.48	+ 4.16	+ 2.68	— 0 02	+ 0.84	+ 2.90	+ 3.28	+ 3.10	+ 4.72	+ 5.08	+ 3.[illegible]
33	— 2.06	0.00	+ 2.62	+ 3.82	+ 6.30	+ 7.08	+ 8.26	+ 7.84	+ 6.08	+ 4.94	+ 4.36	+ 4.38	+ 4.56	+ 8.[illegible]
34	+ 0.56	— 7.38	— 6.32	— 4.72	— 6.20	— 6.46	— 6.86	— 8.38	— 9.22	— 8.92	— 8.22	— 7.86	— 8.48	— 4.[illegible]
35	+ 0.10	+ 2.38	+ 2.70	+ 2.12	+ 1.76	— 2.20	— 4.98	— 4 22	— 2.78	— 2.18	— 2.56	— 2.44	— 0.72	— 3.[illegible]
36	— 2.52	— 1.50	— 4.62	— 7.12	— 6.34	— 5.48	— 4.40	— 3.80	— 1.98	— 1.02	— 0.18	+ 1.16	+ 4.12	— 0.[illegible]
37	— 0.88	—13.98	—16.10	—16.92	—17.50	—19.32	—21.52	—20.58	—18.98	—18.00	—17.08	—16.48	—15.48	—22.[illegible]
38	— 4.16	— 1.72	— 0.32	— 0.98	— 1.30	+ 0.24	+ 8.18	+ 5.98	+ 6.22	+ 3.92	+ 0.08	+ 0.02	+ 0.50	+ 5.[illegible]

Écarts des chronomètres.

Les écarts entre les diverses marches d'un chronomètre proviennent de plusieurs causes.

1° La position du chronomètre produit sur les pivots du balancier des

Soient en effet :

I le moment d'inertie du balancier autour de son axe,

J celui de la section du spiral par rapport à sa fibre neutre,

L la longueur du spiral,

E le coefficient d'élasticité linéaire du métal dont est formé le spiral ;

la durée d'une oscillation a pour expression

$$(1) \qquad T = \pi \sqrt{\frac{IL}{EJ}}$$

Soit i le binôme de dilatation linéaire d'un balancier non compensé, et j celui du spiral à une température x, établis de sorte que l'équation (1) se rapporte à une température initiale $x = o$, pour laquelle on ait $i = j = 1$. A la température x, les quantités précédentes deviennent

$$Ii^2, \quad Jj^4, \quad Lj, \quad E_x$$

et la durée d'une oscillation est

$$T_x = \pi \sqrt{\frac{i^2 IL}{j^3 E_x J}} = Ti \sqrt{\frac{E}{j^3 E_x}}$$

Or si l'action d'une élévation de température peut tendre à diminuer le rapport $\frac{i^2}{j^3}$, elle augmente dans une bien plus forte proportion, comme nous le verrons, le rapport $\frac{E}{E_x}$, de sorte que si x est positif, T_x est supérieur à T, et le chronomètre retarde à une température plus élevée.

C'est pourquoi l'on a adopté pour le balancier une disposition à lames bimétalliques qui tend à diminuer I quand la température aug-

mente, en rapprochant les masses principales du balancier de son axe de rotation.

Outre ces variations, il y a encore l'action de la température sur la fluidité des huiles, qui produit également une différence de marche.

Quand un chronomètre a été compensé avec soin, c'est-à-dire quand, par le déplacement de masses et vis pesantes le long de la serge bimétallique, l'on est arrivé à obtenir des marches sensiblement égales pour deux températures différentes, on a observé qu'en général le chronomètre avance pour une température quelconque intermédiaire entre ces deux, tandis qu'il retarde pour une température non intermédiaire. Cela tient à ce que, pour les systèmes de régulateurs compensés employés dans la pratique, les différences de marches ne sont point exactement proportionnelles aux différences de température. Cette inégalité, découverte par Dent, est nommée erreur secondaire de compensation des chronomètres.

En général les chronomètres réglés pour les concours sont assez bien compensés pour que l'erreur de compensation principale qui subsiste soit une petite quantité, de signe quelconque, dont l'existence a échappé au régleur ou n'a pu se développer qu'ultérieurement par suite d'une modification dans l'état des huiles ou dans l'état moléculaire des métaux élastiques du régulateur. Par exemple un balancier neuf ou un spiral récemment trempé et étiré n'acquièrent qu'à la longue leur disposition moléculaire définitive; si le réglage en est établi de suite après leur fabrication, comme ultérieurement les dilatations et variations d'élasticité ne sont plus les mêmes, ce réglage cesse de convenir au régulateur un ou deux mois après.

Il n'en est pas de même de l'erreur secondaire qui subsiste dans la plupart des chronomètres, par la raison qu'il n'existe pas de méthode positive pour la faire disparaître. Aussi n'est-ce guère que cette quantité que nous pourrons chercher à évaluer d'une manière précise en nous basant sur les chiffres fournis par les comparaisons.

Pour procéder à cette évaluation, nous commençons par éliminer l'ac-

célération ainsi que sa variation avec la température en calculant pour chaque température les marches moyennes des deux périodes où les chronomètres se sont trouvés à cette température, en laissant de côté la 14me période. Nous obtenons de la sorte pour chacun sept marches moyennes se rapportant à sept températures différentes et indépendantes de l'accélération. En voici les tableaux, où nous séparons de plus les chronomètres suivant la nature de leurs spiraux [1].

1884

	SPIRAUX EN ACIER						
	1re Série.	2me Série.	3me Série.	4me Série.	5me Série.	6me Série.	7me Série.
N°	5°,218	9°,960	15°,001	20°,068	24°,923	30°,051	34°,922
13	+1.25	+1.79	+2.20	+2.07	+1.65	+0.63	−1.00
17	−1.30	−1.24	−0.48	−0.29	−0.59	−0.25	−0.30
18	−4.44	−2.95	−2.20	−1.84	−1.53	−2.07	−3.50
19	−1.57	−1.31	−1.34	−1.94	−2.62	−3.77	−5.36
21	−3.38	−1.97	−1.30	−0.87	−1.39	−2.52	−4.18
23	−0.53	−0.14	+0.13	+0.14	+0.07	−0.74	−2.04
24	−1.50	−1.82	−1.53	−1 30	−0.67	−0.09	−1.38
26	−1.15	−0.53	−0.26	−0.32	−1.06	−2.09	−4.28
27	+1.52	+1.80	+1.78	+0.86	+0.13	−0.43	−0.94
32	−2.09	−1.42	−1.08	−1.00	−0.46	+0.23	+1.46
36	+2.03	+3.44	+4.42	+5.32	+3.76	+3.14	+2.36
37	+0.38	+0.51	+0.88	+0.56	−0.14	−1.18	−3.02
39	−1.16	−0.72	−0.31	−0.17	−0.71	−1.96	−4.24
40	−7.99	−7.84	−6.17	−6.62	−5.89	−6.17	−8.64
41	−5.14	−3.74	−3.37	−3.01	−3.04	−3.30	−3.64
44	−2.67	−1.11	+0.60	+2.04	+3.14	+3.70	+3.80
45	−4.30	−1.94	−0.75	−0.47	−0.32	−0.66	−2.54
46	−1.18	−0.50	+0.67	+0.33	+1.04	+0.40	−1.20
49	+2.28	+2.50	+2.44	+1.91	+1.37	−0.20	−1.98
52	−4.88	−2.59	−2.40	−1.48	−2.07	−2.77	−5.50
53	−4.39	−2.16	+0.93	+2.08	+2.49	+2.44	+1.70
I	+2.430	+3.308	+3.843	+3.790	+3.443	+2.592	+1.524
II	+1.589	+2.141	+1.999	+1.591	+1.856	+1.006	+0.356
III	−1.959	−2.626	−2.424	−1.502	−1.268	−0.697	−1.070
IV	+1.586	+2.041	+2.667	+1.704	+2.567	+2.062	+1.682
V	+1.249	+2.153	+2.620	+2.229	+1.565	+0.363	−0.800
VI	+1.520	+2.207	+2.930	+3.120	+3.442	+3.172	+2.204
VII	+3.160	+3.861	+3.869	+3.362	+2.846	+0.950	−0.676
Moy.	−1.094	−0.316	+0.299	+0.368	+0.271	−0.294	−1.471

	SPIRAUX EN PALLADIUM						
	1re Série.	2me Série.	3me Série.	4me Série.	5me Série.	6me Série.	7
N°	5°,218	9°,960	15°,001	20°,068	24°,923	30°,051	3
1	+ 3.36	+ 3.21	+ 2.38	+ 2.69	+ 2.81	+ 2.57	+
2	− 0.34	− 0.48	− 0.38	− 0.42	− 0.66	− 1.13	−
3	− 3.79	− 3.42	− 4.39	− 4.35	− 4.20	− 4.76	−
4	− 9.70	−10.18	− 9 80	−10.05	−10.77	−10.10	−
5	− 3.88	− 3.73	− 3.60	− 4.04	− 4.22	− 4.22	−
6	− 2.42	− 1.43	− 0.66	− 0.28	+ 0.07	+ 0.12	−
7	− 0.68	− 0.39	+ 0.23	− 0.08	− 0.60	− 0.54	−
8	+ 2.17	+ 2.74	+ 3.20	+ 3.50	+ 3.54	+ 3.64	+
9	− 3.20	− 3.40	− 4.07	− 4.24	− 4.73	− 5.48	−
10	− 2.26	− 1.95	− 1.38	− 1.57	− 1.99	− 2.36	−
11	− 1.46	− 1.38	− 1.26	− 1.40	− 1.72	− 2.04	−
12	+ 4.38	+ 5.01	+ 5.46	+ 6.51	+ 6.94	+ 7.56	+
14	− 9.01	− 8.59	− 8.86	− 9.02	− 8.70	− 7.96	−
15	+ 3.31	+ 4.86	+ 5.06	+ 4.78	+ 4.63	+ 4.17	+
16	+ 0.29	+ 1.20	+ 1.59	+ 1.56	+ 1.28	+ 1.05	−
20	+ 1.47	+ 1.79	+ 1.52	+ 1.61	+ 2.05	+ 2.34	+
22	− 3.31	− 1.85	− 1.76	− 1.72	− 1.27	− 1.58	−
25	+ 0.71	− 0.15	+ 0.15	+ 0.74	+ 1.81	+ 2.25	+
28	− 3.25	− 1.33	− 1.17	− 1.39	− 0.90	− 1.59	−
29	− 0 83	− 0.51	+ 0.61	+ 0.97	+ 1.46	+ 1.42	+
30	+ 1.58	+ 0.95	+ 0.51	+ 0.32	− 0.27	− 0.62	−
31	+ 6.31	+ 6.08	+ 6.07	+ 5.37	+ 4.59	+ 4.01	+
33	+ 4.37	+ 5.78	+ 5.40	+ 5.70	+ 4.90	+ 4.42	+
34	− 1.56	− 1.38	− 1.08	− 1.31	− 0.47	− 0.52	−
35	− 3.28	− 2.56	− 2.73	− 4.82	− 4.37	− 3.56	−
42	− 2.75	− 1.67	− 0.47	+ 0.54	+ 2.00	+ 3.82	+
43	− 2.93	− 3.25	− 3.36	− 3.87	− 3.01	− 2.46	−
47	+ 4.04	+ 3.49	+ 4.67	+ 4.93	+ 5.46	+ 5.73	+
48	− 2.32	− 1.62	− 2.39	− 3.74	− 1.70	− 1.84	−
50	− 6.41	− 5.61	− 3.74	− 2.55	− 2.36	− 0.64	−
51	− 4.59	− 2.37	− 0.28	+ 0.88	+ 1.88	+ 3.88	+
54	− 3.77	− 0.65	− 0.40	+ 1.30	+ 2.35	+ 4.12	+
	− 1.242	− 0.721	− 0.457	− 0.420	− 0.202	− 0.009	−

[1] Le n° 38 de 1884 ne s'y trouve pas compris à cause de l'incertitude où nous sommes resté sur la nature de son spiral.

1886

SPIRAUX EN ACIER

N°	1re Série. 4°,968	2me Série. 9°,969	3me Série. 14°,999	4me Série. 19°,959	5me Série. 24°,943	6me Série. 30°,011	7me Série. 34°,995
1	− 9.48	− 8.58	− 8.56	− 8.56	− 8.63	− 8.68	− 8.80
2	+ 0.52	+ 0.42	− 0.92	− 0.49	+ 0.05	+ 0.41	+ 0.01
4	− 0.80	+ 0.32	+ 0.62	+ 0.30	− 0.16	− 1.06	− 1.61
8	− 0.82	+ 0.42	+ 1.23	+ 1.49	+ 1.96	+ 1.59	+ 1.96
13	− 3.56	− 2.80	− 1.75	− 1.78	− 1.99	− 2.59	− 3.27
15	+ 1.26	+ 1.82	+ 2.40	+ 3.26	+ 3.61	+ 3.24	+ 2.95
19	− 5.26	− 5.80	− 5.06	− 4.42	− 3.97	− 3.93	− 4.20
20	− 1.82	+ 0.09	+ 1.72	+ 2.50	+ 2.22	+ 1.25	− 0.28
24	+ 1.78	+ 1.44	+ 1.22	+ 2.12	+ 3.07	+ 2.82	+ 1.53
29	− 2.52	0.00	+ 0.95	+ 1.77	+ 2.47	+ 2.22	+ 1.55
30	− 7.74	− 5.74	− 3.79	− 2.35	− 1.62	− 1.21	− 2.40
32	− 0.02	+ 1.76	+ 3.53	+ 3.88	+ 3.68	+ 3.56	+ 1.94
34	− 6.86	− 7.42	− 7.71	− 6.82	− 7.27	− 7.62	− 3.96
35	− 4.98	− 3.21	− 0.51	− 0.03	+ 0.07	− 0.03	− 0.31
37	−21.52	−19.95	−18.24	−17.46	−16.59	−15.23	− 8.18
38	+ 8.18	+ 3.11	+ 2.46	+ 1.47	− 0.12	− 0.85	− 1.83
Moy.	− 3.352	− 2.776	− 2.026	− 1.570	− 1.451	− 1.632	− 1.619

SPIRAUX EN PALLADIUM

N°	1re Série. 4°,968	2me Série. 9°,969	3me Série. 14°,999	4me Série. 19°,959	5me Série. 24°,943	6me Série. 30°,011	7me Série. 34°,995
3	−1.10	−1.48	−1.80	−2.47	−2.42	−3.15	−3.56
5	−2.06	−1.50	−1.51	−1.28	−1.82	−1.79	−2.41
6	−2.92	−1.79	−1.18	−1.17	−1.00	−1.33	−2.20
7	−0.60	+0.72	+0.84	+0.31	+0.09	−0.35	−1.65
9	+6.00	+6.54	+6.77	+6.92	+7.78	+7.71	+6.57
10	+2.48	+3.07	+3.05	+2.65	+2.02	+1.70	+0.81
11	−4.72	−3.72	−3.02	−3.26	−2.94	−2.20	−1.97
12	+1.82	+1.40	+1.08	+0.58	+0.52	−0.01	−0.03
14	+3.98	+4.18	+4.39	+3.93	+3.74	+3.19	+2.32
16	−4.28	−3.90	−3.83	−3.96	−3.05	−4.50	−6.14
17	+4.98	+5.30	+5.74	+5.67	+5.67	+5.49	+3.94
18	+4.80	+5.51	+6.27	+6.29	+7.03	+6.83	+6.51
21	+1.38	+2.47	+1.59	+0.53	+1.32	+0.85	−0.76
22	−0.80	−0.85	−1.58	−2.50	−2.10	−2.97	−3.88
23	−3.38	−2.53	−1.24	−1.76	−0.82	−0.36	−0.40
25	−2.36	−1.72	−1.56	−1.64	−0.15	0.00	−1.64
26	+7.98	+6.78	+6.56	+6.17	+4.98	+4.27	+2.97
27	+8.64	+8.26	+7.78	+6.73	+5.81	+3.84	+1.92
28	−4.66	−3.99	−3.26	−3.22	−4.13	−4.43	−5.48
31	−4.44	−1.29	+0.13	+0.70	−0.23	−0.71	−1.68
33	+8.26	+7.46	+6.19	+4.38	+3.49	+2.19	+1.25
36	−4.40	−4.64	−4.16	−4.07	−2.40	−0.17	+0.80
	+0.664	+1.104	+1.239	+0.888	+0.972	+0.641	−0.214

Si l'on représente par la formule idéale

$$y = a + bx + cx^2 + et + ftx$$

la marche d'un chronomètre, où x est la température, t l'époque, $e + fx$ l'accélération; pour deux époques t', t'' où x est le même, on a évidemment

$$\frac{y' + y''}{2} = a + bx + cx^2 + (e + fx)\frac{t' + t''}{2}$$

Or, à cause de la symétrie des périodes autour de la 7me et en laissant de côté la 14me nous aurons en prenant l'origine du temps au milieu de la 7me période

$$\frac{t' + t''}{2} = o, \quad \frac{y' + y''}{2} = a + bx + cx^2$$

ou bien, désignant simplement par y les marches moyennes des tableaux ci-dessus :

$$y = a + bx + cx^2$$

expression où y n'est plus fonction que de x.

Si l'erreur secondaire n'existait pas, on aurait simplement

$$y = a + bx$$

et dans la formule précédente, c'est le terme cx^2 qui représente l'erreur secondaire.

En effet soient x', x'' les températures pour lesquelles y est le même et soit

$$y_0 = a + bx' + cx'^2 = a + bx'' + cx''^2$$

on en conclut

$$b = -c(x' + x''), \quad y_0 = a - cx'x''$$

puis en général, pour une valeur quelconque de x, l'erreur secondaire

$$y - y_0 = c(x - x')(x - x'')$$

Comme nous le verrons, c est un nombre négatif, de sorte que si x a une valeur comprise entre x' et x'', on a $y - y_0 > o$ ou $y > y_0$ et il y a avance, tandis qu'il y a retard et $y < y_0$ pour toute valeur de x non comprise entre x' et x''. Telle est l'expression algébrique de la loi que nous avons citée plus haut.

Nous appelons *série* l'ensemble de deux périodes à même température. Les derniers tableaux contiennent donc les marches moyennes de séries, ainsi que leurs températures moyennes.

Formules d'interpolation.

Pour simplifier les coefficients numériques, nous prenons comme unité de température l'ensemble de 5 degrés centigrades, et comme zéro thermométrique le point $+20°$ centigrade, de sorte que la comparaison de l'échelle centigrade et de notre échelle, que nous désignons par x, nous donne :

$$\begin{array}{llllllll} \theta = & +5°, & +10°, & +15°, & +20°, & +25°, & +30°, & +35°, \\ x = & -3, & -2, & -1, & 0, & +1, & +2, & +3, \end{array}$$

et, en général,

$$x = \frac{\theta - 20}{5}$$

Appelons y la marche du chronomètre pour la température x, on peut représenter cette marche par une formule d'interpolation

$$y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \ldots..$$

Équation à trois termes : Prenons comme formule

$$y = A + Bx + Cx^2$$

et déterminons A, B, C par la méthode des moindres carrés; appelons $y_1, y_2, y_3, \ldots y_7$ les marches observées pour lesquelles $x = -3, -2, \ldots.. +2, +3$; on aura comme équations de condition :

$$\begin{aligned} \Sigma y &= 7A + B\Sigma x + C\Sigma x^2 \\ \Sigma yx &= A\Sigma x + B\Sigma x^2 + C\Sigma x^3 \\ \Sigma yx^2 &= A\Sigma x^2 + B\Sigma x^3 + C\Sigma x^4 \end{aligned}$$

Mais

$$\Sigma x = \Sigma x^3 = o, \quad \Sigma x^2 = 28, \quad \Sigma x^4 = 196$$

d'où vient

$$\Sigma y = 7(A + 4C)$$
$$\Sigma yx = 28B$$
$$\Sigma yx^2 = 28(A + 7C)$$

On déduit facilement de là les trois inconnues, et, développant les Σ, on a :

$$A = \frac{7y_4 + 6(y_5 + y_3) + 3(y_6 + y_2) - 2(y_7 + y_1)}{21}$$

$$B = \frac{y_5 - y_3 + 2(y_6 - y_2) + 3(y_7 - y_1)}{28}$$

$$C = \frac{-4y_4 - 3(y_5 + y_3) + 5(y_7 + y_1)}{84}$$

Équation à quatre termes : Soit la formule

$$y = A + B_1 x + Cx^2 + Dx^3$$

on aura comme équations de condition, puisque $\Sigma x^5 = o$ et que $\Sigma x^6 = 1588$

$$\Sigma y = 7(A + 4C)$$
$$\Sigma xy = 28(B_1 + 7D)$$
$$\Sigma x^2 y = 28(A + 7C)$$
$$\Sigma x^3 y = 4(49B_1 + 397D)$$

et l'on voit d'abord que A et C ont exactement les mêmes valeurs que pour l'équation à trois termes, tandis que B_1 diffère de B; on trouve :

$$D = \frac{-(y_5 - y_3) - (y_6 - y_2) + y_7 - y_1}{36}$$

et

$$B_1 = B - 7D$$

L'expression complète de B_1 est

Si l'on applique aux moyennes de séries la méthode précédente, on trouve comme valeurs provisoires

		A	B	C
1884	Acier....	A = + 0,4427	B = — 0,0398	C = — 0,1906
	Palladium	— 0,2909	+ 0,1666	— 0,0451
1886	Acier....	— 1,6730	+ 0,2879	— 0,0970
	Palladium	+ 1,1341	— 0,1367	— 0,0945

En laissant de côté les réductions à 24^h qui sont faibles, nous devons utiliser ces premiers chiffres pour réduire les marches aux températures théoriques. Le tableau suivant donne le calcul de ces réductions :

	Série	1	2	3	4	5	6	7
1884	$\Delta x =$	+0,0436	—0,0080	+0,0002	+0,0136	—0,0154	+0,0102	—0,0156
	$\frac{dy}{dx}$ Acier ...	+1,10	+0,72	+0,34	—0,04	—0,42	—0,80	—1,18
	$\frac{dy}{dx}$ Palladium	+0,44	+0,35	+0,26	+0,17	+0,08	—0,01	—0,10
	$-\Delta x \frac{dy}{dx}$ Acier ...	—0,048	+0,006	0,000	+0,001	—0,006	+0,008	—0,017
	$-\Delta x \frac{dy}{dx}$ Palladium	—0,019	+0,003	0,000	—0,002	+0,001	0,000	—0,002
1886	$\Delta x =$	—0,0064	—0,0062	—0,0002	—0,0082	—0,0114	+0,0022	—0,0010
	$\frac{dy}{dx}$ Acier ...	+0,87	+0,68	+0,48	+0,29	+0,09	—0,10	—0,29
	$\frac{dy}{dx}$ Palladium	+0,43	+0,24	+0,05	—0,14	—0,33	—0,51	—0,70
	$-\Delta x \frac{dy}{dx}$ Acier ...	+0,006	+0,004	0,000	+0,002	+0,001	0,000	0,000
	$-\Delta x \frac{dy}{dx}$ Palladium	+0,003	+0,001	0,000	—0,001	—0,004	+0,001	—0,001

En corrigeant, d'après ce tableau, les moyennes obtenues pour chaque série, on obtient comme marches réduites

	Série	1	2	3	4	5	6	7
1884	Acier ...	—1,142	—0,310	+0,299	+0,369	+0,265	—0,286	—1,488
	Palladium	—1,261	—0,718	—0,457	—0,422	—0,201	—0,009	—0,249
1886	Acier ...	—3,346	—2,772	—2,026	—1,568	—1,450	—1,632	—1,619
	Palladium	+0,667	+1,105	+1,239	+0,887	+0,968	+0,642	—0,215

$$\text{Acier....}\left\{\begin{array}{ll} A = -0{,}2577 & \pm 0{,}0161 \\ B = +0{,}0713 & \pm 0{,}0139 \\ C = -0{,}16175 & \pm 0{,}0080 \end{array}\right.$$

$$\text{Palladium}\left\{\begin{array}{ll} A = +0{,}1851 & \pm 0{,}0203 \\ B = +0{,}0664 & \pm 0{,}0176 \\ C = -0{,}06224 & \pm 0{,}0101 \end{array}\right.$$

Nous ne nous étendrons pas davantage sur les chronomètres compensés. Les chiffres qui précèdent ne donnent pas des résultats bien concordants pour 1884 et 1886. Toutefois nous adopterons pour les types moyens à spiral en acier ou en palladium, les dernières valeurs que nous venons d'obtenir pour A, B, C.

Chronomètre à balancier non compensé.

Nous traiterons d'abord le calcul des comparaisons par coïncidences, en démontrant les formules qui ont servi à obtenir les marches relatives des chronomètres de marine.

Soit $1 - \mu$ la valeur équivalente du temps sidéral en temps moyen, et $1 + \nu$ celle du temps moyen en temps sidéral, nous aurons :

$$(1 - \mu)(1 + \nu) = 1$$

Soit T le temps sidéral pour midi, *m* et *s* les états de deux horloges réglées, l'une sur le temps moyen, l'autre sur le temps sidéral ; on fait l'observation de coïncidence lorsque ces horloges marquent M et S sur leurs cadrans respectifs. Le temps sidéral écoulé depuis midi jusqu'au moment de la coïncidence a pour valeur :

$$S - s - T$$

Le temps moyen défini de la même manière vaut :

$$M - m$$

d'où nous tirons les équations correspondantes :

$$M - m = (1 - \mu)(S - s - T)$$
$$S - s - T = (1 + \nu)(M - m)$$

qui peuvent servir à calculer l'état d'une horloge, celui de l'autre étant connu.

Si l'on compare chaque jour à une pendule un chronomètre dont on veut étudier la marche, il n'est pas nécessaire de calculer son état; il suffit de connaître ses marches. En désignant par la caractéristique Δ les variations d'un jour au jour suivant, on aura :

$$\Delta M - \Delta m = (1 - \mu)(\Delta S - \Delta s - \Delta T)$$
$$\Delta S - \Delta s - \Delta T = (1 + \nu)(\Delta M - \Delta m)$$

Un moyen commode pour la comparaison consiste à noter l'une des quantités M ou S, ainsi que la différence M — S ou S — M. Les horloges que l'on compare par coïncidences ont généralement une marche assez régulière pour qu'on puisse connaître à priori leur marche à moins d'une seconde près, si l'on fait des comparaisons journalières.

Quatre cas se présentent alors, selon que l'on cherche la marche d'une horloge de temps moyen ou sidéral, et suivant que l'on a noté les quantités M ou S.

La condition ci-devant exprimée permet de ne pas tenir compte des minutes pour de simples différences. Mettant entre [ ] les quantités dans lesquelles on ne doit considérer que les secondes avec leurs fractions, on aura, suivant les quatre cas, les expressions suivantes des marches relatives :

$$\begin{aligned}
\Delta s - \Delta m &= + [\Delta (S - M)] - \nu \Delta M + \{\nu \Delta m - [\Delta T]\} \\
\Delta m - \Delta s &= - [\Delta (S - M)] + \nu \Delta M - \{\nu \Delta m - [\Delta T]\} \\
\Delta s - \Delta m &= - [\Delta (M - S)] - \mu \Delta S + \{\mu (\Delta T + \Delta s) - [\Delta T]\} \\
\Delta m - \Delta s &= + [\Delta (M - S)] + \mu \Delta S - \{\mu (\Delta T + \Delta s) - [\Delta T]\}
\end{aligned}$$

Les derniers termes de ces expressions sont des quantités qui resteront constantes tant que la marche de l'horloge de comparaison n'aura pas sensiblement varié pour la première et la quatrième formule, et celle de l'horloge comparée dans les autres cas.

D'ailleurs on a

$$\Delta T = 3^{m}.56^{s},55$$

d'où

$$[\Delta T] = - 3^{s},45 , \quad \mu \Delta T - [\Delta T] = + 4^{s},10$$

Les formules de la marche relative sont alors les suivantes pour les quatre cas :

$$\begin{aligned}
\Delta s - \Delta m &= - \nu (\Delta M - \Delta m) + 3^{s},45 + [\Delta (S - M)] \\
\Delta m - \Delta s &= + \nu (\Delta M - \Delta m) - 3^{s},45 - [\Delta (S - M)] \\
\Delta s - \Delta m &= - \mu (\Delta S - \Delta s) + 4^{s},10 - [\Delta (M - S)] \\
\Delta m - \Delta s &= + \mu (\Delta S - \Delta s) - 4^{s},10 + [\Delta (M - S)]
\end{aligned}$$

Au moyen de ces formules, le calcul des marches relatives se fait très rapidement.

Comme nous l'avons vu, le chronomètre de marine non compensé était, en 1884, pourvu d'un spiral en acier, et en 1886 d'un spiral en palladium.

En 1884, ce chronomètre a été comparé par coïncidence avec la pendule de temps sidéral de l'Observatoire. On a observé, au milieu de chaque jour, l'heure M d'une coïncidence indiquée par ce chronomètre, puis la différence [S — M] des secondes de la pendule et du chronomètre; de temps en temps cette différence a été prise avec la minute, ce qui a

permis de se rendre compte à priori de la quantité de minutes entrant dans la marche à chaque température. Ensuite les secondes et leurs fractions pour ces marches ont été calculées par la formule établie plus haut :

$$\Delta m - \Delta s = \nu\,(\Delta M - \Delta m) - 3^s,45 - [\Delta\,(S - M)]$$

ce qui a donné les marches diurnes relatives du chronomètre, Δm étant connu approximativement pour le second membre.

Ces marches relatives $\Delta m - \Delta s$ étant obtenues, il faut les réduire à vingt-quatre heures ; le temps écoulé entre l'heure de deux comparaisons successives est

$$\delta = \Delta M - \Delta m$$

Appellant f la marche relative complète (sa minute plus la seconde $\Delta m - \Delta s$) et f' la même marche réduite à vingt-quatre heures, on a

$$f' = f - \frac{f\,\delta}{1440 + \delta}$$

La seconde réduction consiste à ajouter aux quantités f' la marche diurne de la pendule de comparaison, ce qui fournit les marches absolues f'' du chronomètre pendant vingt-quatre heures. On calcule ensuite les moyennes de séries des quantités f'', et l'on réduit ces moyennes aux températures normales à raison de — 10^s par degré centigrade, valeur moyenne qui s'obtient facilement par la comparaison des séries symétriques.

Ainsi la première série ayant une température de 5°,218, on réduit à 5° la marche + $58^s.79$ en ajoutant $2^s,18$ (voir le tableau ci-joint). On obtient ainsi les marches de série f''' réduites aux températures normales. Elles sont :

$\Delta t = +\ 0{,}218$	$x = -3$	$f''' = +\ 1^m.0^s{,}97$
$-\ 0{,}040$	-2	$+\ 0^m.14^s{,}21$
$+\ 0{,}001$	-1	$-\ 0^m.35^s{,}00$
$+\ 0{,}068$	0	$-\ 1^m.22^s{,}90$
$-\ 0{,}077$	$+1$	$-\ 2^m\ 13^s{,}98$
$+\ 0{,}051$	$+2$	$-\ 3^m.5^s{,}84$
$-\ 0{,}132$	$+3$	$-\ 3^m.59^s{,}74$

On applique à ces chiffres la méthode énoncée plus haut pour le calcul d'une formule d'interpolation à trois ou quatre termes, et l'on obtient :

1° Pour la formule $y = A + Bx + Cx^2$:

$$\begin{cases} A = -\ 1^m.23^s{,}406 \\ B = -\ 50^s{,}043 \\ C = -\ 0^s{,}6763 \end{cases}$$

2° Pour la formule $y = A + B_1x + Cx^2 + Dx^3$:

$$\begin{cases} A = -\ 1^m.23^s{,}406 \\ B_1 = -\ 49^s{,}716 \\ C = -\ 0{,}6763 \\ D = -\ 0{,}04667 \end{cases}$$

Puis on cherche les dérivées qui devront servir à la réduction de chacune des 70 marches f'' à la température normale; ce sont :

$x =$	-3	-2	-1	0	$+1$	$+2$	$+3$
$\frac{1}{5}\frac{dy}{dx} =$	$-\ 9{,}20$	$-\ 9{,}47$	$-\ 9{,}74$	$-\ 10{,}01$	$-\ 10{,}28$	$-\ 10{,}55$	$-\ 10{,}82$

Toutes les marches f'' étant réduites au moyen de ces coefficients multipliés par les écarts des températures diurnes avec les températures théoriques, on obtient les marches désignées par y dans le tableau suivant :

1884

Marches du chronomètre non compensé.

DATE					Δt	f''	$-\frac{dy}{dx}\times\frac{\Delta t}{5}$	y
					°	m s	s	m s
						1re Période.		
Décemb.	Du	17	au	18	+ 0,46	+ 0.59,51	+ 4,24	+ 1. 3,75
1883	»	18	»	19	+ 0,15	+ 1. 0,45	+ 1,38	+ 1. 1,83
	»	19	»	20	+ 0,20	+ 1. 0,28	+ 1,84	+ 1. 2,12
	»	20	»	21	— 0,10	+ 1. 3,26	— 0,92	+ 1. 2,36
	»	21	»	22	— 0,03	+ 1. 2,19	— 0,27	+ 1. 1,92
						2me Période.		
	Du	23	au	24	— 0,04	+ 0.16,08	— 0,38	+ 0.14,70
	»	24	»	25	— 0,16	+ 0.12,63	— 1,52	+ 0.11,11
	»	25	»	26	— 0,52	+ 0.19,46	— 4,91	+ 0.14,55
	»	26	»	27	— 0,30	+ 0.17,79	— 2,84	+ 0.14,95
	»	27	»	28	+ 0,01	+ 0.16,30	+ 0,09	+ 0.16,39
						3me Période.		
	Du	29	au	30	— 0,45	— 0.31,54	— 4,38	— 0.35,92
	»	30	»	31	— 0,13	— 0.32,08	— 1,26	— 0.33,34
	»	31	»	1	+ 0,58	— 0.38,57	+ 5,66	— 0.32,91
Janvier	»	1	»	2	+ 0,12	— 0.40,28	+ 1,17	— 0.39,11
1884	»	2	»	3	+ 0,05	— 0.33,47	+ 0,49	— 0.32,98
						4me Période.		
	Du	4	au	5	— 0,13	— 1.20,62	— 1,30	— 1.21,92
	»	5	»	6	+ 0,08	— 1.22,19	+ 0,80	— 1.21,39
	»	6	»	7	+ 0,14	— 1.22,85	+ 1,40	— 1.21,45
	»	7	»	8	+ 0,16	— 1.21,90	+ 1,60	— 1.20,30
	»	8	»	9	+ 0,10	— 1.23,72	+ 1,00	— 1.22,72
						5me Période.		
	Du	10	au	11	+ 0,24	— 2.14,77	+ 2,48	— 2.12,29
	»	11	»	12	+ 0,10	— 2.14,46	+ 1,03	— 2.13,43
	»	12	»	13	— 0,63	— 2. 5,68	— 6,47	— 2.12,15
	»	13	»	14	— 0,58	— 2. 7,53	— 5,95	— 2.13,48
	»	14	»	15	+ 0,10	— 2.12,92	+ 1,03	— 2.11,89

Période.	Marche moyenne
	m s
1re	+ 1. 2,396
2me	+ 0.14,340
3me	— 0.34,852
4me	— 1.21,556
5me	— 2.12,648

Marches du chronomètre non compensé. (*Suite.*)

DATE					Δt	f''	$-\frac{dy}{dx}\times\frac{\Delta t}{5}$	y
					°	m s	s	m s
						6me Période.		
Janvier 1884	Du	16	au	17	+ 0,27	— 3. 6,24	+ 2,85	— 3. 3,39
	»	17	»	18	— 0,05	— 3. 7,09	— 0,53	— 3. 7,62
	»	18	»	19	— 0,21	— 2.57,69	— 2,21	— 2.59,90
	»	19	»	20	+ 0,91	— 3.16,10	+ 9,62	— 3. 6,48
	»	20	»	21	— 0,85	— 2.55,57	— 8,95	— 3. 4,52
						7me Période.		
	Du	22	au	23	— 0,38	— 3.55,66	— 4,11	— 3.59,77
	»	23	»	24	+ 0,05	— 3.59,94	+ 0,54	— 3.59,40
	»	24	»	25	— 0,91	— 3.49,13	— 9,83	— 3.58,96
	»	25	»	26	— 0,12	— 4. 3,09	— 1,30	— 4. 4,39
	»	26	»	27	+ 0,97	— 4. 8,65	+10,52	— 3.58,13
						8me Période.		
	Du	28	au	29	+ 1,07	— 3.19,14	+11,32	— 3. 7,82
	»	29	»	30	+ 0,09	— 3. 6,14	+ 0,95	— 3. 5,19
	»	30	»	31	— 0,01	— 3. 7,08	— 0,11	— 3. 7,19
	»	31	»	1	+ 0,18	— 3. 7,70	+ 1,90	— 3. 5,80
Février	»	1	»	2	— 0,89	— 3. 0,77	— 9,37	— 3.10,14
						9me Période.		
	Du	3	au	4	— 0,42	— 2.11,55	— 4,30	— 2.15,85
	»	4	»	5	— 0,09	— 2.15,08	— 0,93	— 2.16,01
	»	5	»	6	— 0,26	— 2.11,21	— 2,67	— 2.13,88
	»	6	»	7	— 0,14	— 2.14,80	— 1,44	— 2.16,24
	»	7	»	8	+ 0,91	— 2.24,14	+ 9,38	— 2.14,76
						10me Période.		
	Du	9	au	10	+ 0,19	— 1.28,97	+ 1,90	— 1.27,07
	»	10	»	11	+ 0,05	— 1.23,18	+ 0,50	— 1.22,68
	»	11	»	12	— 0,54	— 1.17,83	— 5,40	— 1.23,23
	»	12	»	13	+ 0,02	— 1.23,60	+ 0,20	— 1.23,40
	»	13	»	14	+ 0,61	— 1.30,97	+ 6,12	— 1.24,85

Période.	Marche moyenne.
	m s
6me	— 3. 4,382
7me	— 4. 0,130
8me	— 3. 7,228
9me	— 2.15,348
10me	— 1.24,246

Marches du chronomètre non compensé. (*Suite.*)

DATE		Δt	f''	$-\frac{dy}{dx}\times\frac{\Delta t}{5}$	y
		o	m s	s	m s
			11me Période.		
Février	Du 15 au 16	+ 0,10	— 0.36,66	+ 0,97	— 0.35,69
	» 16 » 17	— 0,07	— 0.35,26	— 0,68	— 0.35,94
	» 17 » 18	— 0,38	— 0.29,82	— 3,70	— 0.33,52
	» 18 » 19	+ 0,12	— 0.33,23	+ 1,17	— 0.32,06
	» 19 » 20	+ 0,07	— 0.39,14	+ 0,68	— 0.38,46
			12me Période.		
	Du 21 au 22	— 0,55	+ 0.15,64	— 5,19	+ 0.10,45
	» 22 » 23	+ 0,25	+ 0.15,15	+ 2,37	+ 0.17,52
	» 23 » 24	+ 0,14	+ 0.14,92	+ 1,33	+ 0.16,25
	» 24 » 25	+ 1,06	+ 0. 2,77	+10,07	+ 0.12,84
	» 25 » 26	— 0,29	+ 0.15,33	— 2,75	+ 0.12,58
			13me Période.		
	Du 27 au 28	+ 0,69	+ 0.54,69	+ 6,35	+ 1. 1,04
	» 28 » 29	+ 0,45	+ 0.58,16	+ 4,15	+ 1. 2,31
	» 29 » 1	+ 0,50	+ 0.55,36	+ 4,61	+ 0.59,97
Mars	» 1 » 2	— 0,02	+ 0.55,58	— 0,18	+ 0.55,40
	» 2 » 3	— 0,12	+ 0.58,46	— 1,11	+ 0.57,35
			14me Période.		
	Du 4 au 5	— 0,17	— 3.57,93	— 1,86	— 3.59,79
	» 5 » 6	— 0,13	— 3.59,00	— 1,40	— 4. 0,40
	» 6 » 7	— 0,11	— 3.59,33	— 1,19	— 4. 0,52
	» 7 » 8	— 0,41	— 3.54,73	— 4,44	— 3.59,17
	» 8 » 9	— 0,11	— 3.56,96	— 1,19	— 3 58,15

Période.	Marche moyenne.
	m s
11me	— 0.35,134
12me	+ 0.13,928
13me	+ 0.59,214
14me	— 3.59,606

Les moyennes de séries sont alors :

$x = -3$	$y = +1^m.0^s,805$
-2	$+0^m.14^s,134$
-1	$-0^m.34^s,993$
0	$-1^m.22^s,901$
$+1$	$-2^m.13^s,998$
$+2$	$-3^m.5^s,805$
$+3$	$-3^m.59^s,868$

Comme on le voit, ces chiffres diffèrent peu des valeurs de f^m. La formule à trois termes calculée donne alors :

$$A = -1^m.23^s,3878$$
$$B = -50^s,0322$$
$$C = -0^s,67545$$

Pour celle à quatre termes, on a :

$$A = -1^m.23^s,3878$$
$$B_1 = -49^s,6960$$
$$C = -0^s,67545$$
$$D = -0^s,04803$$

Les dérivées données par la formule à trois termes sont sensiblement les mêmes que celles trouvées plus haut, de sorte qu'il n'y a pas lieu d'introduire de nouvelles corrections dans les 70 valeurs de y.

Y a-t-il lieu de réduire toutes les marches au moyen des dérivées de la formule à quatre termes ? Cette dérivée a pour expression

$$B_1 + 2\,C x + 3\,D x^2$$

tandis que celle qui a déjà été employée est

$$B + 2\,C x$$

En calculant les erreurs moyennes, on obtient :

Pour la formule à trois termes :

$$\varepsilon = \pm 0,600$$
$$\Delta A = \pm 0,131$$
$$\Delta B = \pm 0,114$$
$$\Delta C = \pm 0,066$$

Pour la formule à quatre termes :

$$\varepsilon = \pm 0,561$$
$$\Delta A = \pm 0,122$$
$$\Delta B_1 = \pm 0,287$$
$$\Delta C = \pm 0,061$$
$$\Delta D = \pm 0,038$$

L'erreur de D atteint presque sa valeur; celle de B_1 est bien supérieure à celle de B; les dérivées de la première formule sont donc bien plus exactes que celles de la seconde. La formule à quatre termes doit être rejetée.

Ainsi l'expression la plus convenable de la marche de ce chronomètre est :

$$y = -83^s,3878 - 50^s,0322\,x - 0^s,67545\,x^2$$

En calculant cette formule pour les sept valeurs de x et en comparant les valeurs observées et réduites des moyennes de séries aux valeurs calculées, on obtient les chiffres suivants :

$x = -3$	$y = +\ 60^s,630$	$\Delta = +\ 0,175$
-2	$+\ 13^s,975$	$+\ 0,159$
-1	$-\ 34^s,031$	$-\ 0,962$
0	$-\ 83^s,388$	$+\ 0,487$
$+1$	$-\ 134^s,095$	$+\ 0,097$
$+2$	$-\ 186^s,154$	$+\ 0,349$
$+3$	$-\ 239^s,563$	$-\ 0,305$

On tire de ces chiffres une formule d'interpolation provisoire où

$$A = -0^m.44^s,833, \quad B = -57,201, \quad C = +0,0323$$

Sauf pour la 14me période, on aura pour réduire les marches f'' :

$x =$	-3	-2	-1	0	$+1$	$+2$	$+3$
$\frac{1}{5}\frac{dy}{dt} =$	$-11,479$	$-11,466$	$-11,453$	$-11,440$	$-11,427$	$-11,414$	$-11,401$

Après avoir effectué les réductions de f'', avec une correction supplémentaire pour la 14me période, on obtient comme valeurs améliorées de f''' :

$x =$	-3	-2	-1	0	$+1$	$+2$	$+3$
$f''' =$	$+2^m.6^s,386$	$+1^m.9^s,548$	$+0^m.12^s,152$	$-0^m.44^s,302$	$-1^m.41^s,728$	$-2^m.39^s,939$	$-3^m.37^s,881$

On conclut de ces valeurs de nouvelles valeurs de A, B, C, entraînant pour les f'' quelques corrections supplémentaires.

1886

Marches du chronomètre non compensé.

DATE					Δt	f''	$-\frac{dy}{dx}\times\frac{\Delta t}{5}$	y
					°	m s	s	m s
						1re Période.		
Décemb.	Du	2	au	3	+ 0,04	— 3.34,82	+ 0,46	— 3.34,36
1885	»	3	»	4	— 0,05	— 3.37,19	— 0,57	— 3.37,76
	»	4	»	5	— 0,68	— 3.29,04	— 7,75	— 3.36,79
	»	5	»	6	+ 0,02	— 3.37,39	+ 0,23	— 3.37,16
	»	6	»	7	+ 0,72	— 3.45,45	+ 8,21	— 3.37,24
						2me Période.		
	Du	8	au	9	— 0,08	— 2.40,08	— 0,91	— 2.40,99
	»	9	»	10	+ 0,01	— 2.39,29	+ 0,11	— 2.39,18
	»	10	»	11	— 0,03	— 2.40,58	— 0,34	— 2.40,92
	»	11	»	12	— 0,29	— 2.36,25	— 3,31	— 2.39,56
	»	12	»	13	+ 0,06	— 2.39,96	+ 0,68	— 2.39,28
						3me Période.		
	Du	14	au	15	+ 0,83	— 1.51,42	+ 9,49	— 1.41,93
	»	15	»	16	+ 0,25	— 1.45,05	+ 2,86	— 1.42,19
	»	16	»	17	— 0,90	— 1.32,51	—10,28	— 1.42,79
	»	17	»	18	— 0,28	— 1.38,98	— 3,20	— 1.42,18
	»	18	»	19	— 0,37	— 1.37,64	— 4,23	— 1.41,87
						4me Période.		
	Du	20	au	21	+ 0,02	— 0.45,74	+ 0,23	— 0.45,51
	»	21	»	22	— 0,21	— 0.42,84	— 2,41	— 0.45,25
	»	22	»	23	+ 0,21	— 0.46,80	+ 2,41	— 0.44.39
	»	23	»	24	+ 0,21	— 0.47,24	+ 2,41	— 0.44,83
	»	24	»	25	— 0,56	— 0.38,38	— 6,41	— 0.44,79
						5me Période.		
	Du	26	au	27	— 0,06	+ 0.11,41	— 0,69	+ 0.10.72
	»	27	»	28	+ 0,47	+ 0. 7,14	+ 5,41	+ 0.12,55
	»	28	»	29	+ 0,08	+ 0.10,57	+ 0,92	+ 0.11.49
	»	29	»	30	+ 0,23	+ 0. 8,66	+ 2,65	+ 0.11.31
	»	30	»	31	— 0,71	+ 0.20,98	— 8,17	+ 0.12.81

Période.	Marche moyenne.
	m s
1re	— 3.36,662
2me	— 2.39,986
3me	— 1.42,192
4me	— 0.44,954
5me	+ 0.11.776

Marches du chronomètre non compensé. (*Suite.*)

DATE		Δt	f''	$-\frac{dy}{dx}\times\frac{\Delta t}{5}$	y
		o	m s	s	m s
			6me Période.		
Janvier 1886	Du 1 au 2	— 0,29	+ 1.12,75	— 3,32	+ 1. 9,43
	» 2 » 3	+ 0,58	+ 1. 4,10	+ 6,66	+ 1.10,76
	» 3 » 4	— 0,30	+ 1.11,45	— 3,44	+ 1. 8,01
	» 4 » 5	— 0,32	+ 1.10,93	— 3,67	+ 1. 7,26
	» 5 » 6	+ 0,11	+ 1.11,11	+ 1,26	+ 1.12,37
			7me Période.		
	Du 7 au 8	+ 0,18	+ 2. 4,01	+ 2,07	+ 2. 6,08
	» 8 » 9	— 0,24	+ 2.10,28	— 2,76	+ 2. 7,52
	» 9 » 10	— 0,05	+ 2. 8,66	— 0,57	+ 2. 8,09
	» 10 » 11	— 0,25	+ 2. 9,57	— 2,88	+ 2. 6,49
	» 11 » 12	+ 0,20	+ 2. 4,24	+ 2,29	+ 2. 6,53
			8me Période.		
	Du 13 au 14	+ 0,19	+ 1. 6,35	+ 2,18	+ 1. 8,53
	» 14 » 15	— 0,31	+ 1.14,38	— 3,56	+ 1.10,82
	» 15 » 16	+ 0,08	+ 1. 7,62	+ 0,92	+ 1. 8,52
	» 16 » 17	— 0,46	+ 1.14,03	— 5,28	+ 1. 8,75
	» 17 » 18	+ 0,41	+ 1. 6,33	+ 4,70	+ 1.11,03
			9me Période.		
	Du 19 au 20	— 0,47	+ 0.17,18	— 5,40	+ 0.11,78
	» 20 » 21	+ 0,48	+ 0. 6,72	+ 5,51	+ 0.12,23
	» 21 » 22	+ 0,01	+ 0.12,52	+ 0,11	+ 0.12,63
	» 22 » 23	— 0,36	+ 0.16,00	— 4,13	+ 0.11,87
	» 23 » 24	+ 0,32	+ 0.10,45	+ 3.68	+ 0.14,13
			10me Période.		
	Du 25 au 26	— 0,42	— 0.39,39	— 4,80	— 0.44,19
	» 26 » 27	+ 0,05	0.43,08	+ 0,57	— 0.42,51
	» 27 » 28	— 0,13	— 0.41,89	— 1,49	— 0.43,38
	» 28 » 29	+ 0,37	— 0.47,60	+ 4,22	— 0.43,38
	» 29 » 30	+ 0,05	— 0.45,36	+ 0,57	— 0.44,79

Période.	Marche moyenne.
	m s
6me	+ 1. 9,566
7me	+ 2. 6,942
8me	+ 1. 9,530
9me	+ 0.12,528
10me	— 0.43,650

Marches du chronomètre non compensé. (*Suite.*)

DATE					Δt	f''	$-\frac{dy}{dx}\times\frac{\Delta t}{5}$	y
					°	m s	s	m s
					11me Période.			
Janvier	Du 31	au	1		— 0,26	— 1.37,68	— 2,97	— 1.40,65
Février	» 1	»	2		— 0,14	— 1.39,87	— 1,60	— 1.41,47
	» 2	»	3		+ 0,29	— 1.42,96	+ 3,31	— 1.39,65
	» 3	»	4		+ 0,04	— 1.42,99	+ 0,46	— 1.42,53
	» 4	»	5		— 0,03	— 1.41,68	— 0,34	— 1.42,02
					12me Période.			
	Du 6	au	7		— 0,23	— 2.37,21	— 2,63	— 2.39,84
	» 7	»	8		+ 0,14	— 2.41,08	+ 1,60	— 2.39,48
	» 8	»	9		+ 0,38	— 2.44,45	+ 4,33	— 2.40,12
	» 9	»	10		— 0,06	— 2.38,89	— 0,68	— 2.39,57
	» 10	»	11		+ 0,21	— 2.42,84	+ 2,39	— 2.40,45
					13me Période.			
	Du 12	au	13		+ 0,06	— 3.38,45	+ 0,68	— 3 37,77
	» 13	»	14		— 0,60	— 3.30,78	— 6,84	— 3.37,62
	» 14	»	15		— 0,23	— 3.34,56	— 2,63	— 3.37,19
	» 15	»	16		+ 0,33	— 3.40,53	+ 3,76	— 3.36,77
	» 16	»	17		+ 0,34	— 3.42,02	+ 3,87	— 3.38,15
					14me Période.			
	Du 18	au	19		+ 1,58	+ 1.45,53	+18,15	+ 2. 3,68
	» 19	»	20		+ 1,46	+ 1.49,80	+16,75	+ 2. 6,55
	» 20	»	21		+ 1,54	+ 1.48,00	+17,68	+ 2. 5,68
	» 21	»	22		+ 1,45	+ 1.49,65	+16,64	+ 2. 6,29
	» 22	»	23		+ 1 16	+ 1.53,63	+13,32	+ 2. 6,95

Période.	**Marche moyenne.**
	m s
11me	— 1.41,264
12me	— 2.39,892
13me	— 3.37,500
14me	+ 2. 5,830

Dans le tableau, les valeurs de y sont les valeurs définitives et réduites. Les moyennes des séries ont une décimale de plus, affectée par les corrections de 2me ordre, ce qui donne :

$x =$	-3	-2	-1	0	$+1$	$+2$	$+3$
y observé $=$	$+2.6,350$	$+1.9,549$	$+0.12,152$	$-0.44,302$	$-1.41,730$	$-2.39,938$	$-3.37,081$

et comme formule :

$$y = -\,0^{m}.44,6328 - 57,2553\,x - 0,09180\,x^2$$

dont le calcul donne :

		Obs.—calcul.=
$x = -3$	$y = +\,2^{m}.\ 6^{s},307$	$+\,0,043$
-2	$+\,1^{m}.\ 9^{s},511$	$+\,0,038$
-1	$+\,0^{m}.12^{s},531$	$-\,0,379$
0	$-\,0^{m}.44^{s},633$	$+\,0,331$
$+1$	$-\,1^{m}.41^{s},980$	$+\,0,250$
$+2$	$-\,2^{m}.39^{s},511$	$-\,0,427$
$+3$	$-\,3^{m}.37^{s},225$	$+\,0,144$

d'où l'on conclut comme erreurs moyennes :

Erreur moyenne d'une série	$\pm\,0^{s},361$
» » de A	$\pm\,0^{s},079$
» » de B	$\pm\,0^{s},068$
» » de C	$\pm\,0^{s},039$

Conséquences des résultats précédents.

Nous avons cherché à effectuer sur les marches observées toutes les réductions et corrections nécessaires, y compris celles des variations accidentelles, en vue d'obtenir, pour sept températures progressives, les

formules les plus exactes pour représenter les marches moyennes de quatre types de chronomètres, qui sont :

1er type : Balancier non compensé, spiral en acier,
2me type : Balancier non compensé, spiral en palladium,
3me type : Balancier compensé, spiral en acier,
4me type : Balancier compensé, spiral en palladium.

Nous devrons, au moyen des données numériques obtenues, déduire les formules qui représentent le mieux :

1o Le rôle d'un spiral en acier,
2o Le rôle d'un spiral en palladium,
3o Le rôle d'un balancier compensé pour spiral en acier,
4o Le rôle d'un balancier compensé pour spiral en palladium.

Balancier non compensé :

La durée d'une oscillation a pour expression :

$$T = \pi \sqrt{\frac{IL}{EJ}}$$

équation où les lettres représentent :

I le moment d'inertie du balancier autour de son axe;
J celui de la section du spiral par rapport à sa fibre neutre;
L la longueur du spiral;
E le coefficient d'élasticité du métal dont est formé le spiral.

Soit i le binôme de dilatation linéaire du balancier, et j celui du spiral, à une température x, les valeurs $i = j = 1$ se rapportant à la température $x = 0$ (+ 20° centigr.); les quantités précédentes deviennent :

$$Ii^4, \quad Jj^4, \quad Lj, \quad E_x$$

et la durée d'une oscillation est :

$$T_x = T_0 \, i \sqrt{\frac{E}{j^3 E_x}}$$

Soient D_0, D_x la durée exacte du parcours des aiguilles sur la division d'une seconde du cadran, ces quantités sont proportionnelles à T_0, T_x. Les marches ont pour valeurs :

A 20° :

$$m_0 = \frac{86400}{D_0} - 86400$$

et à $20° + 5x$:

$$m_x = \frac{86400}{D_x} - 86400$$

d'où l'on tire :

$$\frac{86400 + m_x}{86400 + m_0} = \frac{D_0}{D_x} = \frac{T_0}{T_x}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{86400 + m_x}{86400 + m_0} = \frac{1}{i} \sqrt{j^3 \frac{E_x}{E}}$$

Or le radical représente l'influence du spiral; en la désignant par S_x, on aura :

$$S_x = i \left(1 + \frac{m - m_0}{86400 + m_0}\right)$$

et :

$$\frac{E_x}{E} = \frac{S_x^2}{j^3}$$

Au moyen des valeurs observées de m_x ou de la formule qui les représente, l'on pourra donc obtenir l'influence du spiral à toute température, celle à 20° étant 1. On aura de même la variation relative du coefficient d'élasticité avec la température. On voit par là l'importance qu'a l'étude des marches d'un chronomètre sans compensation.

Pour effectuer les opérations précédentes, il est commode de les développer en série, en négligeant les termes du troisième ordre.

On peut, pour les coefficients de dilatation, employer les chiffres de M. Fizeau. En prenant les notations mêmes inscrites dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, on a comme allongement entre deux températures t et t' :

$$\left[\alpha_{40} + \left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta\theta}\right)\left(\frac{t'+t}{2} - 40\right)\right](t'-t)$$

Posant

$$i = 1 + \beta x + \gamma x^2,$$

ce même allongement vaut :

$$\beta(x'-x) + \gamma(x'^2 - x^2)$$

Égalant ces deux expressions, posant $t = 20 + 5x$, $t' = 20 + 5x'$ et identifiant les résultats, on en déduit les relations :

$$\beta = 5\alpha_{40} - 100\left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta\theta}\right)$$

$$\gamma = \frac{100}{8}\left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta\theta}\right)$$

$$\alpha_{40} = \frac{\beta + 8\gamma}{5}$$

$$\left(\frac{\Delta\alpha}{\Delta\theta}\right) = 0{,}08\,\gamma$$

$$\frac{E_x}{E} = 0{,}9714$$

et la variation de E est donc très faible.

Balancier compensé :

Dans le cas présent, le balancier ne subit plus seulement une dilatation, mais aussi une déformation.

Désignant par I_x son moment d'inertie à la température x, nous aurons :

$$T_x = T_0 \sqrt{\frac{I_x}{I} \frac{E}{j^2 E_x}}$$

Appelant μ_x la marche observée, on a d'ailleurs :

$$\frac{T_x}{T_0} = \frac{86400 + \mu_0}{86400 + \mu_x}$$

d'où l'on tire, comme expression du rôle du balancier :

$$\sqrt{\frac{I_x}{I}} = \frac{S_x}{1 + \frac{\mu_x - \mu_0}{86400 + \mu_0}}$$

Connaissant les quantités S_x, on pourra donc évaluer l'action du balancier.

On peut également simplifier, en posant :

$$\mu_x = A' + B'x + C'x^2$$

ce qui donne

$$\mu_0 = A'$$

et

$$\sqrt{\frac{I_x}{I}} = 1 - 0{,}0006108\,x - 0{,}00000021\,x^2$$

Balancier isotherme :

Afin de mettre en évidence le rôle du spiral, nous supposerons un chronomètre idéal dont le balancier serait maintenu toujours à + 20° centigrade, tandis que le spiral subirait toute température. La marche à 20° étant nulle, on aurait pour ce chronomètre

$$I_x = I, \qquad 1 + \frac{m_x}{86400} = S_x$$

d'où

$$m_x = 86400\,(S_x - 1)$$

On en conclut

$$\text{Spiral en acier} \quad m_x = -45{,}455\,x - 0{,}6622\,x^2$$
$$\text{Spiral en palladium} \quad m_x = -52{,}837\,x - 0{,}0800\,x^2$$

Les marches de ces chronomètres sont alors :

Température	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Acier	+130ˢ,40	+ 88ˢ,26	+44ˢ,79	0ˢ,00	—46ˢ,12	— 93ˢ,56	—142ˢ,32
Palladium	+157ˢ,79	+105ˢ,35	+52ˢ,76	0ˢ,00	—52ˢ,92	—106ˢ,00	—159ˢ,23

Ces quantités représentent le rôle du spiral seul.

Spiral isotherme :

Semblablement le rôle du balancier compensé sera indiqué par les marches d'un chronomètre dont le balancier suivrait les variations indiquées par les formules numériques trouvées plus haut, et dont le spiral serait maintenu à + 20°. La marche étant nulle pour cette température, on aurait

$$S_x = 1 \,.\, \sqrt{\frac{I_x}{I}} = \frac{1}{1 + \frac{m_x}{86400}} = 1 + F'x + G'x^2$$

d'où l'on déduit, en négligeant les termes du troisième ordre :

$$m_x = 86400\,[- F'x + (F'^2 - G')\,x^2]$$

et les valeurs obtenues plus haut pour F′ et G′ nous donnent :

Balancier compensé pour spiral en acier $m_x = + 45,526\,x + 0,5261\,x^2$

» » palladium $m_x = + 52,770\,x + 0,0500\,x^2$

dont les valeurs calculées sont :

Température	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
Acier	—131ˢ,84	— 88ˢ,95	—45ˢ,00	0ˢ,00	+46ˢ,05	+ 93ˢ,16	+141ˢ,31
Palladium	—157ˢ,86	—105ˢ,34	—52ˢ,72	0ˢ,00	+52ˢ,82	+105ˢ,74	+158ˢ,76

On voit par là que, selon que le balancier est compensé pour un spiral en acier ou en palladium, son rôle diffère considérablement.



[illegible]

$$[illegible]$$

[illegible]

$$[illegible]$$

[illegible]

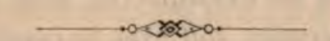
[illegible]



SUR UNE MONSTRUOSITÉ

DU

CYCLAMEN NEAPOLITANUM



Mon attention a été attirée l'été dernier sur un pied de *Cyclamen Neapolitanum* présentant une anomalie fort remarquable et qui doit être rare chez cette espèce, puisqu'il n'en a pas encore été fait mention dans les publications de tératologie végétale.

La plante avait cru en pleine terre, dans la propriété de M. H. Pasteur au Grand-Saconnex, près de Genève. Aucune circonstance externe, aucune lésion due à l'action des parasites ne pouvait expliquer son développement insolite. Elle se trouvait au milieu d'une foule d'autres rapportées de Naples en même temps qu'elle et n'offrant rien d'anormal.

Au moment où il me fut signalé, ce Cyclamen monstrueux portait trois fleurs ayant l'aspect général de celle représentée dans la planche ci-jointe (fig. 1). A première vue ces fleurs paraissaient avoir toutes trois subi le même genre d'altération, consistant en une complète chloranthie du calyce dont les cinq sépales, tout à fait libres, s'étaient développés en feuilles ordinaires, de même forme, mais un peu plus petites que les feuilles végétatives de l'espèce. De plus le tube de la corolle, de

couleur violacée, se terminait à sa portion supérieure en cinq lobes dressés et non pas réfléchis en dehors comme ceux des fleurs normales. Mais en examinant les choses de plus près, j'ai bien vite reconnu que la structure interne était fort loin d'être la même chez ces trois fleurs.

Pour donner une idée de la diversité de cette structure interne, je vais décrire les trois fleurs dans leur ordre de succession, de bas en haut, sur leur rhizome commun.

La première, c'est-à-dire la plus âgée et par conséquent aussi la plus volumineuse (fig. 1) a tous ses organes insérés au sommet du pédicelle, au même niveau que les sépales libres. En dedans de la corolle on trouve :

1° Cinq étamines (fig. 2, 3, *e*), opposées aux lobes de la corolle, ainsi que cela est de règle chez les Primulacées, mais fort inégales et entièrement libres de toute adhérence, soit avec la corolle, soit entre elles.

2° Trois organes ayant la forme de feuilles végétatives arrêtées dans leur développement avant l'épanouissement de leur limbe (fig. 2, 3, *f*).

3° Trois petites écailles (fig 2, 3, *g*) de forme lancéolée, entourant un mamelon central arrondi (fig. 2, 3, *m*) qui n'est autre chose que la terminaison de l'axe floral.

La seconde fleur, plus petite que la précédente, en diffère, de prime abord, en ce que sa corolle ainsi que ses autres organes internes sont insérés non point au même niveau que les sépales, mais au sommet d'un support cylindrique presque aussi long que le tube (fig. 4, *s*).

Les étamines au nombre de cinq et toujours opposées aux lobes de la corolle, sont sensiblement d'égale longueur et tout à fait libres comme dans la première fleur. Plus intérieurement se trouve un verticille de six pièces, toutes réduites à l'état d'écailles rudimentaires, semblables à celles de la première fleur. Il n'y a pas, comme chez celle-ci, de mamelon central. Il semble que ce mamelon soit remplacé et comme compensé par le développement du support.

Enfin la troisième fleur ressemble à la première en ce que tous ses organes sont insérés au même niveau que les sépales. Comme les deux

premières, elle renferme cinq étamines libres opposées aux lobes de la corolle et sensiblement égales entre elles, à l'instar de celles de la seconde fleur. Mais, elle se distingue de ces deux fleurs par la présence d'un pistil rudimentaire (fig. 6, 7, 8, *p*), stérile, béant d'un côté et terminé à sa partie supérieure en quatre lobules inégaux dont deux affectent l'apparence de stigmates. Malgré l'irrégularité de leur développement, ces lobules sont sensiblement opposés aux sépales comme doivent l'être les cinq mamelons primitifs du pistil normal d'une Primulacée. Le pistil rudimentaire de cette troisième fleur occupe la place du mamelon central de la première et l'on voit que sa présence coïncide aussi avec l'absence d'entre-nœud entre le calice et la corolle.

Les étamines des trois fleurs sont munies d'anthères complètement développées, contenant un pollen qui m'a paru normal, mais dont je n'ai cependant pas pu constater l'efficacité.

Quelques réflexions générales se dégagent tout naturellement de la description qui précède.

La chloranthie du calyce frappe par le degré de perfection et de régularité avec lequel elle affecte les cinq sépales à la fois.

Il n'y a guère lieu de s'étonner de ce que les lobes de la corolle sont dressés au lieu d'être réfléchis; car le recourbement en dehors des pétales qui caractérise les fleurs normales des Cyclamen ne se produit qu'au moment de l'épanouissement définitif de la corolle et représente la toute dernière phase de son développement. Mais les anomalies des autres verticilles floraux offrent un grand intérêt.

Les deux premières fleurs sont celles chez lesquelles la sexualité est le moins développée, puisqu'elles ne renferment pas même un rudiment de pistil.

Dans la première plusieurs des organes internes ont pris la forme de vraies feuilles dont l'évolution ne s'est pourtant pas achevée.

Dans la seconde fleur on ne trouve plus, il est vrai, de ces feuilles internes, mais on y constate, en revanche, une nouvelle déviation du type normal, caractérisée par la production d'un entre-nœud intercalé

entre les sépales et la corolle. Cette singularité ne s'est pas reproduite dans la troisième fleur qui, de plus, renferme un rudiment de pistil, tendance manifeste vers l'état normal qu'aurait peut-être offert une quatrième fleur si la plante en avait produit une.

Enfin une dernière circonstance, commune aux trois fleurs, mérite particulièrement de fixer l'attention. Je veux parler de la présence d'étamines tout à fait libres et hypogynes, associées avec une corolle gamopétale. C'est là, assurément, une grave déviation du type des Primulacées dont les étamines sont toujours insérées sur la corolle.

Deux cas de ce genre ont déjà été signalés chez le Lysimachia ephemerum par M. Baillon[1] et chez l'Anagallis arvensis par M. Marchand[2]. M. Eichler[3] s'est même, non sans raison, appuyé sur ces faits pour considérer les étamines des Primulacées comme constituant en réalité un verticille distinct de la corolle bien que congénitalement soudé avec elle.

Selon M. Duchartre[4] qui a, le premier, fait connaître l'organogénie de cette famille et dont les observations ont été confirmées par la plupart des auteurs subséquents, les premiers rudiments de la corolle naissent après les étamines dont ils ne seraient même, paraît-il, qu'une production secondaire. D'après Payer[5] il n'en serait pas de même, il est vrai, dans le genre Samolus, la seule Primulacée qu'il ait examinée, où les pièces de la corolle naissent avant les étamines dont elles sont, à l'origine, tout à fait indépendantes.

Quoi qu'il en soit de cet ordre d'évolution, le phénomène d'accrescence d'où résulte, plus tard, la formation du tube de la corolle se produit simultanément dans le tissu sous-jacent aux lobes et aux mamelons staminaux primitifs qui sont soulevés en même temps que ces lobes et ainsi rendus coalescents avec le tube.

Il est clair que dans les Primulacées monstrueuses à étamines libres,

[1] *Adansonia*, III, p. 310, tab. IV.
[2] *Adansonia*, IV, p. 159, tab. VII.
[3] *Bluthendiagramme*, I, p. 327.
[4] *Annales sc. nat.*, sér. I, 1844.
[5] *Organigénie comparée*, p. 610, tab. 153.

cette accrescence n'affecte que le tissu sous-jacent aux lobes, sans s'étendre jusqu'à celui qui porte les mamelons staminaux, de sorte que l'insertion des étamines ne varie pas pendant la formation du tube. Or il existe chez les Plumbaginées, groupe voisin des Primulacées, des espèces à fleurs gamopétales dans lesquelles les étamines, à l'état normal, conservent leur indépendance primitive et il est intéressant de voir cette structure de transition entre les deux familles se reproduire accidentellement dans l'une d'elles, ainsi que cela s'est passé chez le Cyclamen Neapolitanum du Grand-Saconnex et les deux autres espèces observées par MM. Baillon et Marchand.

EXPLICATION DE LA PLANCHE

Fig. 1. Première fleur, de grandeur naturelle. S, sépale foliacé.

Fig. 2. Diagramme de la même fleur, *e*, étamines; *f.* organes foliacés; *g*, écailles; *m*, mamelon central.

Fig. 3. Même fleur dont on a enlevé les sépales ainsi que la corolle, pour montrer les organes internes fortement grossis.

Fig. 4. Seconde fleur fortement grossie dont on a enlevé les limbes des sépales ainsi qu'une moitié de la corolle; *s*, support intercalé entre les sépales et la corolle; *g*, écailles.

Fig. 5. Diagramme de la seconde fleur.

Fig. 6. Diagramme de la troisième fleur. P, pistil rudimentaire.

Fig. 7. Ce pistil fortement grossi.

Fig. 8. Coupe transversale du même pistil.



MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
Tome XXIX. — N° 8.

GRAPHIDEÆ FEEANÆ

INCLUS. TRIB. AFFINIBUS

nec non GRAPHIDEÆ exoticæ **ACHARII, EL. FRIESII** et **ZENKERI**

E NOVO STUDIO SPECIMINUM ORIGINALIUM EXPOSITÆ
ET IN
NOVAM DISPOSITIONEM ORDINATÆ

AUCTORE

Dr J. MÜLLER

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1887

GRAPHIDEÆ FEEANÆ

Licheues hoc loco expositi, thallo crustaceo, gonidiis chroolepoïdeis et apotheciis gymnocarpicis nunc orbicularibus, nunc lirelliformibus recognoscendi sunt. Acharianos[1] ex hb. Ach. Helsingforsiæ servati coram habui, insigni benevolentia cl. prof. Norrlin mihi submissos; Friesianos[2] ipsis originalibus ex herbario patris amicissime mihi misit prof. Th. M. Fries; Zenkerianos[3] olim ex hb. Hampeano habui, et Feeanos[4] dein summa benevolentia e Rio de Janeiro utendas dedit cl. Glaziou. Ab eodem fautore non solum Graphideas, sed etiam reliqnos omnes Lichenes a cel. Fée in Essai et Supplément descriptos recepi, quos omnes brevi tempore, e novo studio quasi iterum editurus sum. Pyrenocarpeæ solæ enim operis Féeani hucusque non complete elaboravi, at omnium reliquorum Lichenum revisio, jam peracta, alibi (in cl. Roumeguerii Revue mycologique), simul cum his Graphideis typis curatur.

Conspectus tribuum, subtribuum et generum.

TRIB. I. **Biatorinopsideæ,** apothecia orbiculari-biatorina. — Margo simplex, thallinus apotheciorum nullus, discus non urceolaris.

1. BIATORINOPSIS.

TRIB. II. **Thelotremeæ,** apothecia orbiculari-lecanorina; margo exterior crassus thallinus, interior proprius; discus urceolari-demersus.

[1] Acharius, Prodromus, 1798,; Methodus, 1803; Lichenographia universalis, 1810; Synopsis, 1814.

[2] El. Fries, Vetersk. Akad. Handl. 1820, Systema Orbis vegetab. 1825.

[3] Zenker, in Gœbel, *Pharm. Waarenk.* I, 1827-1829.

[4] Fée, *Essai sur les Cryptogames des écorces exotiques officinales,* 1824; et Supplément à l'Essai, 1837.

1. Ocellularia, sporæ hyalinæ, transversim divisæ, loculi lentiformes.
2. Phæotrema, sporæ ut in Ocellularia, sed fuscæ.
3. Thelotrema, sporæ hyalinæ ut in Ocellularia, sed loculi longitrorsum aut varie diverso gradu divisi.
4. Leptotrema, sporæ parenchymaticæ ut in Thelotremate, sed fuscæ.

Trib. III. **Graphideæ,** apothecia ex orbiculari-lirellina aut ab origine elongata, margine vario, duplice, simplice proprio immerso, aut nullo; discus oblongatus, non aut vix urceolari-demersus (sæpe rimiformis).

Subtrib. I. **Eugraphideæ,** apothecia in thallo sparsa, nec in stromatibus collecta.

A. Apothecia margine duplice aut simplice prædita; sporæ Opegraphæ more transversim divisæ, loculi cylindrici (non lentiformes).

1. Dirina, apothecia extus lecanorina, paraphyses liberæ; sporæ hyalinæ.
2. Platygrapha, apothecia ut in Dirina, paraphyses irregul. connexæ; sporæ hyalinæ.
3. Platygraphopsis, apothecia et paraphyses ut in Dirina; sporæ fuscæ.
4. Opegrapha, margo proprius, simplex; paraphyses connexæ; sporæ hyalinæ.
5. Melaspilea, margo simplex, proprius; paraphyses non connexæ; sporæ fuscæ.
6. Sclerophyton, apothecia immersa, perithecium inferum; paraphyses connexæ; sporæ fuscæ.

B. Apothecia varie marginata; sporæ Graphidis more divisæ, loculi lentiformes, simplices aut parenchymatici; paraphyses non connexo ramosæ.

7. Phæographis, sporæ Graphidis, sed fuscæ.
8. Graphis, sporæ hyalinæ, transversim divisæ, loculi lentiformes, simplices.
9. Graphina, sporæ Graphidis, sed loculi parenchymatici.
10. Phæographina, sporæ parenchymaticæ ut in Graphina, sed fuscæ.

C. Apothecia marginata; paraphyses intricatim connexo-ramosæ, sporæ more Graphinæ parenchymaticæ.

11. Gyrostomum, sporæ fuscæ.
12. Helminthocarpon, sporæ hyalinæ.

D. Apothecia immarginata; paraphyses intricatim connexo-ramosæ; sporæ transversim divisæ, loculi non lentiformes, simplices aut varie divisi.

13. Arthonia, sporæ transversim divisæ, loculi simplices.
14. Arthothelium, sporæ parenchymaticæ.

Subtrib. II. **Glyphideæ,** apothecia in stromatibus distinctis nunc elatis nunc maculiformibus sita.

E. Paraphyses liberæ; sporæ more Graphidis transversim divisæ, loculi lentiformes.

15. Glyphis, sporæ hyalinæ (stromata convexo-elata).
16. Sarcographa, sporæ fuscæ (stromata plus minusve maculiformia).

F. Paraphyses connexo-ramosæ; sporæ more Opegraphæ et Platygraphæ transversim divisæ, loculi non lentiformes (simplices aut divisi), apothecia immersa.

17. Chiodecton, sporæ hyalinæ, loculi simplices.
18. Enterostigma, sporæ demum fuscæ et parenchymaticæ.

Trib. I. BIATORINOPSIDEÆ Müll. Arg.

Apothecia orbiculari-patellaria, (colorato-) biatorina; margo simplex, proprius, thallinus exterior deficiens; discus non urceolari-demersus. — A *Lecideis* et præsertim a *Patellariæ* sect. *Biatorina* differunt gonidiis chroolepoïdeis.

1. BIATORINOPSIS Müll. Arg. L. B. n. 254. Apothecia lecideina, margine proprio cincta (colorata); paraphyses non connexo-ramosæ; sporæ hyalinæ, transversim (semel) divisæ. — Characteres et habitus ut in *Patellariæ* sect. *Biatorina*, sed gonidia sunt chroolepoidea.

Biatorinopsis lutea Müll. Ag. L. B. n. 254. Hujus loci sunt *Lecidea biformis* Fée Ess. p. 11, et *Lecidea hypoxantha* Fée Ess. Suppl. p. 109; *Lecidea patellula* Fée Ess. p. 110, t. 27, f. 3; *Lecidea lutea* Schœr. Enum. p. 147. — Species bene nota. Apothecia omnia v. pro parte hinc inde quam vulgo minora (et subinde expallentia) et illa *B. pineti* (Ach.) simulantia, et tum recognoscenda sporis angustioribus, 8-14 μ longis, 2 $^1/_2$-3 $^1/_2$ (—4) μ latis. — Cinchonicola (ad specim. Féeana).

Trib. II. THELOTREMEÆ Müll. Arg.

Apothecia orbiculari-lecanorina; margo duplex, exterior thallinus, interior proprius, nigricans aut pallidus; discus urceolari-demersus. — Paraphyses omnium liberæ, non intricatim trabeculato-connexæ. — Ab *Urceolariis* recedunt gonidiis chroolepoideis.

1. OCELLULARIA Müll. Arg. Lichenol. Beitr. n. 365; — Spreng. Syst. Veg. 4, p. 237 et 242 pr.p.

Sporæ ut in *Graphidibus*, hyalinæ, transversim divisæ, loculi lentiformes.

A proxima *Ocellularia defossa* Müll. Arg. differt disco non profunde defosso, sporis majoribus et magis divisis. — In cortice Cascarillæ (ad specim. Féeana).

2. PHÆOTREMA Müll. Arg.

Characteres omnes ut in *Ocellularia*, exceptis sporis fuscis.

Phæotrema subfarinosum Müll. Arg.; *Pyrenula subfarinosa* Fée Ess. p. 79 et Suppl. p. 81, t. 41, f. 24; thallus sat albus, tenuis, lævis; apothecia thallo leviter emergente cincta, orbicularia, margine integro, demum latius aperta; discus niger, nudus, $^1/_{20}$-$^3/_{20}$ mm. latus, modice depressus; perithecium undique completum, nigrum, tenue; lamina hyalina; paraphyses conglutinatæ; asci 1-seriatim 8-spori; sporæ mox intense fusco-nigræ, 20-22 μ longæ et 11-12 μ latæ, ellipticæ, utrinque obtusæ, 4-loculares. — Juxta proximum Ceylanense *Phæotrema subconcretum*, sc. *Thelotrema subconcretum* Leighh. Lich. Ceyl. Thwait. n° 89, cujus apothecia non emergunt, locandum est. — In cortice Cinchonarum (ad specim. Féeana).

3. THELOTREMA Müll. Arg.

Thelotrema Ach. et Auct. pr. p., quoad species sporis hyalinis parenchymaticis præditas.

* Sporæ e 5-6-loculari parenchymaticæ.

1. **Thelotrema leucinum** Müll. Arg.; *Thelotrema urceolare* Fée Ess., p. 92 (et hb., sed in tab. 23, f. 1, est species alia) non Ach.; thallus albus, tenuis, sublævis; apothecia sat numerosa, depresso-hemisphærica, v. late truncato-pyramidalia, $^5/_{10}$-$^8/_{10}$ mm. lata, cum thallo concoloria, opaca, lævia, crasse thallino-marginata; margo proprius distinctus, subemergens, niger et crassulus; discus demum latius apertus, $^3/_{10}$-$^5/_{10}$ mm. latus, niger, velamine fugace albido tectus; lamina hyalina; sporæ in ascis linearibus subuniserialiter 8-næ, hyalinæ, 22-26 μ longæ, 8-10 μ latæ, oblongato-ellipsoideæ vel sæpius obovoideæ, 5-loculares, loculi pro majore parte 2-locellati. — Hæc juxta *Th. leucomelanum* Nyl. locanda est, a qua recedit apotheciis paullo minoribus, apertura disci non angulosis et sporis minus divisis. — Cinchonicola (ad specim. Féeana).

4. LEPTOTREMA Montg. et van den Bosch.

In Montg. Syllog. p. 363 (1855), et Lich. jav., p. 57; *Anthracocarpum* Mass. Misc., p. 38 (1856), non Mey.; *Thelotrematis* sp. auct. — Characteres ut in *Thelotremate*, sed sporæ fuscæ.

1. **Leptotrema umbratum** Müll. Arg.; *Pyrenula umbrata* Fée Ess., p. 72 (an Ach.?); *Thelotrema umbratum* Fée Suppl., p. 90; apothecia omnino immersa, margine haud v. vix perspicue prominente sed circa ostialum $^1/_{10}$ mm. latum, orbiculare, nigrum, madefactum fuscum et superficiem thalli attingens annulari-decolorato-pallido; perithecium interius (solum distinctum) undique cum hypothecio albido-hyalinum et tenue; lamina inferne $^1/_6$ mm. lata, hyalina; asci 1-2-seriatim 8-spori; sporæ evolutæ fuscæ, ellipsoideæ, 25-30 μ longæ et 13-15 μ latæ, utrinque obtusæ, 8-loculares, loculi 2-4-locellati. — Species tenellula, extus nonnihil *Ocellulariam albam* et *O. terebratulam* (Nyl. sub *Thelotremate*) simulans, sed sporis longe recedens. — Ad corticem Bonplandiæ trifoliatæ (ad specim. Féeana).

2. **Leptotrema bahianum** Müll. Arg.; *Thelotrema bahianum* Ach. N. Act. Stockh. et Syn., p. 114; Nyl. in Prodr. Nov. Gran., p. 47 (non Fée). Perithecium in sect. intus fulvescenti-subhyalinum (non nigricans); hypothecium obscurato-hyalinum; lamina hyalina; sporæ mox fuscæ, 8-næ, ex 1-seriali subbiseriales, circ. 20-30 μ longæ et 12-15 μ latæ, e 4-loculari 6-loculares, loculi ultimi simplices, reliqui 4 longitrorsum semel divisi. — Var. *obturascens* Nyl. l. c. a planta Acharii non differt nisi apotheciis minus apertis. — Corticolum in Brasilia (ad specim. Ach.) et in Nova-Granata : Lindig nº 2824 (bene conveniens).

3. **Leptotrema urceolare** Müll. Arg.; *Thelotrema urceolare* Ach. Act. Stockh. et Syn., p. 115 (*Thelotrema distinctum* Nyl. Enum. gén., p. 118 (ex ipso auct. in Lich. Exot. Peruv., p. 222); *Ocellularia urceolaris* Spreng. Syst. IV, 1, p. 242. Plantam Acharii haud vidi et dein characterem sporarum, ut a cl. Nyl. l. c. expositus, transcribo : sporæ fuscæ, murali-divisæ, 24-32 μ longæ, 11-14 μ latæ. — Cinchonicola.

* Sporæ 4(-5)-loculares.

1. **Platygrapha undulata** Nyl. Lich. Exot. Peruv., p. 229; *Lecanora undulata* Fée Ess. p. 120, t. 26, f. 1, et Suppl., t. 42, f. 48. — Similis omnino *P. dilatatæ* Nyl. sed microspora. Apothecia demum e lecanorino tortuoso-undulata; perithecium proprium nigrum apice demum denudatum et more *Dirinæ* intra marginem thallinum annulum nigrum tenuem formans, basi crassum et fusco-nigrum; epithecium crassulum, fusco-nigrum; lamina hyalina; paraphyses irregulares; asci angusti, 8-spori; sporæ 17-21 μ longæ, 2 $^1/_2$-3 μ latæ, bacillari-clavatæ, 4-loculares. — Cl. Nyl. l. c. inter hæc specimina formam sporis minoribus tantum 3-septatis suæ *Platygraphæ epileucæ* dintinxit, sed in hac forma nihil video nisi plantam juniorem ipsissimæ *Pl. undulatæ*. Veræ *Pl. epileucæ* cæterum (mihi haud obviæ) adscribuntur sporæ duplo longiores et triplo crassiores. — Cinchonicola in Peruvia (ad specim. Féeana).

2. **Platygrapha dirinea** Nyl. Lich. Exot. Peruv., p. 230 (exclusa *Dirina multiformi* Montg. pro hujus forma allata, cujus paraphyses simplices aut bifidæ, superne infuscatæ, rigidulæ, haud intricatim connexæ, margo thallinus valde evolutus et planta dein vera *Dirinæ* species), *Chiodecton? paradoxum* Fée Ess., p. 64 et dein *Chiodecton paradoxum* ejusd. Suppl., p. 53, t. 40, f. 6 (sporæ false delin.); apothecia solitaria; discus intra marginem thallinum angulosum albo-velatus, dein nudatus et niger; hypothecium nigrum, modice crassum, demum autem magis incrassatum; epithecium fuscescens; paraphyses superne præsertim varie arcuatim connexæ; sporæ circ. 28-30 μ longæ, 2-3 $^1/_2$ μ latæ, 3-septatæ. — In cortice Cinchonæ et Cascarillæ (ad specim. Féeana).

3. **Platygrapha viridescens** Müll. Arg.; *Urceolaria viridescens* Fée Ess., p. 104, et Suppl., p. 99; *Urceolaria Bonplandiæ* Fée Ess., t. 25, f. 3, *Gomphospora viridescens* Mass. Ric., p. 40, f. 69, quam in meis L. B., n° 947 ad *Dirinam* retuli et quacum perithecio interiore proprio etiam lateraliter usque ad apicem producto bene convenit, e novo charactere generico, sc. e paraphysibus valde irregularibus intricatis et partim saltem copiose connexis *Platygraphæ* adscribenda est. — Sporæ hyalinæ, 12-18 μ longæ, 3-4 μ latæ, fusiformes, 4-5-loculares, loculus superior intermediorum sæpe paullo ventricosus. Prope *Pl. dirineam* Nyl. locanda. — In Cortice Bonplandiæ trifoliatæ (ad specim. Féeana).

4. OPEGRAPHA Nyl. Ess., p. 188.

Lirellæ extus margine thallino destitutæ, ambitu variæ; perithecium evolutum; paraphyses inter se connexæ; sporæ hyalinæ, transversim divisæ, loculi recte truncato-cylindrici (non lentiformes).

Sect. 1. EUOPEGRAPHA Müll. Arg.

Lirellæ lecideinæ, ab origine varie oblongatæ, extus non thallinæ; perithecium completum; gonidia chroolepoidea.

* Sporæ 4-6-loculares.

1. **Opegrapha inæqualis** Fée Ess., p. 26, t. 6, f. 1, a cl. Nyl. Lich. Exot. Peruv., p. 229 ad *O. vulgatam* Ach. relata, distincta est et juxta *O. aterulam* Müll. Arg. locanda est, a qua vix nisi thallo flavescente subcartilagineo (cum epidermide confuso) et lamina basi non late fuscidula et perithecio inferne undique crasso distincta est. — Lirellæ ipsæ $^1/_{10}$ mm. latæ et $^1/_{10}$-$^1/_3$ mm. longæ. Lamina undique albo-hyalina. Sporæ (in op. Féean. Supp., t. 39, omnino erronee figuratæ) in specim. orig. rarius occurrunt, attamen intra et extra ascos regulariter 4-loculares, 12-15 μ longas, 3 $^1/_2$-4 μ latas, utrinque angustatas vidi. — In cortice Exostemmatis cariboei (hb. Féean).

2. **Opegrapha agelaea** Fée Ess. Suppl., p. 23, t. 39, f. 14 *bis*; Nyl. Prodr. Nov. Gran. p. 91. Lirellæ ut in vulgari *O. Bonplandi*, sed gregatim approximatæ, vulgo breviores et sporæ demum omnino aliæ, 4-loculares, 12-18 μ longæ, cum halone lato 6-8 μ latæ. — Cinchonicola (ad specim. Féeana).

3. **Opegrapha Melambo** Fée Ess. Suppl., p. 20, t. 39. Planta simillima *O. Bonplandi* var. *minutissimæ*, sed lirellæ pro parte longiores (at æquiangustæ), magis opacæ, et sporæ ex icone omnino aliæ, 4-6-loculares, longiores et multo latiores. In specim. orig. sporas haud observavi et species dein ob summam similitudinem pro statu juniore *O. Bonplandi* haberi potuisset, at hujus sporæ juveniles et evolutæ late hyalino-marginatæ et loculi angustum tantum cylindrum centralem fere ubique æquiangustum efformant, quod identitati graviter obstat. Species cæterum a cl. Nyl. Lich. Exot. Peruv., p. 229, infauste ad *O. atram* Pers., cujus sporæ multo minores, relata fuit. — In cortice Melambo (ad specim. Féeana).

** Sporæ 8-10-loculares.

4. **Opegrapha confusula** Müll. Arg.; *Opegrapha comma* Fée Ess. p. 28, pr. p.; thallus albus, tenuis, subfarinulentus; lirellæ $^1/_5$ mm. crassæ, sæpe 2-3-plo longiores quam latæ, nunc fere orbiculares, simplices, nigræ, innato-sessiles, basi thallino-tectæ, cæterum nudæ; perithecium basi crasso-completum, labia arcte conniventia; lamina hyalina; sporæ in ascis oblongatis 8-næ, juxtapositæ, parallelæ, hyalinæ, 36-40 μ longæ, cum halone 5 μ latæ, anguste fusiformes, 8-loculares. — Prima fronte formam micro-brachycarpam simulat *Graphidis commatis*, quacum in hb. Fée sub hoc ultimo nomine, conjunctim cum simili at valde diversa *Melaspilea heterocarpa* commixta fuit, juxta *O. subvulgatam* Nyl. inserenda est. — Cascarillicola.

5. **Opegrapha Bonplandi** Fée Ess. p. 26; *Graphis? Bonplandiæ Mass.* Mem. p. 109; specimen in cortice Tarobo est *Op. agelaea* Fée (sp. 4-loculares). — In hb. suo cl. Fée undique *Op. Bonplandiæ* scripsit, nomen e substrato desumptum, at in operibus undique *Op. Bonplandi* habet. — Species extus haud certe ab *Op. agelaea* et *Op. prosodea* recognosci potest. Prior tamen facillime recedit sporis parvulis tantum 4-locularibus et ulterior sporis longioribus et multo magis divisis, sc. 10-18-locularibus, loculis demum vix longioribus quam latis. Omnes 3 in hb. Féean. commixtæ sunt.

Var. MEYERI Fée Ess. Suppl. p. 20, t. 35, f. 3, a specie absolute differt, est enim *Graphinæ Balbisii* (Fée) status juvenilis et simul semidestructus (acido? quodam lavatus et alteratus), cujus lirellæ (striatæ) mox vestimento thallino secedente nigræ apparent (Opegrapham simulant) et dein perithecio supero nigro secedente aureo-flavescentes v. subaurantiacæ fiunt. Sporæ non adsunt. — Cl. Fée evidenter hanc non analysi ulli subjecit, etiamsi in iisdem speciminibus lirellæ integræ et nigræ et denudatæ coloratæ copiose adsint. — In cortice Quassiæ excelsæ in insula Guadeloupe (Meissn. in hb. Féean.).

Var. MINUTISSIMA Fée Ess. Suppl. p. 20, est fere nil nisi planta junior speciei, lirellis pro majore parte exiguis abbreviatis, fere orbicularibus, pro parte normalibus, semper leviter gracilioribus; sporæ halone lato cinctæ, cubico-8-10-loculares. — Corticola ex insula Cuba (hb. Féean.).

Var. ABBREVIATA Müll. Arg.; *Opegrapha abbreviata* Fée Ess., p. 25, Suppl. t. 39, f. 2; lirellæ magis abbreviatæ, sporæ visæ 30-45 μ longæ, absque halone circ. $3^1/_4$-$4^1/_2$ μ latæ, anguste fusiformes, 7-9-septatæ, sæpe e hyalino demum olivaceo-

obscuratæ. Lirellæ sæpe magis adpresso-sessiles quam in *O. Bonplandi*, sed character non constans. Thallus in specim. orig. non est albissimus. — Hic dein insuper citanda est *Opegrapha connivens* Fée Ess., p. 148 et Suppl. p. 21, t. 39, f. 9 *bis*, in *Bonplandia trifoliata* crescens, l. c. in descript. et in specim. *Op. Bonplandi*, e qua sporarum icon desumpta est, cum statu valde juvenili aspero cujusdem ignotæ Graphidis sect. Fissurinarum, ut e sectione apotheciorum patet, commixta est. Res nota hujus nominis ergo, ut jam Fée Suppl., p. 21 indigitavit, cum O. Bonplandi confluit.

*** Sporæ circ. 12-15-loculares.

6. **Opegrapha prosodea** Ach. Meth. p. 22; *Opegrapha Bonplandi var. Quassiæcola* Fée Ess., p. 26, t. 5, f. 5, (ex forma angusta et divisione sporarum). Sporarum loculi numerosi, demum vix longiores quam lati. — In cortice Quassiæ (ad specim. Féean.).

Sect. 2. Pleurothecium Müll. Arg. L. B. nº 1042.

Perithecium dimidiatum, reliqua ut in sect. priore.

7. **Opegrapha** (s. Pleurothecium) **enteroleuca** Ach. Syn. p. 78 (exclus. apoth. rotundis); lirellæ $^{2}/_{10}$-$^{4}/_{10}$ mm. tantum longæ et subduplo longiores quam latæ, ellipticæ, utrinque subobtusæ, clausæ, semiemergentes; perithecium basi deficiens (unde sect. apothecii ut in *Graphide scripta*); lamina hyalina; sporæ in ascis subangustis 8-næ, fusiformi-subbacillares, subsigmoïdeæ, utrinque angustatæ, 30-40 μ longæ et 3 μ latæ, visæ evidenter non bene evolutæ, medio 1-septatæ, sed loculi in evolutis verisimiliter magis numerosi. — In eodem specimine occurrunt apothecia orbicularia haud bene servata *Gyrostomi scyphuliferi* ut videtur. — Cinchonicola (ad specim. Ach.).

Sect. 3. Lecanactis Müll. Arg.

Genus *Lecanactis* Körb. Syst. p. 275; Tuck. Gen. p. 193; omnia ut in sect. *Euopegrapha*, sed lirellæ semper aut juventute orbiculares, sublecideinæ, dein varie oblongatæ, extus non margine thallino crasso cinctæ at sæpe thallino-pulveraceæ; perithecium completum, basi incrassatum, labia lateralia emergentia. — A *Platygrapha* differt apotheciis margine thallino distincto prominente destituta.

8. **Opegrapha** (s. LECANACTIS) **Féeana** Müll. Arg.; *Arthonia confluens* Fée Ess., p. 55, quoad plantam in *Jacquiniæ* cortice « apotheciis aterrimis et thallo calceo-albo. » — Thallus calceo albus, crassiusculus, effusus, lævis, demum subfarinosus; apothecia $^{3}/_{10}$ mm. lata, nigerrima, immersa, plana, semper nuda, margine nigro demum distincte prominente prædita, orbicularia, v. angulosa v. obtuse et breviter astroïdeo-angulosa, nunc 2-4-seriatim in lirellam subnodosam confluentia; perithecium basi crassius, literaliter subtenue, primum spurie thallino-coronatum; epithecium obsoletum, fuscidulum; lamina subhyalina; hypothecium supra basin perithecialem crassiuscule fuscidulum; paraphyses intricatim connexo-ramosæ; asci oblongati, 8-spori; sporæ hyalinæ, 17 μ longæ, 5-6$^{1}/_{2}$ μ latæ, late digitiformi-fusiformes v. utrinque obtusæ, 6-loculares. — Guadeloupe, in cortice Jacquiniæ armillaris (ad specim. Féeana).

9. **Opegrapha** (s. LECANACTIS) **Quassiæ** Müll. Arg.; *Lecidea Quassiæ* Fée Suppl. p. 104, t. 42. f. 13; *Opegrapha pluriloculari*s (Nyl.) v. *pruinosa* Müll. Arg. L. B. n° 534, — Species loculis cubicis in lato halone facile distinguenda. — Quassiæcola (ad specim. Féeana).

5. MELASPILEA Müll. Arg.

Hujus partes sunt : *Melaspilea* Nyl. Prodr. p. 170; Tuck. Gen. p. 96; Almquist Monogr. Arthon. p. 8; *Melanographa* Müll. Arg. L. B. n° 535. Apothecia in thallo sparsa, lirellina; perithecium evolutum; paraphyses non clathratim connexæ, firmæ; sporæ fuscæ, transversim divisæ. — Genus in *M. arthonioidem* conditum, ubi perithecium tantum rudimentarium, diu arthoniaceum creditum, melius opegraphinum est et ampliore sensu a meo genere *Melanographa* definite generice distingui non potest, quod dein prioritatis causa antepositum est. Genus more *Opegraphæ*, *Graphinæ*, aliorumque polytypicum et species in sectiones distinctas ordinandæ sunt. — Sporæ omnium notarum aut 2-aut 4-loculares.

Sect. 1. HOLOGRAPHA Müll. Arg.

Perithecium completum; labia conniventia; discus rimiformis. — Hic pertinent : *Melaspilea lentiginosa* (Leight. sub *Opegrapha*); *M. opegraphoides* Nyl. Prod. Nov. Gran. p. 111; *M. brachycarpa* Müll. Arg. L. B. n° 302; *M. microspilota* Nyl. Syn. Lich. Nov. Caled. p. 68; *Melaspilea microcarpa*, sc. *Melanographa microcarpa* Müll. Arg. L. B. n° 536; *Melaspilea leucina*, sc. *Melanographa leucina* Müll. Arg. L. B. n° 537 (ultimæ 2 sporis 4-locularibus, reliquæ 2-locularibus præditæ).

Sect. 2. Hemigrapha Müll. Arg.

Melanographæ sect. *Hemigrapha* Müll. Arg. L. B. nº 547.
Perithecium basi sub lamina deficiens; labia conniventia; discus rimiformi-angustus.
Hujus loci sunt : *Melaspilea asteriscus*, sc. *Melanographa asteriscus* Müll. Arg. L. B. nº 548; *Melaspilea tenellula*, sc. *Melanographa tenellula* Müll. Arg. L. B. nº 690; *Melaspilea tribuloides* sc. *Opegrapha tribuloides* Tuck. Gen. p. 199; *Melaspilea interalbicans*, sc. *Opegrapha interalbicans* Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 92 (omnes 4 sporis bilocularibus gaudent), et dein species sequentes duæ :

* Sporæ 2-loculares.

1. **Melaspilea** (s. Hemigrapha) **comma** Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 112; *Opegrapha comma* Ach. Syn. p. 73, quoad specimen americanum in cortice Cascarillæ; similis *Graphidi Lineolæ* Ach., sed sporæ 2-loculares, graciliter obovoïdeæ, 11-16 μ longæ, 5-6 μ latæ, medio constrictiusculæ, hyalinæ visæ, sed verisimiliter dein fuscæ; perithecium nigrum, validum, laterale, sc. basi deficiens. — Cascarillicola (ad specim. Achar. et alia).

** Sporæ 4-loculares.

2. **Melaspilea** (s. Hemigrapha) **heterocarpa** Müll. Arg.; *Opegrapha heterocarpa* Fée Ess., p. 29, t. 6, f. 2, Suppl. p. 23; *Opegrapha myriocarpa* Fée Ess., p. 29, t. 6, f. 4 nullo charactere recedens; *Opegrapha comma* Fée Ess., p. 28, pr. p.; *Opegrapha gracilis* ejusd. Suppl. p. 22, pr. p. Thallus albus, tenuis, subfarinulentus; lirellæ ex elliptico lineares, simplices vel etiam astroïdeo-v. depauperatim astroïdeo-ramosæ, raro divergenter 1-ramuligeræ, demum majore parte emersæ, nigræ, hiantes et discum albo-pruinosum sæpe denudantes; perithecium laterale, labia basi divergentia; lamina cum hypothecio hyalino-albida; epithecium fuscidulum; sporæ in ascis oblongatis 8-næ, 13-16 μ longæ et $3^1/_2$-5 μ latæ, 4-loculares, primum angustiores et hyalinæ, dein latiores et fuscæ. — Semel in eadem lamina vidi sporam in asco monstrose unicam 6-locularem et majorem. — Planta extus perfecte cascarillicolam *Graphidem comma* simulat, et in hb. Fée hoc sub nomine cum genuina *Graphide commate* et aliis mixta occurrit. Quod a cl. Nyl. (in Prodr. Nov. Gran. p. 75 sub *Graphide heterocarpa* (excluso syn. allato Féeano) describitur est diversissimum. — In cortice Cascarillæ (hb. Fée, et ex hb. Zenk.).

specim. orig. Friesii, et ex hb. Hamp.) et in Texas : E. Hall (a cl. Willey benevole communic.).

6. **Melaspilea** (s. EUMELASPILEA) **Esenbeckiana** Nyl. Enum. gén. p. 134; *Melanotheca Esenbeckiana* Fée Suppl. p. 71 ; omnia ut in *M. Graphidis*, sed apothecia ambitu irregulariter orbicularia, ampliora et sporæ ambitu paullo longiores, minus æqualiter biloculares, loculus inferior distincte angustior. — Ad corticem Exostemmatis in St-Domingo (ad specim. Féean.).

7. **Melaspilea** (s. EUMELASPILEA) **cicatrisans** Müll. Arg.; *Opegrapha cicatrisans* Ach. Syn. p. 78; thallus tenuissimus, lævis, virens v. indistinctus; apothecia $^1/_2$-$^3/_4$ mm. longa, $^1/_5$ mm. lata, oblongata, simplicia v. breviter bifurcata, innato-sessilia v. undulato-subdeplanata, nigra et opaca; margines tumidi (post casum thalamii partim persistentes et juxta fundum pallidum lineas nigras duas parallelas efficientes); hypothecium hyalinum v. demum modice obfuscatum; asci elongato-obovoidei, 8-spori; sporæ e hyalino demum fuscæ, 21-25 μ longæ, 9-10 μ latæ, 2-loculares, loculi æquilongi, superior latior. — Thallus tenuissime excavato-punctatus, ut ab illustr. Ach. describitur, non occurrit, sed corticis cellulæ delapsæ tantum sub microscopio modice augente tales apparent. — Corticola in Guinea (ad specim. Ach.).

8. **Melaspilea** (s. EUMELASPILEA) **Zenkeriana** Müll. Arg.; *Melanographa Zenkeriana* Müll. Arg. L. B. n° 859; *Verrucaria aspistea* Zenk. in Gœb. Waarenk. I, p. 193, t. 25, f. 4 (non Ach.); in meis L. B. l. c. descripta, at addendum : apothecia demum margine tenui retracto late aperientia. — In cortice *Bonplandiæ trifoliatæ* (ad specim. orig. Zenk.).

— Quarta hujus generis est sectio *Melaspileopsis* Müll. Arg., omnino cum s. *Eumelaspilea* congruens, excepto perithecio basi completo. — Hujus loci est *Melaspilea diplasiospora*, sc. *Opegrapha diplasiospora* Nyl. Prodr. Nov. Gran. p. 92.

6. SCLEROPHYTON Eschw. Syst. Lich., p. 25, f. 8.

Graphidis sp. Fée.; *Platygraphæ* sp. Nyl. — Ab Opegrapha differt sporis fuscis et a *Melaspilea* paraphysibus intricatim connexis. Sporæ Melaspileæ.

Sclerophyton evanescens Müll. Arg.; *Graphis evanescens* Fée Ess. p. 35, t. 8, f. 2; *Platygrapha evanescens* Nyl. Lich. Exot. Peruv.-Boliv. p. 230; fere omnino

cum *Sclerophyto elegante* Eschw. congruit et toto habitu, lirellis gracillimis immersis et sporis demum fuscis cæterumque consimilibus omnino est ejusdem generis et specifice vix nisi lirellis distincte latioribus et simul brevioribus differt. Lirellæ $^1/_{20}$-$^1/_7$ mm. latæ; hypothecium crassum, hippocrepicum, profunde immersum, nigro-fuscum, utrinque superne in margines spurios hyalinos non emergentes abiens; discus planus, nudus, v. plano-concavus, non emergens; lamina alta, hyalina; paraphyses valde tenellæ et connexæ; asci oblongo-obovoidei, 8-spori, apice non incrassati; sporæ 16-18 μ longæ, 6-7 μ latæ, obovoideo-oblongæ, utrinque obtusæ, e hyalino fuscescentes, 4-loculares, loculus superior leviter major. — A genere *Platygrapha* differt defectu marginis cingentis thallini et sporis fuscidulis. — Hic etiam pertinet *Platygrapha interrupta* Leight. Lich. Ceyl. n° 152 (non Nyl. et exclus. Syn. Fée). — In cortice Cinchonæ e Jamaica (vidi specim. Féeana) et in Ceylonia (Thwait.).

7. PHÆOGRAPHIS Müll. Arg. Lichenol. Beitræge n° 454.

Characteres omnino ut in *Graphide*, sed sporæ fuscæ. — *Obs.* Lamina in hoc genere sæpius valde resinoso-tenax et paraphyses aegre discernendæ, sed adhibita guttula acidi sulfurici mox clare perspicuæ evadunt, graciles, vulgo simplicissimæ, tenellæ, non connexæ.

Sect. 1. Solenothecium Müll. Arg. L. B. n° 528.

Perithecium completum, nigrum; labia non sulcata; discus rimiformis.

1. **Phæographis** (S. Solenothecium) **subbifida** Müll. Arg.; *Graphis subbifida* Zenk. ap. Gœb. Pharm. Waarenk. I, p. 146, t. 17, f. 2; apothecia gracilia, integra, et semel v. bis bifurcata, $^1/_8$ mm. lata, inferne albo-corticata; labia lævia, arcte clausa, demum late hiantia et laminam albidam denudantia; perithecium basi completum, nigrum; sporæ in ascis 8-næ, oblique imbricatæ, cylindrico-ellipsoideæ, utrinque late obtusæ, 20-25 μ longæ et 7-9 μ latæ, (4-)6-loculares. — Habitu nonnihil *Phæographidem leucocheilam* refert, ubi autem structura lirellarum omnino alia. — Cinchonicola (ad specim. Zenk.).

Sect. 2. Schizographis Müll. Arg.

Perithecii dimidiati labia conniventia, nigra, longitrorsum lamellato-fissa; discus angustus, niger.

2. **Phæographis** (S. Schizographis) **sordida** Müll. Arg.; *Graphis sordida*

Fée Ess., p. 42, t. 12, f. 6 et Suppl. t. 39. Graph. f. 24; perithecium dimidiatum; labia sub strato thallino lamellatim fissa, demum nudata, primum arcte conniventia; hypothecium sub lamina crassum, hyalinum; sporæ ex auct. 4-loculares, exiguæ. — Specimina hb. Fée, mihi obvia, sporis evolutis carent. — In cortice Cinchonarum (ad specim. Féean.).

Sect. 3. MELANOBASIS Müll. Arg. L. B nº 455.

Perithecii labia nigra, integra, late aperta, extus thallino-duplicata, basis sub lamina valide incrassata; discus planus, subniger,

3. **Phæographis** (S. MELANOBASIS) **Patellula** Müll. Arg. L. B. nº 455; *Arthonia Patellula* Fée Suppl. p. 41, t. 40, f. 13; *Graphis Patellula* Mass. Mem. p. 111, Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 227 (exclus. Syn. Eschw.); *Graphis separanda* Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 81 (ab ipso l. c. p. 565 pro *Graphide Patellula* Fée recognita). — Characteres interiores jam a cl. Nyl. Prodr. Nov. Gran. p. 81 expositi sunt. Apothecia pro parte orbicularia, pro parte elliptica, sesqui v. bis longitudine diametrum æquantia. — Cinchonicola (ad specim. Féean. et Lindig.).

Sect. 4. PLATYGRAMMA Müll. Arg. L. B. nº 458.

Genus *Platygramma* Mey. Fl. p. 332. — Lirellæ late apertæ; perithecium completum, undique tenue; discus planus, subniger.

4. **Phæographis** (S. PLATYGRAMMA) **dendritica** Müll. Arg. L. B. nº 458; *Arthonia sulphurea* Fée Ess. p. 50 Suppl. p. 36, t. 40, f. 3; thallus in specim. hb. Fée potius argillaceo-albidus quam sulphureus et lirellæ non superficiales sunt. — A *Graphide dendritica* auct. non differt, olim a cl. Nyl. (Lich. Exot. Peruv. p. 231) pro var. suæ *Lecanactidis divergentis* declarata fuit. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

Var. β OBTUSA Müll. Arg.; *Hymenodecton dendriticum* γ *obtusum* Leight. Graphid. p. 44; *Arthonia sinensigrapha* Fée Ess. p. 50, t. 14, f. 3 et Suppl. p. 36, t. 40, f. 1; *Graphis sinensigrapha* Mass. Mem. p. 111; perithecium lateraliter et subtus completum, undique tenue, nigro-fuscum; sporæ 25-42 μ longæ, 7-9 μ latæ, 8-10-loculares, fuscidulæ. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

Var. γ DIVERGENS Müll. Arg.; *Arthonia divergens* Fée Ess. p. 52, t. 14, f. 1. Suppl.

p. 38, t. 40, f. 7, a cel. Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 227 ad suam *Graphidem diversam* (non ejusd. Syn. Lich. Nov. Caled. p. 74) retulit, sed l. c. res diversissimas coadunavit et characterem distinctivum haud exposuit. Lirellæ sæpe valde elongatæ, validiusculæ, astroideo-ramosæ, undulato-tremulantes; perithecii structura et sporæ omnino speciei, hæ circ. 40-50 μ longæ et 9-12 μ latæ, 10-loculares. — *Graphis divergens* Mass. Mem. p. 111, *Lecanactis divergens* Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 231. In hac planta lamina primo visu haud intelligibilis est et paraphysibus distinctis omnino destituta apparet ob insignem granulositatem qua penetrata est, et hæc erat ratio cur genus *Lecanactis* hoc sensu a cl. Nylander stabilitum fuit. Sed hic character, ut jam antea pro *Phæographina Montagnei*, sc. *Lecanactide Montagnei* Nyl. Enum. gén. p. 134 in meis L. B. n° 156 exposui, omnino pro distinctione generica est decipiens. Si lamina acido sulphurico tractatur, quo granulositas plus minusve solvitur, paraphyses omnino normales capillares et simplices denudantur et pulchre observari possunt. Omnino similiter aliæ *Phæographides* et *Graphinæ* se habent, e. gr. vulgatissima *Phæographis scalpturata*, et specimina europæa ipsa *Phæographidis dendriticæ* etiam congruunt. — Cinchonicola (planta in cortice Cascarillæ est *Phæographina pachnodes*), (ad specim. Féean.).

Sect. 5. HEMITHECIUM Müll. Arg. L. B. n° 459.

Perithecium laterale, sub lamina deficiens; discus planus, subniger.

5. **Phæographis** (s. HEMITHECIUM) **inconspicua** Müll. Arg.; *Graphis inconspicua* Fée Ess. p. 39, omnino refert formam valde tenellam *Phæographidis inustæ*, a qua tamen recedit lirellis tantum $^1/_{10}$-$^1/_8$ mm. latis, perithecio in sectione vulgo tantum superne indicato et sporis constanter 4-locularibus, parvis, 13-17 μ longis et 5-6 μ latis. — Lirellarum discus in specim. sæpe partim delapsus et rimulæ dein fuscæ adsunt Fissurinam simulantes. In cortice Cinchonarum (ex specim. Féean.).

6. **Phæographis** (s. HEMITHECIUM) **Laubertiana** Müll. Arg.; *Graphis Laubertiana* Fée Ess. p. 41, t. 7, f. 3, Suppl. t. 39, Graph. f. 21; Krplh. Lich. Glaz. p. 70; lirellæ creberrimæ, erumpenti-aperientes, marginibus thallinis conniventibus subtectæ; discus planus, angustus, fusco-niger et nudus, cito ex parte elabens et lirellæ tum aurantiacæ v. fulvescentes v. ferrugineæ; perithecium fuscum, inferne subpallidius et tenue, sub lamina deficiens; sporæ mox fuscæ, in ascis 6-8-næ, 4-6-locu-

lares, 16-22 μ longæ, 6-8 μ latæ. — Prope *Phæographidem inconspicuam* locanda est. (Ad specim. Féeana).

7. **Phæographis** (s. HEMITHECIUM) **leucocheila** Müll. Arg.; *Arthonia leucocheila* Fée Ess. p. 52 (inclus. v. pallida) et Suppl. p. 38, t. 40, f. 6. Lirellæ tenues, fissurinaceæ, extus thallino-vestitæ (post casum laminæ cicatricem fulvam relinquentes), perithecii lateralis labia mediocria, fusco-nigricantia; hypothecium basi profunde hyalinum v. ima basi subinde obscuratum; asci 8-spori; sporæ fuscæ, 6-loculares, 32-38 μ longæ et 13-14 μ latæ. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

8. **Phæographis** (s. HEMITHECIUM) **tortuosa** Müll. Arg.; *Graphis tortuosa* Ach. Syn. p. 85; apothecia $^1/_4$ mm. lata, gracilia, ramosa et varie arcuato-curvata; discus albo-pulverulentus, planus, in hac sectione tamen angustiusculus; perithecii labia distincte emergentia, nigra, basin versus in sectione sæpius mox evanescentia; lamina cum hypothecio angusto hyalina v. hoc potius fulvo-hyalinum, illa spumoso-vesiculosa (Lecanactidis Nyl.); asci 8-spori; sporæ 2-seriales, fuscescentes, cylindrico-ellipsoïdeæ, utrinque late obtusæ, 6-loculares. — Prope *Ph. leucocheilam* et *Ph. inustam* locanda, priore longe validior et discus albo-pulverulentus, quam in posteriore minus latus minusque nudato-apertus, sc. labiis paullo emergentibus et crassioribus cinctus est. — Habitu *Phæographinam pachnodem* simulat — Cascarillicola in Ind. occid. evidenter rarissima (ad specim. Ach.).

9. **Phæographis** (s. HEMITHECIUM) **inusta** Müll. Arg. L. B. n° 459; *Graphis inusta* Ach. Syn. p. 85, e specim. orig. Ach., est planta hoc sub nomine bene nota et geographice latissime distributa. Perithecium basi deficiens, sed infra laminam interdum medio occurrit zonula paullo infuscata. Lamina spumoso-vesiculosa apparet. Lirellæ visæ paullo graciliores quam in *Ph. inusta* v. *obtusata* Müll. Arg. — (Ad specim. Acharii).

10. **Phæographis** (s. HEMITHECIUM) **decipiens** Müll. Arg.; *Opegrapha condaminea* v. *cartilaginea* Fée Ess. p. 30; thallus ochraceo-v. cupreo-argillaceus, tenuis, lævigatus; lirellæ $^1/_{10}$-$^1/_8$ mm. latæ, 2-5-plo longiores quam latæ, simplices, rectæ et curvatæ (subsimiles iis *Graphidis commatis*), innato-sessiles, extus thallino-vestitæ; discus ob labia conniventia acuta dein angustus, planus, niger; epithecium fuscum, lamina cæterum cum hypothecio hyalina, basi late truncata; sporæ in ascis 8-næ, subbiseriales, cito fuscæ, oblongo-ellipsoideæ, circ. 25μ longæ et 10-12 μ latæ, 6-

loculares. — Proxima *Ph. subdividenti* (Leight., sub *Graphide*), quæ micro-stenospora, in vicinitate *Ph. inustæ* locanda est. — Ob labia diu sat conniventia affinitas vix nisi in sectione verticali clare apparet et species prima fronte potius pro forma *Graphidis commatis* haberi posset. — In Cinchona Caribæa : Sw. (ad specim. Féean.).

Sect. 6. Phæodiscus Müll. Arg. L. B. nº 462.

Perithecium laterale, sub lamina deficiens, subnigrum, extus non tectum; discus planus, fuscus.

11. **Phæographis** (s. Phæodiscus) **Cascarillæ** Müll. Arg. L. B. nº 462; *Graphis Cascarillæ* Fée Ess. p. 34, t. 8, f. 5-6 (ibidem erronee sub *G. tortuosa*, quod ab ipso Fée Suppl. p. 27 rectificatum fuit, ubi autem syn. *Gr. tortuosæ* infeliciter receptum est). — Quod antea ex hb. Hampeano habui bene cum specim. orig. Féeanis *Graphidis Cascarillæ* quadrat. Margines perithecii vulgo tantum superne infuscati sunt. — Tota extus *Ph. dendriticam* (Ach.). Müll. Arg. L. B. nº 458 simulat, cujus hypothecium aliud et sporæ ambitu et divisione aliæ. — In cortice Cascarillæ.

Sect. 7. Pyrrhographa Müll. Arg. L. B. nº 465.

Perithecium laterale (extus thallino-tectum), sub lamina deficiens aut pallidum; discus late apertus, subsanguineus.

* Sporæ 6-10-loculares.

12. **Phæographis** (s. Pyrrhographa) **hæmatites** Müll. Arg. L. B. nº 465: *Graphis hæmatites* Fée Ess. p. 45, t. 12, f. 1 et Suppl. t. 39 Graph. f. 29; Zenk. in Gœb. Pharm. Waarenk. II, p. 130, t. 15, f. 4 (fide specim. orig. Zenk.), jam in meis Lich. Beitr. nº 465 ad *Phæographidem* retuli. Thallus pallidius v. obscurius olivaceus, cartilagineo-lævis; lirellæ $^3/_{10}$-$^4/_{10}$ mm. latæ; discus primum rufo-niger, dein mox detergendo puniceo-sanguineus; sporæ circ. 25-35 μ longæ, 9-11 μ latæ, 6-10 loculares, e hyalino-fulvo v. rufo fuscæ. — Cinchonicola in Peruvia (specim. Féean.), in Nova-Granata, Guyana, Brasilia et Florida.

13. **Phæographis** (s. Pyrrhographa) **cinnabarina** Müll. Arg.; *Graphis cinnabarina* Fée. Ess. p. 44, t. 13, f. 4, Suppl. t. 39 Graph. f. 27. — Perithecium fulvo-fuscum v. rufo-fuscum, laterale crassum, basi quidem æquicrassum sed palli-

dius, hypotheciale fulvum; epithecium rufo-fuscum, granulosum; lamina fulvescenti-hyalina; asci 8-spori; sporæ e hyalino mox fulvo-v. rufo-fuscæ, 18-24 μ et ultra longæ, 6-8 μ latæ, 4-8-loculares. — Ab hac dein non differt *Graphis fulminatrix* Zenk. in Gœb. Pharm. Waarenk. II p. 147, t. 17, f. 7 (fide specim. orig. Zenk.), nec *Graphis atrosanguinea* ejusd. l. c. p. 150, t. 17, f. 9 (statu madefacto repræsentata), cujus lirellæ (ex specim. orig. Zenk.) siccæ nigræ v. rufo-nigræ; sporæ 20-37 μ longæ, 8-9 μ latæ, 6-9-loculares. Pro varietate distincta haberi nequit. — In Cinchonis in Peruvia (ad specim. Féean. et ex hb. Hamp.).

— β DISTANS Müll. Arg.; *Graphis distans* Fée l. c. p. 44; *Gr. cinnabarina β distans* Fée Suppl. p. 51, thallus obsolete granuloso-inæqualis, cæterum lævis ut hinc inde in forma genuina speciei; lirellæ minus confertæ, sæpe longiores et magis parallelæ. — Cinchonicola in Peruvia.

Obs. In Féeana icone citata lirellæ nimis dilute tinctæ sunt, ex specim. Féean. vix aliter coloratæ sunt ac in *Gr. hæmatite*, sed multo graciliores et thallus albidus.

** Sporæ 15-18-loculares.

14. **Phæographis** (S. PYRRHOGRAPHA) **aurantiaca** Müll. Arg.; *Graphis? endocarpa* Fée Ess. p. 49, t. 13, f. 5 (quoad specim. in Cascarilla) et Suppl. t. 39, Graph. f. 40. — E sporis et ic. cit. 5. a. hæc præsertim pro *Gr.? endocarpa* Fée habenda est, sed in descript. *Arthoniæ* species 2 cum ea ab auctore commixtæ fuerunt, et nomen *endocarpa*, propter apothecia profunde immersa, ex *Arthonia Cinchonæ* Müll. Arg. habitu et sporis omnino recedente desumptum est et dein mutari debuit. — Lirellæ in eodem thallo sat ludentes, nunc breviusculæ ut in icone 5 a, nunc ambitu 2-3-plo longiores, primum thallo utrinque assurgente marginatæ et fere clausæ, mox autem denudatæ et discus tum late apertus, nudus, sanguineo-v. rubello-aurantiacus; perithecium vix superne in angulis leviter colore indicatum, cum hypothecio hyalinum; epithecium aurantico-hyalinum; asci 8-spori; sporæ cinnabarino-fuscidulæ, obtuse fusiformes, 15-18-loculares, circ. 40-50μ longæ et 8-9 μ latæ.— Prope Phæogr. cinnabarinam locanda. — In cortice Cascarillæ in Jamaica (ad specim. Féean.), admixto insuper specimine in Melambo cum *Arthonia subrubella* Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 98).

8. GRAPHIS Müll. Arg.

Graphis Ach. Lich. Univ. p. 46 pr. p. et Auct. pr. p. Apothecia lirellaria; perithecium proprium (nudum aut thallino-corticatum); laminæ paraphyses haud connexo-ramosæ; sporæ hyalinæ, transversim divisæ; loculi lentiformes.

Sect. 1. Aulacogramma Müll. Arg. L. B. nº 453.

Perithecium nigrum, basi completum; labia conniventia, longitrorsum sulcata; discus rimiformis, niger.

1. **Graphis** (s. Aulacogramma) **calcea** Mass. Mem. p. 111, *Opegrapha calcea* Fée Ess. p. 28 et Suppl. p. 22, t. 39, f. 13; thallus crassiusculus, mollis, inæqualis, subfarinulentus; lirellæ breves, superne tantum emersæ; perithecium basi crasse completum et lateraliter et subtus irregulariter sublamelloso-costatum, labia superne vulgo leviter sulcata et pro parte lævia. Lirellæ de supra visæ vix hinc inde sulcatæ, sulci enim sub strato thallino vestiente vulgo occulti sunt. Habitus ut in *Gr. commate*, sed lirellæ magis immersæ et perithecium basi valde incrassato-completum. Sporæ mihi non obviæ, ex indicatione Féeana similes iis *Gr. commatis* — Cascarillicola (ad specim. Féean.).

2. **Graphis** (s. Aulacogramma) **subcurva** Zenk. in Gœb. Pharm. Waarenk. I, p. 141, t. 16, f. 6; perithecium nigrum, basi crasse integrum; labia 1-sulcata et integra, extus altius thallino-corticata, demum superne latius nuda; discus angustus, demum hianti-aperiens et nonnihil albo-pruinosus; sporæ in ascis 8-næ, in ascis paralleliter sitæ et ascis fere æquilongæ, 80-95 μ longæ, 11-12 μ latæ, 20-30 loculares. — Habitu quasi medium tenet inter vulgarem tenuiorem et magis microsporam *Gr. duplicatam* et crassiorem magis thallino-vestitam *Gr. cineream* Fée, huic tamen characteribus affinior. — Cinchonicola (ad specim. Zenk.).

3. **Graphis** (s. Aulacogramma) **cinerea** Fée Ess. p. 37, t. 10, f. 3 (jam a cl. Nyl. Prodr. Nov. Gran. p. 77 et Lich. Peruv. Boliv. ad *Gr. tumidulam* relata); *Graphis scaphella* Mass. Mem. p. 111 (exclus. Syn. Ach.); *Opegrapha scaphella* Fée Ess. p. 31 et Suppl. p. 25, t. 39, f. 21 (non Ach.); *Opegrapha enteroleuca* Fée Ess. p. 31 et Suppl. p. 25 (status vetustior, at in lirellis bonis immixtis sporas vidi), et dein *Opegrapha tumidula* Fée Ess. p. 32, t. 10, f. 6 et Suppl. t. 39, f. 25 (ubi labia sæpe vix distincte sulcata aut pro parte tantum sulcata, cæterum ad amussim cum *Gr. cinera* Fée convenientia). — Lirellæ simplices, validæ, tumidæ, juniores fere usque ad sulcum disci thallino-duplicatæ, demum partim superne nudatæ, labia longitrorsum profunde sulcata v. ex parte non sulcata, conniventia, rigida; perithecium basi crasso-completum; discus angustus, valde concavus; lamina hyalina; asci 1-3-

spori; sporæ hyalinæ, maximæ, usque ad $^{1}/_{4}$ mm. longæ s. 130-250 μ longæ, 20-38 μ latæ, fusiformes, 20-33-loculares. — Cinchonicola (ad specim. Féeana).

— β CONGLOMERATA Müll. Arg.; *Opegrapha conglomerata* Fée Ess. p. 32, t. 13, f. 1; *Graphis conglomerata* Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 227, a planta genuina speciei non differt nisi lirellis pro parte majoribus, subtortuosis, et pro parte gregatim confertis aut subaggregatis. Labia leviter aut levissime tantum sulcata. — Cinchonicola (ad specim. Féeana).

4. **Graphis** (S. AULACOGRAMMA) **vestita** El. Fries Syst. Orb. Veg. p. 288; thallus subobscure argillaceus; lirellæ sessiles, $^{2}/_{3}$ mm. latæ, 1-2 (rarius 2 $^{1}/_{2}$-3) mm. longæ, simplices, elatæ, basi nonnihil constrictæ, apice obtusissimæ, in sectione subcylindricæ, lævigatæ, usque ad rimulam linearem nigram et rectam undique thallino-corticatæ; labia crassa, arcte conniventia, superne demum nonnihil denudando-nigrescentia et tum distincte sed leviter longitrorsum sulcata: perithecium nigrum, basi integrum; lamina hyalina; asci 2-3-spori; sporæ fusiformes, utrinque obtusæ, evolutæ circ. 150 μ longæ et 17-26 μ latæ, 17-20-loculares. — Forma apotheciorum ut in *Gr. oryzæformi* (Fée Ess. t. 10, f. 2), sed perithecium nigrum et sporæ omnino aliæ. — A proxima *Gr. anguilliformi* Tayl. differt lirellis magis elevatis, crassioribus, abbreviatis, demum distincte sulcato-striatis et sporis majoribus et geminatis aut ternatis. Loculi sporarum semper simplices. — In cortice Cinchonæ regiæ (ad specim. hb. Friesii).

Sect. 2. SOLENOGRAPHA Müll. Arg. L. B. nº 445.

Perithecium completum, nigrum, labia conniventia, haud sulcata; discus angustus, niger, subrimiformis.

* Sporæ 6-8-loculares.

5. **Graphis** (S. SOLENOGRAPHA) **intricata** Fée Ess. p. 42, t. 9, f. 3 et Suppl. t. 39. Graph. f. 23; lirellæ valde elongatæ, tenellæ et peculiariter gregatim radiantes, novellæ non thallino vestitæ, superne saltem nudo-nigræ, extus autem plus minusve crasse thallino-duplicatæ ut in *Gr. Pavoniana*, bene evolutæ $^{1}/_{6}$-$^{1}/_{5}$ mm. latæ; perithecium integrum, labia non sulcata; sporæ in ascis 6-8-næ, hyalinæ, circ. 14 μ longæ et 5 $^{1}/_{2}$ μ latæ, 6-loculares, sed visæ nondum bene evolutæ et verisimiliter demum modice longiores et paullo magis divisæ. — Juxta *Gr. compulsam* Krplh. et *Gr. stenographam* Müll. Arg. locanda est. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

6. **Graphis** (s. SOLENOGRAPHA) **conferta** Zenk. ap. Gœb. Pharm. Waarenk. I, p. 166, t. 22, f. 2; apothecia emerso-elata, sessilia, lineari-cylindrica, basi tota longitudine demum constricta, extus halone thallino primum vestita, dein nuda et aterrima; labia integra, arctissime arcuato-conniventia, demum non hiantia; perithecium basi crasse integrum; sporæ in ascis 8-næ, 38-42 μ longæ, 11-13 μ latæ, 8-loculares. — Extus *Graphinam Ruizianam* in mentem revocans, nulli nisi *Graphidi compulsæ* Krplh. et *Gr. virenti* Müll. Arg. arcte affinis, sed ab utraque simul lirellis ore semper arctissime clausis, nec demum ibidem sulcato-depressis et sporis majoribus ambitu magis obesis diversa est. — Cinchonicola, sed rarissima, a cl. auct. semel visa (ad specim. Zenk.).

** Sporæ 12-22-loculares.

7. **Graphis** (s. SOLENOGRAPHA) **subimmersa** Mass. Mem. p. 111; Krplh. Lich. Warm. p. 390; *Opegrapha subimmersa* Fée Ess. p. 27, t. 6, f. 3 et Suppl. p. 21, t. 39, f. 8 (excl. loco p. 27 in Cinchonis). Planta extus formam brachycarpam feracem *Graphidis commatis* accurate refert, sed lirellæ verticaliter sectæ basi undique sub hypothecio nigræ, v. leviter attenuato-nigræ sunt, imo in sect. longitudinali (*Gr. comma* e contra offert, saltem in parte media longitudinis, perithecium dimidiatum sc. basi deficiens), et sporæ 8-næ, multo majores, 50-65 μ longæ et magis divisæ, 12-14-loculares sunt. Erga *Gr. comma* se habet ut *Gr. assimilis* erga *Gr. scriptam*. — Corticola in insula St. Domingo (non in Cinchonis), fide specim. Féean. a Poiteau lecti.

8. **Graphis** (s. SOLENOGRAPHA) **cooperta** Zenk. in Gœb. Pharm. Waarenk. I, p. 187, t. 24, f. 3 (1829); *Opegrapha rhizocola* Fée Ess. p. 33 (1824), Suppl. t. 39, f. 27 (non t. 13, f. 2). Nomen Féeanum prioritate gaudens, hybridum et plantæ, contrarium anteponi haud potuit. Cl. Nyl. sporas haud vidit et plantam dubitanter ad suam *Gr. assimilem* retulit, a qua autem differt lirellis multo magis emersis et sporis majoribus, 12-22-locularibus; lirellæ paullo crassiores quam in *Gr. compulsa* Krplh., illas potius referentes *Graphidis intricatæ* Fée (quæ microspora), at magis thallino corticatæ. Perithecium basi completum, labia lævia, extus fere tota altitudine thallino-vestita, arcte conniventia; sporæ in ascis 8-næ, vitreo-hyalinæ, circ. 60-100 μ longæ et 10-20 μ latæ, 12-22-loculares. — Cinchonicola in Peruvia : Mutis (ad specim. Féeanum et Zenkerianum).

Sect. 3. EUGRAPHIS Eschw. Brasil. p. 69.

Perithecium nigrum, sub lamina deficiens; labia conniventia, haud sulcata; discus angustus, vulgo rimiformis, subniger.

9. **Graphis** (s. EUGRAPHIS) **Lineola** Ach. Lich. Univ. p. 264 (excl. *Opegrapha pruinata* W. et M., quæ erronee allata, ex ipso Ach. Syn. p. 74 in obs. ad n° 14); Fée Ess. p. 37; *Opegrapha comma* Ach. Syn. p. 73 pr. p.; *Graphis comma* Mass. Mem. p. 109; Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 73. — Hic etiam pertinet *Opegrapha comma* Fée Ess. p. 28 pr. p., sc. *Opegrapha gracilis* ejusd. Suppl. p. 22, t. 39. f. 12 pr. p., sed minor pars tantum speciminum Féeanorum est hujus loci, quia in herbario suo et in diagnosi (præsertim in Suppl. p. 22) hanc cum *Melaspilea heterocarpa* et *Opegrapha confusula* commiscuit. — Acharii specimen africanum *Opegraphæ commatis* bene convenit, at americanum in cortice Cascarillæ dicto ad *Melaspileam comma* Nyl. pertinet. — Nomine dein *Gr. Lineola* prioritatis causa admisso, *Gr. comma* v. *rosella* Müll. Arg. Revis. Lich. Mey. n° 56 mutandum est : *Graphis Lineola v. rosella* Müll. Arg. — Species in calidioribus vulgatissima (ad specim. orig. omnium citat.).

10. **Graphis** (s. EUGRAPHIS) **leptocarpa** Fée Ess. p. 36, t. 9, f. 2 (non Krplh. Lich. Warm. n° 316); lirellæ tenellæ et elongatæ ut in *Gr. tenella* Ach., sed magis emersæ et extus plus minusve distincte et altiuscule thallino-duplicatæ, demum extus nudæ, atræ, et erga illas *Gr. tenellæ* se habentes ut *Gr. comma* erga *Gr. scriptam*; perithecium dimidiatum, labia integra et gracilia; sporæ in ascis oblongatis oblique imbricatim 2-seriales, hyalinæ, 20-23 μ longæ et 5-5 ½ μ latæ, 8-loculares. — Ab hac specie autem differt quod a cl. Krempelh. in Lich. Warm. n° 116 pro *Gr. leptocarpa* Fée descriptum fuit, sporæ enim magnitudine et divisione recedunt. — *Graphis furcata* Fée Ess. p. 40, t. 9, f. 4, ex specim. Féean., est absolute eadem ac *Graphis leptocarpa* ejusdem, etiam in eodem cortice (Bonplandiæ trifoliatæ) crescens; structura perithecii, laminæ et sporæ omnino conveniunt, nec varietatem distinctam constituere potest. Lirellæ quam in illa sæpe, non semper, longiores et pro parte ramulo uno alterove præditæ sunt, nunc obtusæ, nunc altera extremitate magis acuminatæ. — In cortice Bonplandiæ trifoliatæ in America meridionali (ad specim. Féean.).

11. **Graphis** (s. EUGRAPHIS) **tenella** Ach. Syn. p. 81; Nyl. in var. op., bene nota, cui referenda omnino *Graphis serpentina* Fée Ess. p. 40, quoad specim. in cortice Quassiæ et Lauri-Cassiæ. — (Ad specim. Ach. et Féean.)

nullæ adsunt. — *Obs.* In specim. quodam Féean. *Opegraphæ peruvianæ* altero latere simul adest *Op. ovata,* non longe diversa ab *Opegr. peruviana,* unde intelligitur cur *Op. farrea* a cel. Fée Suppl. p. 22 sub varietatis titulo erronee ad *Op. peruvianam* (= Gr. comma) relata fuisset.

15. **Graphis** (s. AULACOGRAPHA) **striatula** Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 77 (saltem pr. p.); *Opegrapha striatula* Ach. Syn. p. 74. Habitus in specim. guineensi hb. Ach. omnino ut in vulgari *Gr. commate* s. *Gr. Lineola*; lirellæ in thallo glauco-albo tenui emersæ, nudæ, vulgo rectæ, breviusculæ, circ. $^3/_{10}$ mm. latæ et $^1/_2$-$^3/_4$ mm. longæ, utrinque obtusæ, arcte clausæ; labia longitrorsum subobsolete 1-3-sulcata; perithecium crassum, nigrum, nudum, sub lamina plane deficiens; sporæ in ascis 8-næ, 32-42 μ longæ, 8-9 μ latæ, 8-12-loculares. — A simili *Gr. duplicata* v. *sublævi* differt lirellis a thallo liberis, nec longitrorsum inferne strato thallino auctis. — (Ad specim. guineense Acharii).

16. **Graphis** (s. AULACOGRAPHA) **duplicata** Ach. Syn. p. 81; *Graphis Condaminea* Mass. Mem. p. 111; *Opegrapha Condaminea* Fée Ess. p. 30, t. 9, f. 1; *Graphis scripta* v. *Condaminea* Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 226; habitu formam apotheciis longiusculis v. elongatis, sæpe hinc acuminato-angustatis simulat *Graphidis rimulosæ* (Opegraphæ rimulosæ Montg.), sed lirellarum perithecium laterale est; sporæ circ. 20-50 μ longæ et 7-10 μ latæ, 8-16-loculares. Apothecia vetusta post laminæ casum rimam latiusculam albidam hypothecialem ostendunt. — Cum *Graphide scripta* nihil commune habet nisi perithecium basi deficiens et quamdam similitudinem sporarum, sed lirellæ demum emersæ et jam sub lente longitrorsum sulcato-striatæ sunt. Féeana var. *cartilaginea* hujus speciei dein omnino diversa est (vide Graphidem decipientem). — Hic dein etiam referenda est *Graphis schizograpta* v. *albicans* Müll. Arg. L. B. nº 450 ex insula Java, sed ipsa *Gr. schizograpta* ob thallum magis olivaceo-virentem et lirellas demum lateraliter nudas servanda est. — *Gr. duplicata* Ach. a proxima *Gr. striatula* (Ach.) Nyl. in eo demum recedit quod lirellæ minus emersæ, lateraliter plus minusve thallo vestitæ. Perithecium ludit basi tenue aut deficiens et labia sulcis 0-1-4 percursa sunt. — In cortice Cinchonæ Condamineæ in Peruvia (ad specim. Ach. et Féean.).

Var. β UMBRATA Müll. Arg.; *Opegrapha umbrata* Fée Ess. p. 29, t. 6, f. 5 et Suppl. t. 39, f. 18; thallus subobsoletus, hinc inde zonis hypothallinis nigrescentibus percursus. Reliqua omnia ad amussim cum *Gr. duplicata* quadrant. — Hæc a cl. Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 226 infauste ad diversissimam *Gr. rigidam* Fée (*Graphinam*

lamina tota hyalina; paraphyses crassulæ, molles; asci cylindrico-obovoidei, 8-spori; sporæ 22-27 μ longæ, 4½-5 μ latæ, fusiformes, hyalinæ, 8-10-loculares. — Huic affinis est *Gr. albinula* Müll. Arg. L. B. n° 212. — In cortice Cascarillæ (ad specim. Féean.).

19. **Graphis** (s. CHLOROGRAPHA) **glaucescens** Fée Ess. p. 36, t. 8, f. 3; Nyl. Syn. Lich. Nov. Caled. p. 76; lirellæ immersæ, thallino-obductæ; perithecium laterale, labia superne conniventia; epithecium subplanum; hypothecium obscurato-hyalinum; sporæ in ascis 4-8-næ, 27-45 μ longæ, 8-10 μ latæ, cylindricæ, utrinque rotundato-obtusæ, 8-10-loculares. — In cortice Bonplandiæ trifoliatæ et Geoffroyæ surinamensis (ad specim. Féean.).

Sect. 6. FISSURINA Müll. Arg.

Perithecium pallidum, plus minusve erumpens; discus pallidus; sporæ 4-loculares.

20. **Graphis** (s. FISSURINA) **Dumastii** Nyl. Enum. gén. p. 130; *Fissurina Dumastii* Fée Ess. p. 59, t. 16, f. 4 et Suppl. t. 40; lirellæ medio mox hiantes; labia thallina rigidula; perithecium in sectione vix nisi superne utrinque zonula angusta magis olivaceo-obscurata a thallo distinguendum, insigniter rudimentarium; lamina undique hyalina; asci 1-seriatim 8-spori, angusti; sporæ hyalinæ, 4-loculares, ellipsoideæ aut oblongo-ovoideæ, 18-22 μ longæ, circ. 11 μ latæ. — Cinchonicola (ad specim. Féean. et Hampean.).

21. **Graphis** (s. FISSURINA) **Bonplandiæ** Müll. Arg.; *Fissurina Dumastii* v. *Bonplandiæ* Fée Ess. p. 60, t. 16, f. 5; a *Gr. Dumastii* differt thallo læviore et distincte flavicante et lirellis paullo tenuioribus, regularibus, tota longitudine æqualiter subclausis, labiis magis parallelis et magis tenuibus. — Sporas in specim. Féean. et etiam in Hampeano non inveni.

22. **Graphis** (s. FISSURINA) **grammitis** Fée Ess. p. 47, t. 11, f. 3 et Suppl. t. 39, Graph. f. 36; lirellæ primum fissura thalli angustissime aperientes et dein thallino-tectæ, sed labia spuria thalli demum decidua et discus rubellus perspicuus evadit; perithecium dimidiatum, tenue, fulvo-fuscidulum, inferne evanescens; sporæ rarius evolutæ, visæ hyalinæ, in ascis 8-næ, circ. 12-14 μ longæ, oblongo-ellip-

9. GRAPHINA Müll. Arg. L. B. n° 143 et 476.

Graphidis sp. Auct. — Characteres ut in *Graphide*, sed sporæ parenchymaticæ.

Sect. 1. Rhabdographina Müll. Arg.

Perithecium nigrum, completum; labia sulcata, conniventia; discus rimiformis, niger.

1. **Graphina** (s. Rhabdographina) **Acharii** Müll. Arg. L. B. n° 1031; *Graphis Acharii* Fée Ess. p. 39, t. 10, f. 4 et Suppl. p. 29, t. 39, f. 15; *Opegrapha rigida* Fée Ess. p. 29; *Graphis rigida* Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 226 et in Prodr. Nov. Gran. p. 75. — Perithecium completum; labia valida, longitrorsum sulcata, primum crasse thallino-vestita, demum superne nudata; lamina pro magnitudine lirellarum parva; sporæ evolutæ circ. 100-135 μ longæ et 18-27 μ latæ, circ. 25-loculares, loculi pro parte 2-locellati. Sporæ minus evolutæ in eadem lamina 2-3-5-8-næ, et eo majores quo minus in ascis numerosæ, bene evolutæ in ascis semper solitariæ ut videtur. — Cinchonicola (ad specim. Féeana).

2. **Graphina** (s. Rhabdographina) **canaliculata** Müll. Arg.; *Graphis canaliculata* Fée Ess. p. 38 (non Krplh. Lich. Warm. n° 104); lirellæ superne parte nigra $^3/_{10}$ mm. latæ, circ. 3-8-plo longiores quam latæ, juniores utrinque strato thallino tectæ, dein superne latius nudatæ et nigerrimæ, rotundato-obtusæ, læves et hinc inde longitrorsum tenuiter-1-sulcatæ; perithecium completum, sed basi sæpe tantum fuscum, i. e. quam superne pallidius; sporæ hyalinæ, in ascis 2-3-næ, 50-90 μ longæ, 20-27 μ latæ, in circ. 16 series 3-5-locellatas divisæ. — In cortice Cinchonarum (ad specim. Féean.).

Sect. 2. Solenographina Müll. Arg. L. B. n° 467.

Perithecium nigrum, completum; labia non sulcata; discus rimiformis, niger.

3. **Graphina** (s. Solenographina) **Ruiziana** Müll. Arg. L. B. n° 138; *Opegrapha Ruiziana* Fée Ess. p. 27, t. 39, Opegr. f. 9; *Graphis Ruiziana* Mass. Mem. p. 111; Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 226 et in Prodr. Nov. Gran. p. 73 (exclusa *Gr.*

plagiocarpa); perithecium basi crasso-integrum; labia conniventia, lævia, nuda et atra; sporæ in ascis 4-8-næ, hyalinæ, late fusiformes, in series circ. 13-16 transversas 2-5-6- locellatas divisæ, 50-70 μ longæ et 17-20 μ latæ. — Ad specim. Féean. cinchonicola.

4. **Graphina** (s. SOLENOGRAPHINA) **scaphella** Müll. Arg.; *Opegrapha scaphella* Ach. Syn. p. 78. Lirellæ $^{1}/_{3}$-$^{1}/_{4}$ mm. longæ, $^{1}/_{4}$ mm. latæ, ellipticæ, rectæ, emergentes, lateraliter fere usque ad verticem thallino-tectæ; labia haud sulcata, superne demum nudata; perithecium basi integrum et demum sat crassum; sporæ novellæ in ascis 2-4-næ, evolutæ autem abortu solitariæ, hyalinæ, 50 μ longæ et circ. 28 μ latæ, halone crasso cinctæ, 10-loculares, loculi (in axi) 3-4-locellati. — Similis *Gr. canaliculatæ, Graphinæ curtæ* (sc. *Graphidi curtæ* Fée Bull. Soc. bot. de France v. 21 p. 27), *Graphinæ valvulescenti* (sc. *Graphidi valvulescenti* Fée Bull. l. c. p. 50), sed labia non sulcata, et *Graphinæ globosæ* (Fée), sed lirellæ minores et longe minus emersæ et perithecium evolutum basi crasso-completum. — Cinchonicola (ad specim. Achar.).

Sect. 3. AULACOGRAPHINA Müll. Arg. L. B. nº 469.

Perithecium nigrum, basi incompletum (sub lamina deficiens); labia longitrorsum sulcata; discus rimiformis, niger.

5. **Graphina** (s. AULACOGRAPHINA) **vernicosa** Müll. Arg.; *Opegrapha vernicosa* Fée Ess. Suppl. p. 24, t. 39, f. 18 *bis;* subsimilis *Gr. Acharii,* attamen recedens lirellis nudis, latere non thallino-corticatis, præter sulcum cæsio-pruinosum nigris, distincte leviter gracilioribus, tantum obsolete sulcato-striatis, et dein perithecio basi deficiente v. valde attenuato, lamina in sectione subtriplo altiore quam lata; sporis in ascis 1-3-nis, circ. 85 μ longis et 17 μ latis, circ. 17-20-locularibus, loculis simplicibus et 2-3-locellatis. — Quod autem cl. Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 76 sub *Graphide vernicosa* exposuit, sit *Graphinæ Acharii* v. *vestita* Müll. Arg., lirellis persistenter halone thallino aut crusta thallina tenui albido-vestitis. — In cortice Cinchonarum : Mutis (ad specim. Féean.).

6. **Graphina** (s. AULACOGRAPHINA) **gracilis** Müll. Arg.; *Opegrapha gracilis* El. Fries Vet. Acad. Handl. 1826 p. 44; thallus albidus, lævis, tenuis; lirellæ

$^{1}/_{7}$-$^{1}/_{6}$ mm. latæ, lineares, acutæ, simplices v. pro parte bifurcatæ, subflexuoso-rectæ v. varie curvatæ, numerosæ et approximatæ, utrinque thallino-duplicatæ, mox autem majore parte emerso-nudæ, nigræ; labia leviter hiantia, tenuia, lævia et tenuiter 1-3-sulcata; perithecium basi deficiens; sporæ in ascis 4-8-næ, hyalinæ, 26-38 μ longæ et 11-14 μ latæ, utrinque obtusæ, 8-10-loculares, loculi 2(-3)-locellati. — Habitu *Graphidem Pavonianam* simulans, at proxime accedens ad *Graphinam disserpentem* Müll. Arg., a qua non recedit nisi lirellis magis e thallo nudo-emersis, haud longe radiatim prorepentibus nec longe acuminatis et dein sporis minoribus. — In cortice Cinchonarum (ad specim. Friesiana, etiam ab egregio Mérat ol. lecta et a cl. Fée pro *Graphide serpentina*, cujus sporæ diversissimæ, determinata fuit).

7. **Graphina** (s. Aulacographina) **oryzæformis** Müll. Arg.; *Graphis oryzæformis* Fée Ess. p. 45, t. 10, f. 2, Suppl. t. 39, Graph. f. 30. — A cl. Nyl. (Lich. Exot. Peruv. p. 227) incaute ad *G. frumentariam* relata fuit, sed graviter differt labiis lirellarum sub cortice thallino profunde longitrorsum plurisulcatis, et ascis 1-sporis, extus tamen re vera fere formam brachycarpam *G. frumentariæ* simulat, sed lirellæ deterso cortice mox nigro-striatæ apparent (« disco fissurato » ap. Fée) et juniores obsolete longitrorsum undulatæ sunt; perithecium cæterum ochraceo-nigrum est, nec fulvo-aut rufo-fuscidulum; sporæ circ. 100 μ longæ et 30 μ latæ, circ. 25-30-loculares, loculi plurilocellati. — Cinchonicola in Peruvia (ad specim. Féean. et Hampean.).

Sect. 4. Eugraphina Müll. Arg.

Perithecium nigrum, basi incompletum; labia non sulcata; discus angustus, subniger.

a. Lirellæ nudæ.

8. **Graphina** (s. Eugraphina) **globosa** Müll. Arg.; *Ophegrapha globosa* Fée Ess. p. 24, t. 5, f. 2, Suppl. t. 39, a cl. Nyl. (Lich. Exot. Peruv. p. 226) pro statu juniore *G. Ruizianæ* subdubitanter habetur, sed apothecia juniora iis *G. Ruizianæ* non conformia, utrinque acutiuscula, magis emersa et dein tota altitudine nuda sunt, nec altiuscule thallino-corticata basique quasi in prominentia mamillari partim immersa. Perithecium cæterum incompletum v. basi tenue. Sporæ mihi non obviæ, ex icone Féeana iis *Graphinæ Ruizianæ* conformes sed multo majores. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

— β oblongata Müll. Arg.; specimina Cinchonicola a cl. Fée Ess. p. 27 sub

Opegrapha subimmersa citata, non t. 6, f. 3, quæ vera *Graphis subimmersa* (Fée) Mass. Lirellæ 2-4-plo longiores quam latæ, cum raris suborbicularibus mixtæ. Sporæ solitariæ, obscurato-hyalinæ, 80-100 μ longæ, 20-34 μ latæ, in series transversas 20-28, circ. 4-7-locellatas divisæ. — Cinchonicola (hb. Féean.).

b. Lirellæ thallino-vestitæ.

9. **Graphina** (s. Eugraphina) **cleitops** Müll. Arg.; *Graphis cleitops* Fée Ess. Suppl, p. 32. t. 35, f. 7 et t. 39 Graph. f. 30 *bis*, est distincta species (non *Gr. cleistomma* Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 82 et 134). — Habitus ut in *G. oryzæformi*, sed lirellæ labia sub strato thallino non longitrorsum insigniter sulcata sunt et tota extus lævia; perithecium dimidiatum (nec basi crasso-nigrum ut in *G. cleistommate*), validum, undique fusco-nigrum; lamina hyalina; asci 1-spori; sporæ circ. 100 μ longæ, elongato-ellipsoideæ et crebre parenchymatose divisæ. — Proxime ad formas brachycarpas *Gr. frumentariæ* accedit, sed labia perithecii undique intense fusco-nigra et sporæ in ascis solitariæ. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

10. **Graphina** (s. Eugraphina) **plagiocarpa** Müll. Arg.; *Graphis plagiocarpa* Fée Ess. p. 38, t. 39, Graph. f. 13, a cel. Nyl. in Prodr. Nov. Gr. p. 73 ad nudam *Gr. Ruizianam* infauste relata; lirellæ emersæ, crasse thallino-duplicatæ, demum vertice aut superne tantum nudæ et nigræ; perithecium circa mediam longitudinem dimidiatum; labia obtusa, lævia, conniventia, discus sulcato-concavus, niger; hypothecium e hyalino fuscidulum; sporæ in ascis 1-4-næ, hyalinæ, circ. 100 μ longæ et 18 μ latæ, fusiformes, in series circ. 20-34 tri-quadrilocellatas divisæ. — Formam valde abbreviatam *Gr. Acharii* refert, sed apothecia superne nuda. — A *Gr. Ruiziana* differt peritheciis dimidiatis, extus alte thallino-vestitis. — In cortice Lauri Cassiæ (ad specim. Féean.).

11. **Graphina** (s. Eugraphina) **rugulosa** Müll. Arg.; *Opegrapha rugulosa* Fée Ess. p. 30, t. 7, f. 1, Suppl. t. 39, f. 20, valde accedit ad *Graphidem plagiocarpam* Fée, at differt thallo tenuissime subcartilagineo, argillaceo-pallente, lævigato, nitidulo, quasi siccando minute ruguloso et dein apotheciis magis oblongatis, multo validioribus, sporis sæpius 1-nis, sed etiam occurrunt 2-3-næ. Perithecium primum thallino-tectum, sub lamina deficiens; labia crassa undique nigra, haud sulcata; sporæ circ. 120 μ longæ et 24-28 μ latæ, circ. 28-loculares, loculi 2-3-locellati aut magis divisi. — In cortice Cinchonæ Lima dictæ Peruviæ (ad specim. Féean.).

12. **Graphina** (s. Eugraphina) **hiascens** Müll. Arg.; *Opegrapha endochroma* Fée Ess. p. 31, dein *Op. hiascens* Fée Ess. Suppl. p. 25, t. 36, f. 1 et t. 39, f. 23; *Graphis hiascens* Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 226; thallus cartilagineo-firmus, ochraceo-argillaceus v. pallidior; lirellæ ambitu valde ludentes, vulgo duplo longiores quam latæ, sed etiam 3-5-plo longiores occurrunt, normaliter simplices, novellæ usque ad verticem thallino-tectæ, dein late hiantes et sulco lato nigro basi acuto quasi apertæ; perithecium crassum, nigrum, subtus late deficiens; epithecium fuscum; lamina cæterum hyalina (aut morbose crocata, unde nomen *Op. endochroma*); asci 1-spori; sporæ (hyalinæ) 80-100 μ longæ et 22-32 μ latæ, oblongato-ellipsoideæ, circ. 13-15-loculares, loculi transversim 3-5-locellati. — Proxima *Gr. plagiocarpæ* et *Gr. rugulosæ; Gr. Acharii* autem longe minus accedit. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

13. **Graphina** (s. Eugraphina) **Pelletieri** Müll. Arg.; *Opegrapha Pelletieri* Fée Ess. p. 32, t. 15, f. 1; Suppl. p. 25; a cl. Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 226 dubitanter pro forma habetur *Gr. rigidæ* (sc. *Gr. Acharii*). Specimen in hb. Féeano nunc deest, at sporæ a cel. Nyl. visæ et delineatæ (in sched. Féean.) creberrime parenchymaticæ sunt, circ. 26-loculares, loculis transversim 5-6-locellatis, totæ 75 μ longæ et 25 μ latæ. — Consimiles dein in fragmentulo Féeano herbarii Krempelh. vidi, quod auct. olim (anno 1825) cum cl. Mérat communicavit, at sporæ longitudine usque 100 μ attingunt et 20-28 μ latæ, in ascis 1-3-natæ, hyalinæ. — Perithecium nigrum basi deficiens, extus strato crasso thallino obvallatum, vertice autem paullo emergente demum nudum; labia lævia. — Species thallo crasso intense glauco insignis.— In cortice Bonplandiæ spuriæ (ad fragm. Féean.).

Sect. 5. Mesographina Müll. Arg.

Perithecium superne nigrum, cæterum pallidum aut varie coloratum; labia non sulcata; discus angustus, subniger.

14. **Graphina** (s. Mesographina) **marcescens** Müll. Arg.; *Graphis marcescens* Fée Ess. p. 38, t. 15, f. 2. — Lirellæ elatæ, turgidæ, clausæ, primum undique thallino-vestitæ, dein superne nudatæ et suffuso-rufæ v. atro-rufæ, nitidulæ, demum nonnihil hiascentes; perithecium dimidiatum sub velamine rufulo nigrum, inferne latius pallidum, basi fuscum v. fuscidulum, labia non sulcata; discus angustus, fusco-pallidus (facile partim secedens et ob thalamium albidum albus apparens); paraphyses setaceæ; asci angusti, 8-spori; sporæ hyalinæ, circ. 14 μ longæ et 7-8 μ latæ, 4-locu-

lares, loculi omnes v. nonnulli 2-locellati. — Ad *Graphinam contextam*, sc. *Graphidem contextam* Nyl. Syn. Lich. Nov. Caled. p. 81, habitu et sporis accedit. — In cortice Bonplandiæ trifoliatæ in America merid. (ad specim. Féean.).

Sect. 6. Chlorographina Müll. Arg. L. B. nº 475.

Perithecium coloratum v. pallidum; labia conniventia, haud sulcata; discus angustus, haud niger.

* Sporæ circ. 50-150 μ longæ.

15. **Graphina** (s. Chlorographina) **Schuberti** Müll. Arg.; *Graphis Schuberti* El. Fries Syst. Orb. Veget. p. 288; thallus fulvo-albidus; lirellæ robustæ, $^{8}/_{10}$-1 mm. latæ, adnato-sessiles, cæterum forma et colore ut in *G. frumentaria*, sed distincte robustiores, arcte clausæ, thallino-vestitæ, haud sulcato-striatæ; perithecium crassum, rufo-fulvum, strato interiore tenui magis fusco-obscurato vestitum, basi in sectione distincte contractum (ibique thallo crassiore albido tectum), subtus angustius; lamina hyalina, tenax; epithecium angustum, rufo-fulvum; asci 2-3-spori; sporæ hyalinæ, 95-150 μ longæ, 25-28 μ latæ, demum crebre parenchymatosæ. — Extus simillima *Gr. frumentariæ*, a qua differt thallo magis fulvescente, lirellis robustioribus et sporis 2-3-nis magnis. — *Graphina triphora* Müll. Arg., e Nova-Granata, offert lirellas albiores, non elatas. — In cortice Cinchonæ regiæ (ad specim. orig. hb. Fries.).

16. **Graphina** (s. Chlorographina) **frumentaria** Müll. Arg. L. B. nº 147; *Graphis frumentaria* Fée Ess. p. 45, t. 10, f. 1, Suppl. t. 39, Graph. f. 31. — Perithecium dimidiatum, valde crassum; labia in sectione fulvescentia et pro parte rufa, superne haud sulcata; sporæ in ascis (6-)8-næ, hyalinæ, ellipsoideæ, 45-60 μ longæ, circ. 24 μ latæ, circ. 8-loculares, loculi transversim 2-3-locellati et locelli haud raro cruciatim in bigeminatos divisi. — Sporæ non fuscæ, cæterum in icone Féeana sat recte delineatæ. — Cinchonicola in Peruvia (ad specim. Féean. et ex hb. Hamp.).

17. **Graphina** (s. Chlorographina) **reniformis** Müll. Arg.; *Graphis reniformis* Fée Ess. p. 46, t. 11, f. 2 (non Nyl. in Prodr. Nov. Gran.); similis formis brachycarpis *Gr. frumentariæ*; lirellæ breves, incurvæ, labiis conniventibus clausæ, læves, corticatæ; perithecium dimidiatum, utrinque in sectione tenue et valde e fulvo flavescenti-pallidum; cortex thallinus labiorum crassus; sporæ in specim. Féean. desunt, ex icon. analyt. et observ. Féean. constanter in ascis solitariæ, magnæ, cre-

bre parenchymaticæ, ex omni affinitate naturali hyalinæ esse debent. — Cinchonicola in Peruvia (ad specim. Féean.).

** Sporæ 25-45 μ longæ.

18. **Graphina** (s. CHLOROGRAPHINA) **rubiginosa** Müll. Arg.; *Graphis rubiginosa* Fée Ess. p. 47 pr. p., t. 12, f. 4 (et Suppl. t. 39, Graph. f. 35, sporæ juveniles); lirellæ $^1/_{10}$-$^1/_7$ mm. latæ, similes iis *Gr. grammitidis*, sed minus elongatæ; perithecii labia superne fulvo-fusca, inferne cum hypothecio fulvo-fuscidula; sporæ in ascis 8-næ, hyalinæ, fusiformi-ellipsoideæ, 30-35 μ longæ et 11-15 μ latæ, circ. 10-loculares, loculi 2-5 locellati. — A simili *Graphide grammitide* differt lirellis minus immersis et præsertim sporis. — In collect. normali Féeana et in Ess. p. 47 insuper commixtim occurrunt specimina vetusta (« margine subcrispato ») *Graphinæ Balbisii*, in quibus lirellæ distincte latiores, integræ (rarissimæ) validiores et longitrorsum striolatæ, pallidiores et thallus pallidior. Sporæ delineatæ nondum plane evolutæ sunt et in specim. cæterum raro tantum occurrunt. — Cinchonicola in Peruvia (ad specim. Féean.).

Sect. 7. CHLOROGRAMMA Müll. Arg.

Perithecium coloratum v. pallidum; labia conniventia, longitrorsum sulcata; discus angustus, haud niger.

19. **Graphina** (s. CHLOROGRAMMA) **chlorocarpa** Müll. Arg.; *Graphis chlorocarpa* Fée Ess. p. 47, t. 12, f. 2 (exclus. analysi falsa in ejusd. Suppl. t. 39, Graph. f. 34); *Graphis aurantiaca* Zenk. in Gœb. Pharm. Waarenk. I, p. 148, t. 17, f. 8. — Perithecium pallidum, laterale, labia superne grossula et sub strato thallino longitrorsum sulcata, unde lirellæ dein extus subtiliter longitrorsum costulatæ; labia conniventia, fulvo-pallida; asci 1-spori (nec 4-5- spori ut in ic. analyt. Féeana); sporæ hyalinæ, circ. 80-130 μ longæ et 25-40 μ latæ, circ. 17-20-loculares, loculi 3-5-locellati, ultimi non raro iterum 2-4-locellati. — Ad *Gr. oryzæformem* accedit, ut jam cl. Nyl. (Lich. Exot. Peruv. p. 227) monuit, sed lirellæ evolutæ pluries longiores, et perithecium sub cortice non nigrum, nec discus niger. — Specim. Zenkeri valde juvenile est et dein lirellæ leviter tantum (sed distincte) striatæ sunt; thallus ex descriptionibus utriusque paullo recedit, sed in ipsis specim. orig. optime convenit. Plantæ excepto evolutionis statu quam optime conveniunt. — Cinchonicola in Peruvia (ad specim. Féean. et Zenk.).

Nov. Gran. p. 566, cujus asci 1-spori); similis *Gr. virgineæ*, sed lirellæ magis emergentes et latius aperientes et vestimento thallino concolore tectæ; discus tectus, fuscus, e canaliculari mox subplanus et latiusculus; perithecium in sectione utrinque tenue, rufo-fulvescens, inferne evanescens, subtus deficiens ubi omnia cum lamina hyalina; asci 8-spori; sporæ evolutæ vitreo-hyalinæ, 38-65 μ longæ, 15-18 μ latæ, 11-16-loculares, loculi 2-5-locellati. — In Cinchonis et aliis corticibus austro-americanis (ad specim. Féean.).

23. **Graphina** (s. PLATYGRAMMINA) **virginea** Müll. Arg.; *Graphis cometia* Fée Ess. Suppl. p. 35 (1837), e specim. orig. delineato, a Poiteau in insul. S. Domingo lecto, sporis maturis destituto, idem est ac *Leiogramma virgineum* Eschw. Bras. p. 98 (1833) s. *Graphis virginea* Nyl. Lich. Husn. p. 21, ut cl. Nyl. l. c. jam monuit. — Lirellæ juniores defossæ, dein paullo emergentes, strato thallino albido-glauco tectæ; perithecii labia conniventia, tenuia, superne olivaceo-obscurata, inferne pallidiora, basi fulvo-pallescente deficientia; lamina hyalina; asci bene evoluti 8-spori; sporæ (a cl. Fée infauste delineatæ) hyalinæ, circ. 40-60 μ longæ et 10-16 μ latæ, 12-15-loculares, loculi transversim 2-5-locellati. — Corticola in America merid. (ad specim. Féean., Eschweileriana a Martio lecta, etc.).

Sect. 10. THALLOLOMA Müll. Arg. L. B. nº 470.

Perithecium coloratum aut pallidum, superne tantum evolutum, sub lamina deficiens aut hyalinum; labia subindistincta, non sulcata, extus thallino-vestita; discus planus, latus, nudus, haud niger.

24. **Graphina** (s. THALLOLOMA) **obtrita** Müll. Arg., *Arthonia obtrita* Fée Ess. p. 51, t. 14, f. 2 pr. p.; *Arthonia obtusa* Fée Suppl. p. 37, t. 40, f. 5 (utraque cum *Phæographina scalpturata* var. *trifera* mixta); *Graphis diversa* Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 227 pr. p. (non autem ejusdem Syn. Lich. Nov. Caled. p. 74); habitu *Phæographinam scalpturatam* simulat lirellis parvulis, minus elongatis et disco nudo, nec cæsio-pruinoso; insuper differt perithecio pallido et sporis hyalinis; ubi autem prioris stratum pruinosum evanescit, tum ambæ similes et sub microscopio tantum recognoscendæ. — Discus siccus nigrescenti-carneus, madefactus distincte pallens v. aquoso-carneus et nudus; epithecium vix distinctum, fuscidulum; lamina tota cæterum usque ad substratum hyalina; paraphyses capillares, spumoso-indistinctæ; asci 1-spori; sporæ 90-135 μ longæ, 22-30 μ latæ, hyalinæ, demum creberrime seriatim multilocellatæ. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

25. **Graphina** (s. THALLOLOMA) **incrustans** Müll. Arg.: *Fissurina incrustans* Fée Ess. p. 60 (t. 13, f. 2, citata pessima et vix hujus loci). — Planta extus quoad thallum valde similis est *Graphidi* (*s. Fissurinæ*) *Dumastii*, sed lirellæ magis elongatæ et ramosæ et labia magis parallela ut in *Graphide Bonplandiæ*. Perithecium similiter ac in comparatis speciebus rudimentarium est, zonam utrinque olivaceo-obscuram format; epithecium fulvo-fuscidulum, hypothecium distinctum, fuscidulo-flavicans; lamina hyalina; asci subuniseriatim 8-spori; sporæ hyalinæ, 18-20 μ longæ, 8-11 μ latæ, (5-)6-loculares, loculi nonnulli medii 2-3-locellati. — Juxta *Graphinam sphærosporellam*, sc. *Graphidem sphærosporellam* Nyl. in Flora 1869, p. 124, et *Graphinam albosporellam*, sc. *Graphidem albosporellam* Nyl. in Flora 1869, p. 124, locanda est. — Cinchonicola (ad specim. Féean. et Hampean.).

10. PHÆOGRAPHINA Müll. Arg. L. B. n° 476.

Characteres ut in *Graphina*, sed sporæ (parenchymaticæ) fuscæ.

Sect. 1. PACHYLOMA Müll. Arg.

Perithecium totum nigrum, sub lamina crasso-completum; labia exserto-prominentia, non sulcata, demum late hiantia; discus planus.

1. **Phæographina** (s. PACHYLOMA) **quassiæcola** Müll. Arg.; *Thecaria quassiæcola* Fée Ess. p. 97, t. 7, f. 16, Suppl. p. 35, t. 39, fig. ult.; *Helminthocarpon Le Prevostii* Leight. Lich. of. Ceyl. p. 178 n° 150, t. 36, f. 71 (non Fée); *Graphis exserta* Nyl. Syn. Lich. Nov. Caled. p. 73; *Phæographina exserta* Müll. Arg. L. B. n° 478. — Pulchra species. Lirellæ validæ, ambitu eximie ludentes, 2-6-plo longiores quam latæ v. etiam ambitu fere v. omnino orbiculari commixtæ, basi constrictæ et formæ brachycarpæ hanc ob causam subcrateriformes et quasi subpodicellatæ (ut et in *Thelographide* Nyl., quæ etiam *Phæographinæ* spec.), verticaliter sectæ basi profunde nigræ. Lamina dein in eo peculiaris est (*Lecanactidis* Nyl.) quod paraphyses arctissime conglutinatæ et materie subresinosa minutissime vesiculoso-granulosa omnino indistinctæ factæ sunt; lamina ergo tenacissima est et illam *Arthoniarum* quasi simulat, sed adhibito SO_3 et solut. jodina paraphyses capillares et simplices copiosæ eximie graciles clare apparent. Sporæ in ascis (4-)8-næ, fuscidulæ, dein obscuriores, evolutæ circ. 100 μ longæ et 3-4-plo longiores quam latæ, circ. 20-loculares, loculi copiose locellati, locelli in quaque serie transversali (in plano optico)

4-7. — Ad specim. orig. Féean. (patria americana operis Féeani verisimiliter falsa) ab Aub. du Petit-Thouars lect.; in Madagascaria (hb. Fée), in Ceylonia (specim. Thwait.) et in Nova-Caledonia (Deplanche).

Sect. 2. Epiloma Müll. Arg. L. B. n° 480.

Perithecium sub lamina deficiens, in sect. tantum superne utrinque grosse evolutum et nigrum, cæterum laterale et hyalinum; discus rimiformis.

2. **Phæographina** (s. Epiloma) **subsordida** Müll. Arg.; *Graphis sordida* Fée Ess. p. 42, t. 12, f. 6 quoad specim. in cortice Lauri Cassiæ (non Suppl. t. 39, Graph. f. 24), tota extus bene ut in ic. citata optima, et sub lente a *Phæographide sordida* (s. reliqua parte *Graphidis sordidæ* Fée) non rite distinguenda, etiamsi intus diversissima. — Perithecium in sectione superne labia nigra latissime incrassata, integra, thallino-corticata, brevia, subito basin versus angustata et fusco-pallida cum hypothecio concolora ostendens; lamina hyalina; sporæ in ascis solitariæ, e hyalino mox pallido-fuscæ, creberrime parenchymaticæ, circ. 130-170 μ longæ et 30-35 μ latæ. — Juxta javanicam *Phæographinam platyloma* Müll. Arg. locanda est. — In cortice Lauri Cassiæ in America australi (ad specim. Féean.).

3. **Phæographina** (s. Epiloma) **turgida** Müll. Arg.; *Graphis turgida* Fée Ess. Suppl. p. 33, t. 35, f. 8 et t. 39, Graph. f. 34 *bis*. — Lirellæ sæpius duplo longiores quam latæ, leviter emergentes, albido-corticatæ; labia dein juxta discum angustum conniventia, dein nudata et nigra, extus thallo demum (non ab origine) anguste decolorato duplicata, superne et extus nigra, in sectione apice incrassata, basin versus mox tenuiora et evanescentia et fulvo-pallidiora, subtus deficientia; lamina usque ad substratum hyalina; sporæ in ascis 8-næ, mox fuscidulæ et fuscæ, 26-30 μ longæ, 9-11 μ latæ, 8-10-loculares, loculi ultimi vulgo simplices, reliqui 2-3-locellati. — Ad Cascarillæ corticem in America meridionali (ad specim. Féean.).

Sect. 3. Eleutheroloma Müll. Arg. L. B. n° 482.

Perithecium sub lamina deficiens aut hyalinum, cæterum nigrum aut olivaceo-fuscum v. evanescens; labia demum distantia, tenuia; discus latus, subplanus, nigro-fuscus.

* Sporæ circ. 60-150 μ longæ.

4. **Phæographina** (s. Eleutheroloma) **scalpturata** Müll. Arg. L. B.

centim. longæ, longirameæ, rami haud raro anastomosanti-connexi, hypothecium intensius fuscum. Reliquæ non differunt.— In Brasilia meridionali ad Rio de Janeiro : Glaziou n° 5475, ad Xiririca : Puiggari n° 141 ; in insul. St. Catharina : Pabst n° 1013.

** Sporæ circ. 40-50 μ longæ.

6. **Phæographina** (s. Eleutheroloma) **pezizoidea** Müll. Arg.; *Graphis pezizoidea* Ach. Syn. p. 86. — Habitus ut in *Phæographina quassiæcola*, sc. ubi hujus lirellæ suborbiculares, v. etiam ut in formis brachycarpicis *Phæographidis exaltatæ*; apothecia suborbicularia, $^{7}/_{10}$ mm. lata; perithecium nigro-fuscum, laterale, extus thallino-corticatum, superne nudum et discum superans; hypothecium et lamina hyalina; asci 8-spori; sporæ imbricatim 1-seriales, mox fusculæ aut fuscæ, 42-48 μ longæ, 15-18 μ latæ, utrinque obtusæ, 10-11-loculares, loculi (2-)3-locellati. — Corticola in Guinea (ad specim. Ach.).

*** Sporæ circ. 23-30 μ longæ.

7. **Phæographina** (s. Eleutheroloma) **pachnodes** Müll. Arg.; *Graphis pachnodes* Fée Ess. p. 34, t. 8, f. 4 (1824); discus persistenter albo-farinosus; margines in sectione superne tantum fusci, inferne sensim pallidiores et in hypothecium hyalinum abeuntes; lamina hyalina; epithecium fuscum; asci 8-spori; sporæ 23-30 μ longæ, 10-12 μ latæ, ellipsoideæ v. ovoideæ, 6-10-loculares, loculi 2-3-locellati. — Hic pertinet (ex specim. Zenk. ex hb. Hamp.) *Graphis radiato-flexuosa* Zenk. in Gœb. Pharm. Waarenk. I. p. 161, t. 21, f. 6 b. c. (1829), nec non *Graphis detrita* Zenk. in Gœb. l. c. p. 188, t. 24, f. 6 (similiter e specim. orig. Zenk. in meo hb.), quæ male evoluta, lamina destituta et brachycarpa, sed in specim. ipso cæterum optime congruente etiam lirellæ haud delineatæ longiores occurrunt. — In cortice Cascarillæ (ad specim. Féean. et Zenk.).

**** Sporæ circ. 10-20 μ longæ.

8. **Phæographina** (s. Eleutheroloma) **exilis** Müll. Arg.; *Graphis exilis* Fée Ess. p. 36, t. 13, f. 3; lirellæ $^{1}/_{10}$-$^{1}/_{8}$ mm. latæ, immersæ, leviter concavæ, siccæ nigræ, madefactæ fusco-nigricantes, utrinque vulgo portiuncula thalli emer-

gente rimuloso-descissa spurie submarginatæ, perithecio autem subdestitutæ; epithecium fuscescens; lamina cum hypothecio hyalina; sporæ in ascis angustis 4-8-næ, e hyalino fuscidulæ, circ. 18-23 μ longæ et 6-7 μ latæ, subfusiformi-ellipsoideæ, 6-loculares, loculi intermedii nonnulli duplices. — A simili *Ph. fulgurata* differt lirellis angustioribus (quæ mox lamina secedente pallidæ videntur) et sporis ambitu angustioribus et longioribus, magis divisis et defectu perithecii. Madefacta *Arthoniam* simulat. — In cortice Cinchonæ latifoliæ (vidi specim. Féean. et ex hb. Hamp.).

9. **Phæographina** (ELEUTHEROLOMA) **fulgurata** Müll. Arg.; *Graphis fulgurata* Fée Ess. p. 35, t. 11, f. 4. — Lirellæ $^1/_{10}$-$^1/_5$ mm. latæ, plano-convexæ, utrinque sæpe levissime marginiformi-adscendentes, madefactæ planæ, fusco-nigræ; perithecium in sectione distinctum, tenue, olivaceo-fuscum, basi obscuriusculum et luce transeunte flavido-hyalinum; asci lineares, uniseriatim 8-spori; sporæ mox fuscæ, ellipsoideæ, 10-11 μ longæ, 6-7 μ latæ, 4-loculares, loculi pro parte semel divisi. — Proxima *Phæographinæ cabbalisticæ*, s. *Graphidi cabbalisticæ* Nyl., *Phæographinæ Caracasanæ*, s. *Graphinæ Caracasanæ* Müll. Arg. L. B. n° 207, et *Phæographinæ anonaceæ*, s. *Graphinæ anonaceæ* ejusd. l. c. n° 208. — In cortice Cinchonarum (ad specim. Féean.).

10. **Phæographina** (s. ELEUTHEROLOMA) **Thelographa** Müll. Arg.; *Thelographa polymorpha* Nyl. Enum. gén. p. 130; *Graphis polymorpha* Fée Ess. Suppl. p. 156. — Cl. Fée hanc singularem et raram *Phæographinam* cum *Opegrapha* quadam (sporis destituta) in thallo hujus *Phæographinæ* parasitante sub citato nomine combinavit. — Lirellæ *Phæographinæ* $^1/_2$-$^3/_4$ mm. longæ et totidem latæ, turgide elato-hemisphæricæ, basi sæpius paullo constrictæ, vertice late rotundato-obtusæ, mamillares, thallinæ, vertice transversim aperientes; labia valde tenuia vulgoque arcte conniventia, unde primo intuitu verrucas thallodes apice lirellam transversim nigram gerentes facile putares, sed forma hæc mamillaris non pro sarcothecio aut stromate habenda est cum in nonnullis apotheciis immixtis subduplo longioribus quam latis clare a forma labiorum pendet; hæc apothecia ad illa *Ph. scalpturatæ* et præsertim *Thecariæ* operis Féeani non minus clare approximantur, et labia dein non a stromate distincta sed strato thallino turgido validissime duplicata sunt; labia in sectione superne crassiora, cæterum tenuia, nigro-fusca, inferne pallidiora; perithecium subtus deficiens, sed crasso-hypotheciale et fulvo-fuscidulum; asci 1-seriatim 8-spori, angusti; sporæ fuscæ, 10-13 μ longæ, 6-7 μ latæ, ellipsoideæ, 4-loculares, loculi intermedii demum bilocellati. — Eximie distincta species (Admixta parasitica

Opegrapha ob defectum sporarum negligenda est). — Corticola in Antillis (ad specim. Féean.).

Sect. 4. CHROMODISCUS Müll. Arg.

Perithecium pallidum, sub lamina deficiens; labia non sulcata; discus latus, coloratus.

11. **Phæographina** (s. CHROMODISCUS) **irregularis** Müll. Arg.; *Fissurina irregularis* Fée Ess. Suppl. p. 46, t. 40; *Graphis irregularis* Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 228. — Plantula insignis, sectionem distinctam inter *Phæographinas* constituens. — Lirellæ et lineari suborbiculares, irregulares, late hiantes; labia thallino-corticata, ore extenuata demumque subdecolorata et crenulato-sublacera (« scariosa » Fée), cæterum obscure cinerea; perithecium in sectione utrinque zona olivaceo-fulvescente indicatum; discus planus, rubenti-fuscus, nudus; lamina (ut in *Lecanactide* Nyl.) prima fronte paraphysibus distinctis spurie destituta, vesiculoso-granulosa, hyalino-alba; epithecium rufo-fuscidulum; asci 4-spori; sporæ in ascis parallele juxtapositæ, cylindrico-ellipsoideæ, olivaceo-fuscidulæ, circ. 110 μ longæ et 25 μ latæ (semel vidi), crebre parenchymatice locellatæ. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

11. GYROSTOMUM El. Fries Syst. Orb. Veg. p. 268; Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 51.

Gymnotrema Nyl. Enum. gén. p. 119. — Est genus graphidaceum, nec thelotremoideum, lirellæ, vulgo orbiculares, haud raro simul occurrunt oblongatæ, 2-4-plo longiores quam latæ, rectæ aut varie curvatæ; sporæ fuscæ, parenchymaticæ; paraphyses intricatim connexo-ramosissimæ; gonidia chroolepoidea.

Gyrostomum scyphuliferum Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 51; *Lecidea scyphulifera* Ach. Syn. p. 27: *Thelotrema atratum* Fée Ess. p. 109, t. 23, f. 4; *Lecidea? Thelotrematis* Fée Ess. p. 109; *Gymnotrema atratum* Nyl. Enum. géner. p. 119; *Lecanora ocellata* Zenk. in Gœbel Pharm. Waarenk. I, p. 170, t. 22, f. 4 et *Verrucaria parasema* Zenk. l. c. p. 140, s. *Variolaria parasema* Zenk. l. c. t. 16, f. 5; perithecium basi more *Opegraphæ* completum, undique crassum et nigro-fuscum; epithecium fuscum; lamina fuscescens et ob paraphyses eximie tenellas arcte reticulatim et intricatim ramuloso-connexas tenax; sporæ e hyalino demum fusculæ, 25-36

μ longæ, absque crasso halone 11-14 μ latæ, 9-11-loculares, loculi demum turgide 2-4-locellati. — Vulgaris in regionibus calidioribus (vidi spec. Féeana, Zenkerana et multa alia).

12. HELMINTHOCARPON Fée Ess. Suppl. p. 156.

Apothecia in thallo sparsa, lirellaria; perithecium graphidaceo-annulare (sub lamina deficiens); paraphyses intricatim connexo-ramosæ; sporæ hyalinæ, parenchymaticæ. — Genus insigne perithecio et sporis *Graphinam*, paraphysibus *Arthoniam* imitans.

Helminthocarpon Le Prevostii Fée Ess. Suppl. p. 156, t. 35, f. 11. Puncta atomaria, quibus discus adspersus, ab auctore memorata, nil sunt nisi apices ascorum rosello-pallidi, qui post lapsum corticis disci facile sub lente perspiciuntur more quarundam Arthoniarum. Asci et perithecium innatum cæterum bene Graphidis auct. nec Arthoniæ sunt. — Perithecium hujus pulchræ speciei est subnigrum, tenue, subtus tota latitudine lirellarum deficiens, supra demum perspicuum, primum tamen tectum, intus strato crasso albo (laminæ parte sterili peripherica) duplicatum; discus pallidus, albo-farinosus; lamina tota alba et mollis, madefacta turgescens. Asci fere totam altitudinem laminæ æquantes, 8-spori; sporæ hyalinæ, circ. 140 μ longæ et 30 μ latæ, cylindricæ, crebre parenchymatice loculosæ. — Carthagena : Le Prevost (ad specim. hb. Féeana et alia).

13. ARTHONIA Ach. Lich. Univ. p. 25, t. 1, f. 3, 4; Nyl. Syn. Arth. p. 88; Almquist Monogr. Arth. p. 8.

Apothecia gymnocarpica, orbiculari-linearia, perithecio genuino cingente destituta (superficialia); lamina ab origine aperta; paraphyses (tenuissimæ) intricatim connexo-ramosissimæ; sporæ hyalinæ, transversim divisæ.

A. *Apothecia coccinea aut læte rubra.*

1. **Arthonia Cascarillæ** Nyl. Enum. gén. p. 132; *Coniocarpon Cascarillæ* Fée Ess. p. 99, t. 15, f. 4 et Suppl. t. 42, f. 3; proxima *A. cinnabarinæ*, sed apothecia dense sparsa, nec gregatim plus minusve confluentia, minora, $^1/_8$-$^1/_6$ mm. lata, anguloso-v. fere regulari-orbicularia v. elliptica, nec pro parte sublinearia, haud pruinoso-velata et magis obfuscata; lamina autem purpurascenti-hyalina v. subhya-

lina, vix nisi ad peripheriam et plus minusve obsolete in epithecio purpurascenti-obscurata; sporæ minores, 15-17 μ longæ et 5-5 $^1/_2$ μ latæ, cæterum quoad ambitum et structuram convenientes, sc. oblongato-fusiformi-obovoideæ, 4-loculares, loculus summus reliquis multo major. — Cascarillicola (ad specim. Féean. et alia ex hb. Zenk.).

2. **Arthonia Meissneri** Müll. Arg.; *Coniocarpon extensum* Meissn. sched. in Fée Ess. Suppl. p. 95. in not. t. 42, f. 6, proxime affinis est *A. gregariæ* Körb. s. *A. cinnabarinæ* Wallr., sed differt sporis evolutis multo minoribus, 10-14 μ longis et 4 $^1/_2$-5 $^1/_2$ μ latis, ambitu pyriformi-panduriformibus, articulis 2 medianis reliquis subduplo et ultra brevioribus et distincte angustioribus, summo majore, infimo iterum paullo latiore; apothecia circ. $^1/_2$ mm. lata, orbicularia et oblonga, sæpe astroideo-confluentia et nuda, purpureo-v. obscure cinnabarino-fusca. — Hic etiam referenda est illa *Lecidea cuticula* Fée quam auct. in Suppl. p. 109 in cortice Weinmanniæ citat, sed primitiva *Lecidea cuticula* Fée in Cinchona Condaminea est *Lopadium cuticula* Müll. Arg. — In *A. gregaria* sporæ majores, validiores, cuneato-obovoideæ, basin obtusam versus sensim angustatæ sunt. — Nomen *extensum* pro hac specie *Arthoniæ* contrarium servari non potuit. — Cinchonicola (ad specim. Féean. a cl. Meissn. miss.).

B. *Apothecia varie colorata, sed non coccinea, nec nigra* (*saltem madefacta*).

* Sporæ 4-loculares.

3. **Arthonia varia** Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 99 (et 98); Syn. Lich. Nov. Caled. p. 60; *Opegrapha abnormis* v. *varia* Ach. Univ. p. 259; *Opegrapha epipasta* v. *Bonplandiæ* Fée Ess. p. 26. — Lirellæ exiguæ, ex orbiculari ad formam elongatam linearem flexuosam et leviter ramosam ludentes; sporæ in ascis globoso-ovoideis 5-8-næ, hyalinæ, oblongato-obovoideæ, 12-14 μ longæ et 5-6 μ latæ, 4-loculares, loculus superior semper major et inferior sæpe intermediis paullo longior. — In cortice Bonplandiæ trifoliatæ (ad specim. Féean.).

4. **Arthonia Cinchonæ** Müll. Arg.; (hic *Graphis? endocarpa* Fée Ess. p. 49, t. 13, f. 5, quoad specim. in Cinchona caribæa); thallus albus, crassiusculus, continuus, supra farinulentus; apothecia linearia, varie ramosa et subtortuosa, gracilia, cir. $^1/_{15}$-$^1/_8$ mm. tantum lata, vix emergentia, carnea, madefacta pallidiora fere-

magnitudine fere conveniens, sed hæ (paullo minores, 15-17 μ longæ et 5-6 μ latæ), aliter, ut in nigra *A. complanata* Fée v. etiam in macrospora *A. rubella* divisæ sunt, 5-loculares, loculus superior reliquis duplo et ultra altior et paullo latior. Hypothecium pallidum; lirellæ siccæ obscure fuscæ v. hinc inde nigrescentes, madefactæ distincte fuscæ ut in *A. conferta*. — In cortice Bonplandiæ (ad specim. Féean.).

8. **Arthonia serialis** Müll. Arg.; *Coniocarpon caribæum* Fée Ess. p. 99, pr. p., thallus cum epidermide testaceo-pallidus, lævissimus, effusus; apothecia $^1/_{10}$ mm. lata, irregulariter orbicularia, astroideo-angulosa, subalternatim crebre in series $^2/_{10}$ mm. latas noduloso-lineares subflexuosas integras v. obsolete ramulosas confluentia v. fere confluentia, fusca et nuda v. novella thallino-suffusa et subcinerascentia, intus pallida; asci obovoidei, 8-spori; sporæ hyalinæ, oblongo-obovoideæ, superne late rotundato-obtusæ, 21-23 μ longæ et 9-10 μ latæ, 5-loculares, loculus superior distincte major. — Valde affinis *A. fuscescenti* Fée, cujus apothecia alia et sporæ minores. — Cinchonicola (ad specim. Féean. ubi immixta sunt *Arthothelium abnorme* Müll. Arg. et *Arthonia subrubella* Nyl.).

*** Sporæ 5-10-loculares, 25-50 μ longæ.

9. **Arthonia rubella** Nyl. Syn. Arth. p. 89 et in Prodr. Nov. Gran. p. 98; *Graphis rubella* Fée Ess. p. 43, t. 11, f. 5 (1824). — Cum hac omnino congruit *Ustalia figurata* Fries Syst. Orb. Veget. p. 289 (1825). — Sporæ circ. 25-35 μ longæ, 10-15 μ latæ, 5-6-loculares, loculus superior (et in minus divisis etiam inferior) reliquis multo longior. — In cortice Bonplandiæ (ad specim. Féean. et Frisian.).

10. **Arthonia caribæa** Nyl. Syn. Arth. p. 89, et in Prodr. Nov. Gran. p. 98; *Graphis caribæa* Ach. Univ. p. 272 et Syn. p. 86; Fée Ess. p, 43, t. 7, f. 4. — Originalia Acharii Cascarillicola cum Féeanis bene quadrant; sporæ vulgo 6-7-loculares, quam in præcedente majores; loculi terminales ad utramque extremitatem reliquis multo majores sunt. — Cascarillicola (ad specim. Féean. etc.).

11. **Arthonia subrubella** Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 98, adnot., occurrit in hb. Féeano 1° sub *Graphide? endocarpa* pr. p. et sub *Coniocarpo caribæo* Ess. p. 99 pr. p. — Proxima et plus minusve similis est *A. rubellæ* Nyl. et *A. caribææ* Nyl. a quibus, similiter macrosporis, in eo differt, quod sporarum loculi intermedii, nec summi, reliquis majores. — Cinchonicola et in Melambo (ad specim. Féean.).

C. *Apothecia nigra.*

* Sporæ 2-loculares.

12. **Arthonia microsperma** (Nyl. Enum. gén. p. 133, nomen sine charact.) Müll. Arg. L. B. n° 1092; *Lecidea complanata* Fée Ess. p. 112, Suppl. p. 103; similis *A. patellulata* Nyl., sed apothecia ambitu minus integre regularia et sporæ minores. Apothecia evoluta $^1/_{10}$ mm. lata, extus intusque nigra; sporæ 8-næ in ascis oblongo-obovoideis, 9-11 μ longæ, 3-4 μ latæ, cuneato-obovoideæ, medio 3-septatæ. — In cortice Bonplandiæ (ad specim. Féean.).

13. **Arthonia myriadea** Nyl. Syn. Arth, p. 101 n° 38 (inter species enumerata quarum sporæ biloculares); *Coniocarpon myriadeum* Fée Ess. p. 99, t. 15, f. 5 (icon. bona). — Sporas observare non potui, et plantam omnino similem et similiter sporis destitutam etiam ex hb. Hamp. habeo. — Cinchonicola (vidi specim. Féean.).

** Sporæ 4-loculares.

14. **Arthonia palmicola** Ach. Syn. p. 5; apothecia $^1/_2$-$^3/_5$ mm. longa, vulgo elliptica v. subanguloso-orbicularia, virenti-nigra, nuda; epithecium viridi-atrum, crassum; lamina et hypothecium olivaceo-virentia; asci oblongo-obovoidei, 8-spori; sporæ 15-17 μ longæ, 6-7 μ latæ, oblongo-obovoideæ, utrinque obtusæ, regulariter 4-loculares. — Palmicola (ad specim. Acharianum; pulchre a cl. Barbey ex Ægypto inferiore reportata fuit).

*** Sporæ 6-loculares.

15. **Arthonia polymorpha** Ach. Syn. p. 7; Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 105; *Arthonia dilatata* Fée Ess. p. 54, t. 13, f. 7, Suppl. p. 38, t. 40, f. 9; *Arthonia polymorpha* β *maculans* Fée Ess. p. 53 (excl. form. prim. et var. γ). — Specimina Féeana cum Acharianis bene conveniunt, at cl. Fée sporas juniores 4-loculares tantum vidit, quæ autem revera in ipsius specim. e 4-locul. mox 6-loculares adsunt. — In hac specie lamina centro primum sat definite fertilis est et pars sterilis in sectione verticali sæpe margines s. perithecium distinctum etiam supra haud raro bilineatim emergens simulat, sed margo hic in aliis sectionibus sensim sensimque eva-

nescit et lamina demum undique ascigera evadit; paraphyses cæterum cum *Arthoniis* quadrant; lamina fertilis pallidior, fuscescens, basi sæpe obscurior; asci obovoidei, superne pachydermei, 8-spori; sporæ hyalinæ v. senectute fuscidulæ, 15-22 μ longæ et 5-8 μ latæ, ellipsoideo-fusiformes, (4-)6-loculares, loculi æquales et intermedii submajores. — Cascarillicola (ad specim. Ach. et Féean.).

A. polymorpha β *maculans* Fée Ess. p. 53, jam in Suppl. p. 38 ab ipso Fée ad suam *A. dilatatam*, sc. veram *A. polymorpham* Ach. relata, sporis destituta est, apothecia juniora hinc inde confluentia *A. polymorphæ* refert.

— β GUAYACANA Müll. Arg.; *Arthonia dilatata* β *guayacana* Fée Suppl. p. 39 recedit apotheciis paullo minoribus et magis rotundatis, rarius pr. p. elongato-ellipticis, sporis parvulis, 15-16 μ longis et 5 μ latis. — Ad corticem *Guayaci officinalis* (ad specim. Féean. et alia).

16. **Arthonia complanata** Fée Ess. p. 54, Suppl. p. 39, t. 40, f. 10; Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 106. Sat similis *A. polymorphæ* Ach., sed vulgo gracilior, intus magis pallida et præsertim in eo recedens, quod sporarum majorum (circ. 25-32 μ long. et 6-7 μ lat.) divisio alia, loculi 6 v. etiam 7 inæquales sunt, superior reliquis multo major, duplo longior et paullo latior, infimus etiam paullo longior sed angustior. — Lamina minus crassa, hyalino-fuscescens, basi haud nigrescens, epithecium autem crassiusculum et nigro-fuscum. — Huic dein omnino referenda est *Arthonia subrotunda* Fée Suppl. p. 39, t. 40, f. 10 *bis* (ut jam antea cl. Nyl. in Lich. Exot. Peruv. p. 231 recte monuit), sed cl. Fée in sua collect. typica *Phæographidem lobatam* (Eschw.) Müll. Arg., etiam in cortice Quassiæ crescentem et subsimilem cum *A. subrotunda* commiscuit et dein ambas conjunctim cum sua *Arthonia complanata* non identicas putavit. — In cortice Bonplandiæ (ad specim. Féeana).

17. **Arthonia torulosa** Nyl. Enum. gén. p. 133; *Arthonia? torulosa* Fée Ess. p. 55, t. 40, f. 13*bis*; *Coniocarpon? torulosum* Fée Suppl. p. 100, t. 24, f. 1; *Arthonia polymorpha* v. *substellata* Fée Ess. p. 53 (non Ach.); *Arthonia dilatata* Fée Suppl. p. 38 pr. p. — Thallus pallide olivaceo-fuscescens, tenuissimus, zona nigra latiuscula limitatus; apothecia breviter astroideo-radiantia, similia iis *A. confertæ*, sat tenella, subplana, sicca et madefacta nigra, nuda; lamina fusca, hypothecium nigrescenti-fuscum; asci parvuli, globoso-obovoidei, 8-spori; sporæ hyalinæ, 13-16 μ longæ, 5-6 μ latæ, cylindrico-obovoideæ, utrinque late obtusæ, 6-loculares, loculus superior (et haud raro simul inferior) reliquis duplo longior. — Inter *A. complanatam* Fée et *A. gracilentam* Müll. Arg. L. B. n° 522 e Nova-Hollandia locanda, posteriori tamen

affinior, at diversa apotheciis minus gracilibus, intus aliter coloratis et sporis minoribus. — Ad *Arthoniam analogellam* Nyl. etiam proxime accedere videtur, et ab *A. conferta* præsertim sporis minoribus et earum articulo superiore multo majore. — In cortice Bonplandiæ trifoliatæ, potius quam Cascarillæ (ad specim. Féean.).

**** Sporæ 8-14-loculares.

18. **Arthonia moniliformis** Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 231 (sine char.); *Coniocarpon caribæum* Fée Ess. p. 99. pr. p. — Sub *Coniocarpo caribæo* in hb. Féeano species 4 adsunt, quarum unam, evidenter sequentem, cl. Nyl. intellexit sub nomine hic admisso, eam in Enum. gén. Lich. p. 133 n° 25 enumerans, sola enim est, cui locus hic e structura sporarum et colore apotheciorum, attribui possit; e colore apotheciorum et ex analysi Féeana pro parte tantum est quod illustr. Fée primum hoc sub *Coniocarpo caribæo* habuit. — Thallus fusco-pallidus, tenuissimus, lævigatus; apothecia nigra, lineolas $^1/_{10}$-$^1/_8$ mm. latas, moniliformi-inæquales, subflexuosas, hinc inde subramulosas formantia; sporæ in ascis obovoideis 8-næ, hyalinæ, obovoideo-fusiformes, utrinque subacutatæ, 18-20 μ longæ et 6-7 μ latæ, 7-8-loculares, loculi intermedii majores. — Cinchonicola (ad specim. Féean.).

19. **Arthonia atrata** Müll. Arg. (non Nyl., quæ eadem ac *A. conferta* inter fuscas): *Graphis atrata* Fée Ess. p. 35, Suppl. p. 27, t. 39, essentialiter hic spectat ob discum latiusculum et sporas majores magis divisas (quam in *A. conferta*); lirellæ subastroideo-ramosæ, $^2/_{10}$ mm. latæ (duplo latiores quam in *A. conferta*), obtuse brevirameæ, immersæ, siccæ concaviusculæ, fusco-nigræ; epithecium fulvo-fuscum; lamina et hypothecium hyalino-fulvescentia; asci ampli, globosi, 8-spori; sporæ hyalinæ, 50-55 μ longæ et 19-23 μ latæ, elongato-obovoideæ, utrinque rotundato-obtusæ, subæqualiter 9-12-loculares, loculi ultimi et medii reliquis vulgo leviter longiores. — Species insignis. — In cortice Cascarillæ (ad specim. Féean.).

20. **Arthonia angulata** Fée Suppl. p. 39, t. 40, f. 9 *bis*; *Graphis angulata* Mass. Mem. p. 111; extus similis *A. complanatæ*; epithecium nigro-fuscum, crassiusculum; lamina fuscescenti-subhyalina, basi non obscurior; asci obovoidei, sat pachydermei, 8-spori; sporæ hyalinæ, 48-55 μ longæ et 11-14 μ latæ, ambitu ellipsoideo-lanceolatæ, utrinque obtuse acutatæ, 12-14-loculares, loculi extremitatem versus sensim breviores. — Prope *A. cyrtodem* et *A. platygraphideam* Nyl., et *A. calosporam* et *A. atratam* Müll. Arg. locanda. — Cascarillicola (ad specim. Féean.).

21. **Arthonia stictica** Nyl. Enum. gén. p. 133; *Lecidea stictica* Fée Suppl. p. 103; similis *A. angulatæ* Fée, sed thallus olivaceo-virens et sporæ multo majores et a proxima *Arthonia cyrtode* Nyl. thallo lævi et apotheciis multo minoribus, diametro $^{5}/_{10}$-$^{7}/_{10}$ mm. æquantibus (nec 1 $^{1}/_{2}$ mm. latis) differt. — Sporæ in ascis late obovoideis amplis 8-næ, hyalinæ, vetustate demum rufo-obscuratæ, 70-80 μ longæ, 15-23 μ latæ, utrinque paullo angustatæ, (10-)12-loculares, loculi duo intermedii modice majores. — In Antillis in cortice *Exostemmatis floribundi* (ad specim. Féean.).

14. ARTHOTHELIUM Mass. Ric. p. 54; Th. Fries Heterol. p. 97; Stitzenb. Flechtensyst. p. 152.

Ab *Arthonia* differt sporis parenchymaticis.

* Sporarum locelli in series circ. 6-9 dispositi.

1. **Arthothelium abnorme** Müll. Arg. L. B. n° 221; *Opegrapha abnormis* Ach. Univ. p. 259; *Arthonia abnormis* Nyl. Syn. Lich. Nov. Caled. p. 64; *Coniocarpon caribæum* Fée Ess. p. 99 pr. p. — Apothecia exigua, irregulariter angulosa at obsolete astroidea; sporæ in ascis cuneato-obovoideis 8-næ, hyalinæ, 11-18 μ longæ, 6-11 μ latæ, superne latiores, obtusæ, 6-9-loculares, loculi 2-4-locellati. — Cinchonicola (ad specim. Féean., Acharianum autem non vidi).

** Sporarum locelli in series 12-18 dispositi.

2. **Arthothelium nucis** Müll. Arg.; *Arthonia polymorpha* γ *substellata* Fée Ess. p. 53 (dein in Suppl. p. 38 ad suam *A. dilatatam* relata); simillima *A. confertæ* Nyl., sed thallus griseo-fuscidulus et apothecia madefacta nigra, nec distincte fusca; juxta *Arthothelium abnorme* Müll. Arg. L. B. n° 221 (*Opegrapham abnormem* Ach.), cui affine, locandum est, et a quo differt colore thalli, apotheciis paullo validioribus et sporis majoribus. — Lamina obscure fuscidula v. fusca; hypothecium nigro-fuscum; asci pro ratione in lamina magni, parum numerosi, globoso-obovoidei, 8-spori; sporæ hyalinæ, 25-35 μ longæ et 12-15 μ latæ, eximie parenchymatosæ, locelli in series transversales 12 dispositi, quaque serie 4-5 (in plano optico dicto). — In cortice *Strychni nucis vomicæ* (ad specim. Féean.).

3. **Arthothelium macrotheca** Müll. Arg. L. B. n° 818; *Arthonia macro-*

Suppl. p. 47; thallus ut in β *intermedia*, verrucæ ut in β et γ, sed majores, 2-3 mm. latæ, subinde irregulariter confluentes. — Ad specim. cortic. off. Féeana et e Nova Hollandia orientali : Thozet n° 52.

2. **Glyphis cicatricosa** Ach. Syn. p. 107; Fée Suppl. p. 48, t. 36, f. 5. Planta genuina rara, in Quassiæ amaræ cortice crescens, primo statu fere omnino juniorem refert *Gl. favulosam* β *intermediam*, ubi lirellæ breves et discretæ, sed recedit thallo obscuriore, pallidiuscule fusco et verrucis magis nigrescentibus, evoluta autem bene differt lirellis in quaque verruca confluenti-radiantibus, quo charactere ad *Gl. confluentem* Zenk. accedit et a qua discernitur disco angustiore, verrucis radiatim elevato-costatis, costis discos segregantibus obtusis turgidis nitidulis subundulatis et paullo irregularibus (non demum discis confluendo-planis); verrucæ carbonaceo-nigræ, crustuloso-duræ, sub cultro fragillimæ. Sporas ipsas observare non potui. — Quod in herbariis sub *Gl. cicatricosa* vulgo occurrit ad *Gl. favulosam* β *intermediam* referendum est. — In cortice Quassiæ amaræ (ad fragm. Achariana ex hb. Ach. et in hb. Fée et specim. jamaicense in hb. Fée).

3. **Glyphis leucographa** Fée Ess. Suppl. p. 48, t. 36, f. 6 et Mém. Lich. p. 40, t. 3, f. 6, inter plantas Féeanas non inveni, sed ex notula inedita cl. Fée in Quassia amara non crescit. Ex sporis minoribus verisimiliter *Sarcographis* adscribenda est.

16. SARCOGRAPHA Fée Méth. Lich. p. 20, t. 1, f. 5; Ess. p. 58 et Suppl. p. 43.

A *Graphide* differt sporis fuscis.

Sect. 1. Eusarcographa Müll. Arg.

Discus niger, perithecium basi completum, subnigrum.

1. **Sarcographa** (s. Eusarcographa) **labyrinthica** Müll. Arg.; *Glyphis labyrinthica* Ach. Syn. p. 107. — *Sarcographa vestita* Fée Ess. Suppl. p. 44 et Mem. Lich. p. 16 (erronee a cl. Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 228 ad *Graphidem tricosam* relata fuit). Lirellæ in stromate creberrimæ, multiformes, breves et elongatæ, intricatæ et subanastomosantes, juniores albo-velatæ; perithecia basi completa et ibidem

crassiora, hinc inde basi subconfluentia; asci 8-spori; sporæ 14-20 μ longæ et 6-8 μ latæ, elongato-ellipsoideæ, 4-6-(8-)loculares. — In Guinea : Afzelius (specim. orig.) — In cortice *Weinmanniæ glabræ* havanensis (ad specim. Féean.). — Species cæterum late distributa in regionibus calidioribus.

2. **Sarcographa** (S. EUSARCOGRAPHA) **Féei** Müll. Arg.; *Chiodecton Féei* Meissn. ap. Fée. Ess. Suppl. p. 51, t. 36, f. 7 et t. 40, f. 3 *bis*. Apothecia e punctiformi abbreviatim lirelliformia vel longiuscula, in stromate albido deplanato-convexo; perithecia basi profundissime cuneato-v. cylindrico-producta, inter se vix confluentia, in thallo albo nidulantia, quoad margines superficiem thalli attingentia, tota nigro-fusca; lamina in sectione alta, fuscidulo-hyalina; sporæ in ascis linearibus 8-næ, rufo-fuscidulæ, 12-14, μ longæ, 6-6½ μ latæ, utrinque rotundato-obtusæ, 3-loculares. — Corticola in Simaruba et Strychnos (ad specim. Féeana).

3. **Sarcographa** (S. EUSARCOGRAPHA) **Cinchonarum** Fée Ess. p. 58, t. 16, f. 3 (lapsu sub *S. labyrinthiformi*), Suppl. p. 43, t. 40, f. 3 et Mém. Lich. p. 15, t. 1, f. 2; *Asterisca Cinchonarum* Spreng. Syst. Zenker in Gœb. Pharm. Waarenk. p. 128, t. 15, f. 3 (fide specim. orig.), valde affinis est *Gl. tricosæ*, sed differt thallo obscuriore, lirellis in stromate e centro varie radiantibus, magis elongatis et subpinnatim ramosis, apicibus obtusis sæpeque retusis v. bifidis latioribus, et sporis majoribus 20-25 μ longis et 8 μ latis, (4-)6-locularibus. — In cortice Cinchonarum (ad specim. Féeana et Zenkeriana et alia ex hb. Hamp.).

4. **Sarcographa** (S. EUSARCOGRAPHA) **tricosa** Müll. Arg.; *Glyphis tricosa* Ach. Syn. p. 107; *Sarcographa Cascarillæ* Fée Ess. p. 58, t. 16, f. 1, Suppl. p. 44, t. 40, f. 3, Mém. Lich. p. 13, t. 1, f. 1 (origin. Féeana cum specim. Ach. optime quadrant). — Perithecium integrum, subtus multo crassius, lateraliter apicem versus attenuatum sæpeque infra superficiem laminæ evanescens, atro-fuscum; epithecium tenue, fuscidulum; asci imbricatim 8-spori; sporæ fuscæ, elongato-ellipsoideæ, 4-loculares, 16-19 μ longæ et 6-8 μ latæ. — In cortice Cascarillæ (ad specim. Féean. et Achar.).

— *Var.* β TIGRINA Müll. Arg.; *Sarcographa tigrina* Fée Ess. p. 58, t. 16, f. 2, a cl. Fée in Suppl. p. 44 et in Mém. Lich. p. 13 iterum cum sua *S. Cascarillæ* juncta, ab hac differt habitu graciliore, lirellis vulgo triente tenuioribus et simul brevioribus et in stromatibus crebrius sitis, reliqua autem, sc. structura apotheciorum, forma et magnitudo sporarum omnino conveniunt. — Cascarillicola (ad specim. Féean.).

— Nomen (e verbo *tricæ*) hodie inter *Graphides* sæpe falso scribitur *Graphis trichosa* pro *Gr. tricosa*.

Sect. 2. Hemithecium Müll. Arg.

Stroma plano-effusum; lirellarum discus niger; perithecium laterale, subtus deficiens.

5. **Sarcographa** (s. Hemithecium) **tristis** Fée Ess. Suppl. p. 44, t. 36, f. 4 et t. 40, f. 4, nec non Mém. Lich. p. 17, t. 1, f. 3. — Similis *S. subtricosæ* Müll. Arg. e Ceylonia, sed lirellæ etiam madefactæ nigræ sunt et minus centro confluunt et perithecium subtus plane nullum; lirellæ copiosissimæ, confertæ, elongatæ, e centro radiantes, centro nonnihil confluentes, in stromate ex olivaceo-cinereo mox nigrescente in maculas amplas (usque centimetrales) nigrescentes dispositæ; labia perithecii lateralia, fusca; epithecium fuscum, lamina fuscidula; asci imbricatim subuniseriatim 8-spori; sporæ fuscæ, 4-loculares, ellipsoideæ et oblongo-obovoideæ, 13-16 μ longæ et 6-7 1/2 μ latæ. — In cortice Quassiæ amaræ (ad specim. Féeana).

6. **Sarcographa** (s. Hemithecium) **inquinans** Fée Ess. Suppl. p. 45 et Mém. Lich. p. 17; *Arthonia gregaria* Fée Ess. p. 50, t. 13, f. 6 et Suppl. t. 40, f. 1 (non Weig.). Stromata effuso-deplanata, irregularia, statu normali argillaceo-pallida et lirellæ nigræ et tota subsimilis *S. tricosæ* (ubi perithecium basi completum), sed thallus et lirellæ mox plus minusve ferrugineo-v. purpureo-rubescunt, ut in icone citata expositæ sunt. Color hic tantum statum rubro-inquinatum, nec primarium normalem, qui in iisdem speciminibus etiam adest, repræsentat. Perithecium laterale tenue, obscure fuscum, basi deficiens; asci subbiseriatim 8-spori; sporæ fuscæ, 6-loculares, 18-21 μ longæ et 7-8 μ latæ. — In cortice Cinchonæ lancifoliæ : Mutis (ad specim. Féeana).

Sect. 3. Phæoglyphis Müll. Arg. L. B. nº 1102.

Discus madefactus pallidus; hypothecium pallidum.

7. **Sarcographa** (s. Phæoglyphis) **pedata** Müll. Arg.; *Medusula pedata* El. Fries Syst. Orb. Veget. p. 287; lirellarum greges 4-6 mm. latæ; lirellæ vulgo latiusculæ, radiatim dispositæ, in thallo tumente argillaceo-decolorato sitæ; semel vel bis

bifidæ aut pinnatim paucirameæ, evolutæ $^{1}/_{8}$ mm. latæ, siccæ nigrescentes v. hinc inde fuscæ, madefactæ distinctius aquoso-pallentes; perithecium lateraliter indistinctum v. rudimentarium et pallidum, hypothecium crassiuscule album; lamina fulvescenti-subobscurata; asci subbiseriatim 8-spori; sporæ pallido-fuscæ, elongato-ellipsoideæ, 6-loculares, 25-28 μ longæ et 7 $^{1}/_{2}$-9 μ latæ. — Juxta proximam *Sarcographam subtricosam* Müll. Arg. L. B. n° 1102 locanda est, a qua differt lirellis minus gracilibus, laxius dispositis et triente majoribus et sporis 6-locularibus, a *S. tricosa*, quæ subinde similis, differt perithecio, colore disci et sporis 6-locularibus. — In cortice Cinchonæ flavæ (ad specim. orig. hb. Friesii).

17. CHIODECTON (Ach. Syn. p. 108 emend.).

Apothecia in stromatibus distinctis cum thallo vulgo discoloribus disposita, orbiculari-graphidacea; perithecium varium; paraphyses clathratim connexæ; sporæ hyalinæ, simpliciter transversim divisæ (ut in *Opegrapha* et *Platygrapha*). — Sporæ specierum sequentium omnium 4-loculares.

Sect. 1. Euchiodecton Müll. Arg.

Perithecium proprium præsertim inferum, sub lamina valide evolutum et incrassato-productum.— Hic pertinet primitivum *Chiodecton* Acharii.

* Ambitus thalli demum rubro-byssinus.

1. **Chiodecton rubro-cinctum** Nyl. Prodr. Nov. Gran. p. 110; *Hypochnus rubro-cinctus* Ehrenbg.; Fée Ess. p. 21, t. 5, f. 1; late distributum (vidi specim. Féeana).

** Ambitus thalli fuligineo-byssinus.

2. **Chiodecton nigro-cinctum** Montg. Guyan. n° 248; *Hypochnus nigrocinctus* Ehrenbg.; Fée Ess. p. 22; sporæ in specim. fert. Lepr. n° 745 sunt 22-25 μ longæ, 2 $^{1}/_{2}$ μ latæ, inferne longius angustatæ, 4-loculares; perithecium completum, undique tenue. — Ad specim. Lepr. et Féeana aliaque.

3. **Chiodecton sterile** Müll. Arg.; *Hypochnus albidus* Fée Ess. Suppl. p. 13

10. **Chiodecton Meratii** Fée Ess. p. 64, t. 17, f. 3; Suppl. t. 40 f. 5 (sporæ non recte delin.); proximum *Ch. effuso*, quacum sporis convenit, sed differt stromate magis definito bene limitato ampliore, haud effuso, convexiore et apotheciis multo densius sitis, minoribus, quasi multiserialibus, evolutis tantum $^1/_{10}$-$^1/_8$ mm. latis. — Interdum cum *Ch. effuso*, cujus apothecia laxiora et demum multo majora et angulosa, commixtim crescit, v. etiam socio *Ch. serialis* et *Ch. monostichi* obvenit. — Perithecium basi profunde nigro-productum. Sporæ 32-37 μ longæ, $3^1/_2$-4 μ latæ, clavatæ, subincurvæ, 4-loculares (nec 10-13-loc. ut in icone Féeana). — Cinchonicola (ad specim. Féeana, ubi etiam *Ch. effusum* admixtum).

**** Ambitus thalli non byssinus: apothecia seriata.

11. **Chiodecton seriale** Ach. Syn. p. 108; Fée Ess. p. 62, t. 18, f. 2, Suppl. t. 40, f. 2 (sporæ nimis divisæ), Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 110 adnot. Planta in ic. cit. bene illustrata et a cl. Nyl. l. c. pro partibus internis bene descripta. Addere tamen liceat quod perithecia basi haud in stroma commune internum crassissimum abeunt, ibidem simpliciter incrassata at sæpissime omnino inter se segregata sunt. Sporæ pro genere sunt obesæ, bilimbiales nec ut vulgo in genere bacidiales, 5-7 μ latæ, 3-4-plo tantum longiores quam latæ, 4-loculares. — In cortice Bonplandiæ trifoliatæ (ad specim. Ach. et Féeana).

12. **Chiodecton monostichum** Fée Ess. Suppl. p. 54, t. 40, f. 7 *bis* (a clar. Nyl. Lich. Exot. Peruv. p. 230 infauste ad *Platygrapham interruptam* Nyl., sc. *Graphidem interruptam* Fée, quæ nunc ad *Sclerophytum interruptum* relata), est simile huic allato *Sclerophyto*, sed omnibus partibus tenuior et sporæ tantum 4-loculares, minores et hyalinæ et apothecia non tantum crasse thallino-marginata sed in stromatibus conferta, vulgo 1-serialia, interdum serie duplice aut ramosa disposita sunt. Stromata cum thallo subconcolora parum distincta, facile tantum juga s. plicas thallinas simulantia. Perithecii margines laterales distincti, sed non emergentes, nigrofusci, basis valide incrassata et similiter nigro-fusca. Paraphyses connexæ v. ramosæ et conglutinatæ. Asci angusti, 8-spori, sporis pluries longiores; sporæ circ. 15-16 μ longæ et 4 μ latæ, 4-loculares, articulus superior vulgo leviter major. — Affine est *Ch. seriali* Fée. — Cinchonicola (ad specim. Féeana).

Sect. 2. Enterographa Müll. Arg.

Genus *Enterographa* Fée Meth. p. 17 (1824); genus *Stigmatidium* Mey. Flecht. p. 328 (1825). Perithecium basi sub lamina deficiens, tantum lateraliter v. superne et tenuiter evolutum. — Reliqua omnia ad amussim cum *Chiodecto* Ach. quadrant, et genus *Enterographa* dein, ex omni analogia cum *Phæographidis* sect. *Melanobasi*, haud amplius servandum est. — Hac translatione *Enterographæ* dein *Enterographa fraterculans* Müll. Arg. Diagn. Lich. Socotr. p. 13 erit *Chiodecton fraterculans*, *Enterographa affinis* Müll. Arg. l. c. sit *Chiodecton affine*, et *Enterographa lactea* nominanda est *Chiodecton lacteum* Müll. Arg.

* Sporæ 4-loculares.

13. **Chiodecton verrucarioides** Müll. Arg.; *Enterographa verrucarioides* Müll. Arg. L. B. n° 838; est planta quæ sub *Trypethelio verrucarioide* Fée Ess. Suppl. p. 64, enumeratur. Jam in meis L. B. n° 838 exposita fuit ex specim. conformibus iis quæ antea in hb. Monac. vidi.

** Sporæ 6-8-loculares.

14. **Chiodecton olivaceum** Fée Ess. Suppl. p. 156, nec non *Stigmatidium granulatum* Nyl. in Prodr. Nov. Gran. p. 96 (exclus. syn.). Thallus flavescenti-olivaceus, pulverulentus; stromata plano-convexa, ambitu ex orbiculari irregularia, basi haud constricta, concolora; disculi conferti, madefacti pallidi; perithecium tenue, fuscescenti-obscuratum, basin versus evanescens; hypothecium pallidum; sporæ in ascis 8-næ, circ. 25 μ longæ et $3\,^1/_2$-$5\,^1/_2$ μ latæ, 6-loculares. — A proxima *Ch. granulato* (Montg.) Müller Arg. differt forma stromatum et sporis 6-locularibus.

— *Obs.* Cl. Nyl. tantum sporas valde juveniles vidit unde sua descriptio a mea valde recedens.

Ad cortices prope Carthagenam (ad specim. Féeana).

15. **Chiodecton quassiæcolum** Müll. Arg.; *Enterographa quassiæcola* Fée Meth. p. 17, t. 1, f. 6; Ess. p. 57, et Suppl. t. 40, Enterogr. f. 1. Apothecia circ. $^1/_{10}$-$^1/_8$ mm. lata, anguloso-orbicularia aut paullo oblongata, recta aut incurva, nigra, superficiem thalli attingentia, non marginata; perithecium laterale, sat tenue, fuscum, basin versus evanescens, subtus plane deficiens; lamina hyalina, paraphyses tenellæ, parciusculæ, ramosæ; asci cylindrici, 8-spori; sporæ 38-45 μ longæ, 4- μ

INDEX SPECIERUM

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 9.

NOTE

SUR LA

THÉORIE DES HALOS

PAR

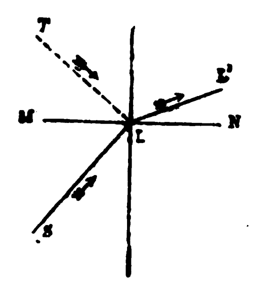
CH. CELLÉRIER

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1887



§ 1. Théorie du prisme.

N° 1. *Formules de la réfraction dans l'espace.* — Soient n l'indice de réfraction d'un milieu : SL un rayon incident, LL′ le rayon réfracté, MLN la normale à la surface réfringente, i l'angle intérieur NLL′, et r l'angle extérieur SLM, de sorte que $\sin r = n \sin i$.



Désignons par α, β, γ, les cosinus de LL′, c'est-à-dire ceux des angles que fait cette droite avec trois axes rectangulaires; soient aussi a, b, c, ceux de LN, et en les considérant comme connus, cherchons les cosinus f, g, h, de SL. Nous laisserons de côté le cas où LL′ tomberait sur LN.

Si l'on pose

$$A = b\gamma - c\beta\ ,\quad B = c\alpha - a\gamma\ ,\quad C = a\beta - b\alpha\ ,$$

ces expressions ne peuvent être toutes trois nulles, car en ajoutant leurs carrés, on aurait

$$o = (a^2 + b^2 + c^2)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) - (a\alpha + b\beta + c\gamma)^2,$$

et comme

$$a\alpha + b\beta + c\gamma = \cos i\ ,$$

il en résulterait $1 - \cos^2 i = o$, ou $i = o$, et c'est le cas que nous venons d'exclure. Nous pouvons donc supposer par exemple C différente de o. On a identiquement

$$A\alpha + B\beta + C\gamma = o, \quad Aa + Bb + Cc = o.$$

Par conséquent les cosinus de la normale au plan de réfraction, qui doivent satisfaire ces mêmes équations, sont proportionnels à A, B, C. On aura donc aussi

$$Af + Bg + Ch = o.$$

Il en résulte qu'on peut choisir les coefficients x, y, de manière à avoir

(1) $$f = y\alpha - xa, \quad g = y\beta - xb, \quad h = y\gamma - xc.$$

En effet on peut tirer des deux premières équations les valeurs de x, y, leur dénominateur commun $a\beta - b\alpha$ ou C n'étant pas nul ; les valeurs (1) de f, g, étant alors exactes, si on les substitue dans la relation

$$Af + Bg + Ch = o,$$

et qu'on en déduise h dont le coefficient est encore C, on trouvera $h = y\gamma - xc$.

Il ne reste donc qu'à déterminer x et y ; nous supposons que le sens des droites correspondant aux cosinus est celui qu'indiquent les flèches. Il en résulte

$$\cos i = a\alpha + b\beta + c\gamma, \quad \cos r = af + bg + ch.$$

En ajoutant soit les produits des équations (1) par a, b, c, soit leurs carrés, on trouvera

$$\cos r = y \cos i - x, \quad 1 = x^2 + y^2 - 2xy \cos i = (y \cos i - x)^2 + y^2 \sin^2 i,$$

ou

$$1 = \cos^2 r + y^2 \sin^2 i\,, \quad y^2 = \frac{\sin^2 r}{\sin^2 i} = n^2, \quad y = \pm n.$$

Le double signe provient de ce que ces relations sont également satisfaites par une droite TL symétrique de SL de l'autre côté de la normale. Elle fait avec LL′ un angle aigu plus grand que SL. Le cosinus de cet angle, qu'on trouve en ajoutant les équations (1) multipliées par α, β, γ, est

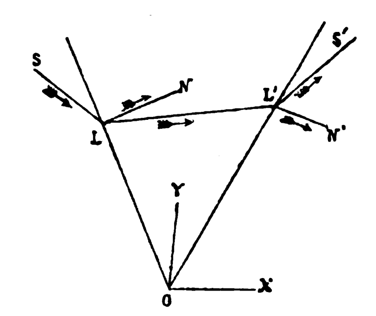
$$\alpha f + \beta g + \gamma h = y - x \cos i.$$

On doit donc prendre pour y la valeur qui rend ce cosinus le plus grand ou $y = + n$. Il en résulte

$$(2) \qquad f = n\alpha - xa\,, \quad g = n\beta - xb\,, \quad h = n\gamma - xc\,, \quad x = n \cos i - \cos r.$$

Ce sont les formules générales cherchées. Elles restent évidemment exactes dans le cas exclu, où l'on aurait $i = r = o$, $\alpha = a$, $\beta = b$, et $\gamma = c$.

N° 2. *Formules du prisme.* — Représentons dans la figure la section



droite du prisme, l'angle réfringent étant LOL′ $= \omega$. Pour tout rayon qui le traverse et se projette est SLL′S′, nous désignons par i, i' les

angles de la partie intérieure avec les normales LN, L′N′, et par r, r', ceux que font les parties extérieures SL, L′S′ avec les mêmes normales.

En attribuant à chaque partie du rayon et aux normales le sens indiqué par les flèches, tous ces angles seront aigus; ils seront d'ailleurs toujours supposés positifs.

La position des divers rayons dépend de deux variables, et ce que j'appelle *formules du prisme* est l'expression de toutes les circonstances du trajet en fonction de ces deux variables, convenablement choisies; nous supposons dans ce qui suit que ce soient i et i' : pour le moment nous laissons de côté les conditions de possibilité, et nous admettrons qu'un rayon leur correspond.

Détermination de α, β, γ. Ce sont comme ci-dessus les cosinus fixant la direction de LL′; en désignant par p, q, les coordonnées angulaires qui leur correspondent, et par p', q', celles de la normale LN supposée connue, on aura

$$\alpha = \sin p \cos q\,,\quad \beta = \sin p \sin q\,,\quad \gamma = \cos p\,,$$
$$\cos p \cos p' + \sin p \sin p' \cos (q - q') = \cos i\,,$$

avec une équation analogue pour $\cos i'$, et on en tirera $p, q, \alpha, \beta, \gamma$ en fonction de i, i'. Supposons par exemple qu'on prenne l'arête réfringente pour l'axe des z, d'où se compte l'angle p, OY étant la bissectrice de LOL′, et OX, origine de l'angle q, étant dirigé à droite; on aura évidemment $p' = \frac{\pi}{2}$, $q' = \frac{1}{2}\omega$ pour LN, et $q' = -\frac{1}{2}\omega$ pour L′N′, de sorte que l'angle des normales est ω; il en résulte

$$\sin p \cos (q - \tfrac{1}{2}\omega) = \cos i\,,\quad \sin p \cos (q + \tfrac{1}{2}\omega) = \cos i'. \tag{3}$$

Le rapport $\frac{\cos i'}{\cos i}$ fera connaître $\operatorname{tang} q$, et en y joignant la condition que $\cos (q - \frac{1}{2}\omega)$ soit positif, l'angle q sera entièrement déterminé. Ensuite à la valeur de $\sin p$ correspondront deux angles p et $\pi - p$, parce

qu'en effet, i et i' étant donnés, le rayon peut avoir deux directions différentes, symétriques par rapport au plan de la section droite.

Portions extérieures du rayon et déviation. Les cosinus f, g, h de SL seront donnés par les équations (2) dans lesquelles les désignations des lettres étaient les mêmes. Quant à f', g', h', cosinus de L′S′, remarquons que si on changeait le sens des flèches pour LL′, L′N′, L′S′, ces droites formeraient une figure identique à celle qui a été employée au numéro précédent, et les équations (2) seraient satisfaites ; si on restitue à chaque droite son sens, tous les cosinus ne font que changer de signe, et les équations restent les mêmes. On aura donc

$$f' = n\alpha - x'a', \quad g' = n\beta - x'b', \quad h' = n\gamma - x'c', \quad x' = n\cos i' - \cos r',$$

où a', b', c' sont les cosinus de L′N′.

En désignant par δ la *déviation* ou l'angle de SL, L′S′, on aura $\cos\delta = ff' + gg' + hh'$, ou d'après les formules précédentes

$$\cos\delta = n^2 - nx(a\alpha + b\beta + c\gamma) - nx'(a'\alpha + b'\beta + c'\gamma) + xx'(aa' + bb' + cc').$$

D'ailleurs ω étant l'angle des deux normales, on peut substituer

$$aa' + bb' + cc' = \cos\omega, \quad a\alpha + b\beta + c\gamma = \cos i, \text{ etc.}$$

d'où résulte

$$(4) \qquad \cos\delta = n^2 - nx\cos i - nx'\cos i' + xx'\cos\omega.$$

N° 3. *Conditions que doivent satisfaire i, i'.* — Nous désignerons par ρ l'expression $\sqrt{n^2 - 1}$, par λ l'angle limite de réflexion totale, ce qui entraîne les relations

$$(5) \qquad \sin\lambda = \frac{1}{n}, \quad \rho = \sqrt{n^2 - 1} = \cot\lambda, \quad \cos\lambda = \frac{\rho}{n}.$$

Pour un rayon quelconque supposons menées des droites OA, OA′, OC, parallèles à LN, L′N′, LL′, et de même sens ; on aura AOA′ $= \omega$, AOC $= i$, A′OC $= i'$; ainsi aucun rayon LL′ ne peut correspondre à des valeurs données de i, i', à moins que le trièdre OAA′C ne soit possible, ou qu'on n'ait $\omega < i + i'$ et $\omega > i - i'$ ou $i' - i$, ou ce qui revient au même, à moins que cos ω ne soit compris entre $\cos(i \pm i')$. Mais si cette condition est satisfaite, on peut construire le trièdre et en menant LL′ parallèle à OC, cette droite, puisque i est aigu, se dirigera bien à partir de L à l'intérieur du prisme, et puisque i' est aigu, elle ira bien rencontrer la seconde face en un point L′. Ensuite pour qu'à LL′ correspondent des portions extérieures du rayon, il faut que i et i' soient compris entre o et λ. Puisque $\omega < i + i'$ il en résulte

$$\omega < 2\lambda, \tag{6}$$

condition sans laquelle aucun rayon ne peut traverser le prisme.

Comme on l'a vu, l'expression

$$[\cos \omega - \cos(i + i')]\,[\cos \omega - \cos(i - i')]$$

doit être négative. Ainsi, en remplaçant $\cos(i \pm i')$ par sa valeur, les conditions que i et i' doivent satisfaire seront les suivantes :

$$\left.\begin{array}{l} i \text{ et } i' \text{ sont compris entre } o \text{ et } \lambda : \text{en outre } P > o, \\ P = \sin^2 i \sin^2 i' - (\cos \omega - \cos i \cos i')^2. \end{array}\right\} \tag{7}$$

Les rayons pour lesquels on a $P = o$ sont compris dans une section droite du prisme, puisqu'on a alors $\cos \omega = \cos(i \pm i')$, $\omega = i + i'$ ou $\pm (i - i')$ et que le trièdre se réduit à un plan ; il en sera ainsi quand i ou i' est nul.

En général, les faces AOC, A′OC du trièdre sont parallèles aux deux plans de réfraction ; en désignant par G l'angle de ceux-ci, on aura donc

$$\cos G = \frac{\cos \omega - \cos i \cos i'}{\sin i \sin i'}. \tag{8}$$

Les équations (3) donnent

$$\frac{\cos i + \cos i'}{\cos \frac{1}{2}\omega} = 2 \sin p \cos q, \quad \frac{\cos i - \cos i'}{\sin \frac{1}{2}\omega} = 2 \sin p \sin q,$$

d'où

$$4 \sin^2 p = \frac{(\cos i + \cos i')^2}{\cos^2 \frac{1}{2}\omega} + \frac{(\cos i - \cos i')^2}{\sin^2 \frac{1}{2}\omega};$$

$\sin p$ aura sa valeur minima quand $\cos i - \cos i'$ sera nul et $\cos i + \cos i'$ le plus petit possible, c'est-à-dire en prenant $i = i' = \lambda$; les conditions (7) sont d'ailleurs satisfaites puisque $\omega < i + i'$ ou $< 2\lambda$. Ainsi en désignant par p' le maximum d'inclinaison d'un rayon sur le plan de la section droite, on aura $p' = \frac{\pi}{2} - p$, et d'après les relations (5),

$$\cos p' = \frac{\cos \lambda}{\cos \frac{1}{2}\omega} = \frac{\rho}{n \cos \frac{1}{2}\omega}. \tag{9}$$

Dans ce cas, comme dans tous ceux où $i = i'$, on voit par les équations (3) que $q = o$, et LL', projection du rayon sur la section droite, forme un triangle OLL' isoscéle.

N° 4. *Emploi de x, x' comme variables.* — On a identiquement

$$(n \cos i - \cos r)(n \cos i + \cos r) = n^2 \cos^2 i - (1 - n^2 \sin^2 i) = n^2 - 1 = \rho^2;$$

ainsi d'après les formules (2),

$$n \cos i - \cos r = x, \quad n \cos i + \cos r = \frac{\rho^2}{x}.$$

On en peut tirer les valeurs de $\cos i$, $\cos r$, et celles de $\cos i'$, $\cos r'$ seront analogues, d'où résulte l'ensemble de relations suivant

$$(10)\quad \begin{cases} n\cos i - \cos r = x, & \cos i = \dfrac{\rho^2 + x^2}{2nx}, \quad \cos r = \dfrac{\rho^2 - x^2}{2x}, \\ n\cos i' - \cos r' = x', & \cos i' = \dfrac{\rho^2 + x'^2}{2nx'}, \quad \cos r' = \dfrac{\rho^2 - x'^2}{2x'}. \end{cases}$$

Substituant les valeurs de $\cos i$, $\cos i'$ dans la formule (4) on aura

$$2\cos\delta = 2n^2 - (\rho^2 + x^2) - (\rho^2 + x'^2) + 2xx'\cos\omega, \quad \text{où} \quad 2n^2 = 2\rho^2 + 2,$$

ou

$$(11)\qquad 2 - 2\cos\delta = 4\sin^2\tfrac{1}{2}\delta = x^2 + x'^2 - 2xx'\cos\omega.$$

Si donc on prend pour variables x, x' au lieu de i, i', on voit que $\cos i$, $\cos r$, $\cos i'$, $\cos r'$, en sont des fonctions rationnelles, et que δ a une expression beaucoup plus simple. Ce changement est donc essentiel pour la recherche que nous allons faire du minimum et du maximum de déviation, et surtout pour l'application des formules aux halos, dans laquelle la déviation elle-même devra être prise pour une des variables.

On voit par l'équation $n\cos i + \cos r = \dfrac{\rho^2}{x}$, que si i et par suite r augmente, $\dfrac{\rho^2}{x}$ diminue, et x augmente ; quand i croît de o à λ et par conséquent r de 0 à 90°, $n\cos i - \cos r$ ou x croît donc constamment de $n - 1$ à $n\cos\lambda$ ou à ρ, et de même i' croissant de o à λ, x' croît de $n - 1$ à ρ.

La valeur (7) de P, en substituant

$$\sin^2 i \sin^2 i' = (1 - \cos^2 i)(1 - \cos^2 i'),$$

donne

$$-\mathrm{P} = \cos^2 i + \cos^2 i' - 2\cos i\cos i'\cos\omega - \sin^2\omega.$$

La condition $P > o$ sera remplacée par $Q > o$, en posant $Q = 4n^2x^2x'^2P$; substituant les valeurs (10) de $\cos i$, $\cos i'$, on aura

$$-Q = (\rho^2 + x^2)^2 x'^2 + (\rho^2 + x'^2)^2 x^2 - 2(\rho^2 + x^2)(\rho^2 + x'^2) xx' \cos\omega - 4n^2x^2x'^2 \sin^2\omega;$$

en y substituant $n^2 = \rho^2 + 1$, et ordonnant par rapport à ρ, cette expression devient

$$-Q = \rho^4 [x^2 + x'^2 - 2xx' \cos\omega] + 2\rho^2 [2x^2x'^2 - (x^2 + x'^2) xx' \cos\omega - 2x^2x'^2 \sin^2\omega]$$
$$+ x^2x'^2 [x^2 + x'^2 - 2xx' \cos\omega] - 4x^2x'^2 \sin^2\omega.$$

Le second terme peut s'écrire

$$-2\rho^2 xx' \cos\omega\, [x^2 + x'^2 - 2xx' \cos\omega].$$

Ainsi les conditions que x, x' doivent satisfaire pour qu'un rayon leur corresponde, sont les suivantes :

$$(12)\quad \begin{cases} x \text{ et } x' \text{ sont compris entre } n - 1 \text{ et } \rho\text{; en outre } Q > o, \\ Q = 4x^2x'^2 \sin^2\omega - HH', \quad H = x^2 + x'^2 - 2xx' \cos\omega, \quad H' = \rho^4 + x^2x'^2 - 2\rho^2 xx' \cos\omega. \end{cases}$$

Il faut remarquer que les trinomes H, H' sont essentiellement positifs; en outre, d'après la formule (11), $H = 4 \sin^2 \frac{1}{2}\delta$.

Lorsqu'on aura $Q = o$, le rayon, comme dans le cas où $P = o$, se trouvera dans la section droite du prisme.

N° 5. *La valeur minima de la déviation ne peut correspondre qu'à des valeurs égales de x, x'. Son maximum ne peut correspondre qu'à des valeurs de x, x' dont l'une au moins soit égale à ρ.* En effet

1° On a

$$4 \sin^2 \frac{1}{2}\delta = H = (x - x')^2 + 2xx'(1 - \cos\omega).$$

Si le minimum de δ correspondait à des valeurs inégales de x, x',

faisons-les varier de façon que leur produit reste constant, mais qu'elles se rapprochent de l'égalité. Elles seront encore comprises entre $n-1$ et ρ; la valeur ci-dessus de δ et H aura diminué avec $(x-x')^2$; la valeur (12) de H' qui est positive et ne contient que xx' n'aura pas changé, de sorte que Q sera encore positive; ainsi les conditions (12) seraient encore satisfaites, et δ aurait diminué, contrairement à l'hypothèse.

2° Le maximum de δ ne peut correspondre à des valeurs de x, x' toutes deux inférieures à ρ; en effet s'il en était ainsi augmentons-les dans un même rapport; nous pourrons le faire de façon qu'elles restent comprises entre $n-1$ et ρ. L'inégalité $Q > o$ peut s'écrire

$$\frac{Q}{x^2x'^2} > o \quad \text{ou} \quad 4\sin^2\omega - \frac{H}{xx'}\cdot\frac{H'}{xx'} > o.$$

En posant $xx' = z$, on a

$$\frac{H'}{xx'} = z + \frac{\rho^4}{z} - 2\rho^2\cos\omega, \quad \frac{d.}{dz}\left(\frac{H'}{xx'}\right) = 1 - \frac{\rho^4}{z^2}.$$

Comme $z = xx' < \rho^2$, cette dérivée est négative, et en augmentant xx' on a diminué $\dfrac{H'}{xx'}$. En même temps on a

$$\frac{H}{xx'} = \frac{x}{x'} + \frac{x'}{x} - 2\cos\omega,$$

quantité qui n'a pas changé. Ainsi $\dfrac{Q}{x^2x'^2}$ a augmenté, les conditions (12) sont encore satisfaites, et cependant en faisant croître x et x' dans un même rapport, on a augmenté la valeur (11) de δ, contrairement à l'hypothèse.

N° 6. ***Réduction des formules dans les deux cas.*** — En faisant $x' = x$ pour trouver le minimum de déviation, ou $x' = \rho$, pour trouver son maximum, il ne reste qu'une seule variable x, et dans les deux systèmes de formules la réduction des inégalités présente une telle similitude, qu'il convient de les traiter simultanément.

Premier système de formules. En posant $x' = x$, les équations (12) donnent

$$-Q = HH' - 4x^4 (1 - \cos^2 \omega), \quad H = 2x^2 (1 - \cos \omega), \quad \frac{-Q}{H} = H' - 2x^2 (1 + \cos \omega),$$

et la condition $Q > o$ se réduit à

$$H' - 4x^2 \cos^2 \tfrac{1}{2} \omega < o, \quad \text{ou} \quad x^4 + \rho^4 - 2\rho^2 x^2 \cos \omega - 4x^2 \cos^2 \tfrac{1}{2} \omega < o.$$

On peut l'écrire, en substituant $\rho^2 + 1 = n^2$,

$$(x^2 + \rho^2)^2 - 4n^2 x^2 \cos^2 \tfrac{1}{2} \omega < o,$$

et supprimer au premier membre le facteur

$$x^2 + \rho^2 + 2nx \cos \tfrac{1}{2} \omega,$$

toujours positif. En même temps l'équation (11) devient $4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta = 4 x^2 \sin^2 \frac{1}{2} \omega$. Ainsi cette valeur et les conditions (12) se réduisent à

$$(13) \qquad \begin{cases} \sin \frac{1}{2} \delta = x \sin \frac{1}{2} \omega \text{ en supposant } x \text{ entre } n - 1 \text{ et } \rho, \\ \text{et } Q' < o \quad : \quad Q' = x^2 - 2nx \cos \frac{1}{2} \omega + \rho^2. \end{cases}$$

Deuxième système. En posant $x' = \rho$, on aura de même

$$H = x^2 + \rho^2 - 2\rho x \cos \omega, \quad H' = \rho^2 x^2 + \rho^4 - 2\rho^3 x \cos \omega = \rho^2 H,$$

et la condition $Q > o$ ou $\dfrac{Q}{\rho^2} > o$, prend la forme

$$H^2 - 4x^2 \sin^2 \omega < o.$$

On peut supprimer au premier membre le facteur $H + 2x \sin \omega$, toujours positif; substituant dans l'autre la valeur de H, les relations (11) et (12) prendront la forme

$$(14) \quad \left\{ \begin{array}{l} 4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta = x^2 + \rho^2 - 2\rho x \cos \omega, \text{ en supposant } x \text{ entre} \\ n - 1 \text{ et } \rho \text{ et } Q'' < o \quad : \quad Q'' = x^2 - 2x (\rho \cos \omega + \sin \omega) + \rho^2. \end{array} \right.$$

Simplification des inégalités. — Désignons par h la plus petite racine de $Q' = o$ ou de $Q'' = o$, et par h' la plus grande. Comme la racine h sera bientôt employée il est superflu de démontrer maintenant que h, h' sont réelles, ce qu'on pouvait d'ailleurs prévoir.

On a, d'après les relations (5),

$$\rho \cos \omega + \sin \omega = \cot \lambda \cos \omega + \sin \omega = \frac{\cos (\omega - \lambda)}{\sin \lambda},$$

résultat positif, puisque $\omega - \lambda$ est compris, d'après la condition (6), entre $\pm \lambda$. Ainsi le coefficient de x est négatif dans Q'' comme dans Q', et dans l'une et l'autre $\rho^2 = h h'$; il en résulte que h, h' sont positives et que ρ est compris entre elles.

La substitution de $n - 1$ à x rend Q' et Q'' positives; en effet on a pour le résultat

$$Q' = (n - 1)^2 + (n^2 - 1) - 2n (n - 1) \cos \tfrac{1}{2} \omega = 2n (n - 1) (1 - \cos \tfrac{1}{2} \omega) > o,$$

$$Q'' = (n - 1)^2 + (n^2 - 1) - 2 (n - 1) (\cot \lambda \cos \omega + \sin \omega),$$

ou

$$Q'' = 2 (n - 1 \left[n - \frac{\cos (\omega - \lambda)}{\sin \lambda} \right] = 2 (n - 1) \frac{1 - \cos (\omega - \lambda)}{\sin \lambda} > o.$$

Il en résulte que $n - 1$ est non comprise entre h et h', et comme on a vu que

$n - 1 < \rho < h'$, il faut que $n - 1 < h$.

La condition $Q' < o$ ou $Q'' < o$ que x doit satisfaire, exprime que x est compris entre h et h' ; il doit l'être aussi entre $n - 1$ et ρ, et nous venons de trouver que

$$h' > \rho > h > n - 1;$$

ainsi les deux conditions réunies se réduisent à ce que x doit être compris entre ρ et h. Il en est ainsi dans chacun des deux systèmes de formules.

N° 7. *Minimum de déviation.* — Nous le trouverons en prenant dans les formules (13) δ et par suite x le plus petit possible ; puisque x est compris entre ρ et h on doit donc prendre $x = h$. En posant $Q' = o$ on trouve

$$x \text{ ou } h = n \cos \tfrac{1}{2}\omega - \sqrt{n^2 \cos^2 \tfrac{1}{2}\omega - (n^2 - 1)}.$$

En prenant r tel que $\sin r = n \sin \frac{1}{2}\omega$, il en résulte

$$h = n \cos \tfrac{1}{2}\omega - \cos r, \quad \sin \tfrac{1}{2}\delta = h \sin \tfrac{1}{2}\omega = \sin r \cos \tfrac{1}{2}\omega - \cos r \sin \tfrac{1}{2}\omega.$$

Ainsi en désignant par Δ le minimum de déviation, on a

$$(15) \qquad \tfrac{1}{2}\Delta = r - \tfrac{1}{2}\omega, \quad \text{où} \quad \sin r = n \sin \tfrac{1}{2}\omega.$$

Le rayon correspondant est dans la section droite puisque $x = h$ et satisfait $Q' = o$ ou $Q = o$. D'ailleurs $x' = x$ ou $i' = i$ de sorte que le triangle OLL' est isoscéle. C'est la valeur connue du minimum.

N° 8. *Maximum de déviation.* — Les formules (14) qui lui correspondent donnent

$$4 \sin^2 \tfrac{1}{2}\delta = (x - \rho \cos \omega)^2 + \rho^2 \sin^2 \omega.$$

Parmi les valeurs de x supérieures à $\rho \cos \omega$, celle qui rend δ le plus grand est $x = \rho$, puisque x est compris entre ρ et h. Quant aux valeurs de $x < \rho \cos \omega$, il n'en existe que si $h < \rho \cos \omega$, et dans ce cas, c'est parmi elles $x = h$ qui rend δ maximum. Ainsi le maximum de δ sera ou δ' qui correspond à $x = \rho$, ou δ'' qui correspond à $x = h$. Ce sera δ'' dans le cas où h s'écarte plus que ρ du nombre $\rho \cos \omega$, ou celui où l'on a

$$\rho - \rho \cos \omega < \rho \cos \omega - h, \quad \text{ou} \quad h < \rho\,(2 \cos \omega - 1).$$

Valeur de δ'. En posant $x = \rho$ on a

(16) $$4 \sin^2 \tfrac{1}{2}\delta' = 2\rho^2 (1 - \cos \omega) \quad \text{ou} \quad \sin \tfrac{1}{2}\delta' = \rho \sin \tfrac{1}{2}\omega.$$

Comme x et x' sont égales, la projection du rayon fait un triangle isoscèle, et leur valeur commune étant ρ, on a $i = i' = \lambda$. Le rayon est donc celui qui correspond au maximum ρ' d'inclinaison, comme on l'a vu au n° 3.

Valeur de δ''. Quand $x = h$, les formules (14) donnent

$$4 \sin^2 \tfrac{1}{2}\delta'' = h^2 - 2\rho h \cos \omega + \rho^2, \quad \text{ou} \quad 2 \sin^2 \delta'' = h \sin \omega,$$

puisque

$$Q'' = o, \quad \text{ou} \quad h^2 - 2h\,(\rho \cos \omega + \sin \omega) + \rho^2 = o.$$

L'équation peut s'écrire

$$h^2 - 2h \frac{\cos(\omega - \lambda)}{\sin \lambda} + \cot^2 \lambda = o,$$

d'où

$$h = \frac{\cos(\omega - \lambda)}{\sin \lambda} - \sqrt{\frac{\cos^2(\omega - \lambda) - \cos^2 \lambda}{\sin^2 \lambda}}.$$

Posons

$$\sin r' = n \sin(\omega - \lambda) = \frac{\sin(\omega - \lambda)}{\sin \lambda},$$

r' ayant le signe de $\omega - \lambda$: cette quantité est comprise entre $\pm \lambda$, et $\sin r'$ entre $\pm n \sin \lambda$ ou ± 1, de sorte qu'il n'y aura pas d'impossibilité. Il en résulte

$$\frac{\cos^2(\omega - \lambda) - \cos^2 \lambda}{\sin^2 \lambda} = \frac{\sin^2 \lambda - \sin^2(\omega - \lambda)}{\sin^2 \lambda} = \cos^2 r'.$$

On aura ensuite

$$2 \sin^2 \delta'' = h \sin \omega,$$

ou

$$\cos \delta'' = 1 - h \sin \omega = 1 - \frac{\sin \omega \cos(\omega - \lambda)}{\sin \lambda} + \sin \omega \cos r',$$

et en substituant

$$\sin \omega \cos(\omega - \lambda) = \cos \omega \sin(\omega - \lambda) + \sin \lambda,$$

$$\cos \delta'' = -\cos \omega \sin r' + \sin \omega \cos r' = \sin(\omega - r') = \cos(90^\circ + r' - \omega).$$

On a $\cos \omega + \sin r' = \sin \omega \cot \lambda$; cette quantité étant positive, il en résulte $\cos \omega > - \sin r'$ ou $> \cos(90^\circ + r')$. Puisque ω et $90^\circ + r'$ sont compris entre 0 et 180°, on aura donc $\omega < 90^\circ + r'$, et l'équation

$$\cos \delta'' = \cos(90^\circ + r' - \omega)$$

a aussi lieu entre les angles, ceux-ci étant positifs. Il en résulte

$$(17) \qquad \delta'' = 90^\circ + r' - \omega, \quad \text{où} \quad \sin r' = n \sin(\omega - \lambda).$$

Puisqu'on a supposé $x = h$, d'où $Q'' = o$ ou $Q = o$, le rayon correspon-

dant à δ'' est dans la section droite. C'est celui de cette section pour lequel la déviation est la plus grande.

N° 9. *Comparaison de* δ' *et* δ'', *et cas particuliers.* — Nous avons trouvé

$$h < \rho\,(2 \cos \omega - 1)$$

comme condition nécessaire et suffisante pour que δ'' fût le maximum au lieu de δ' ; h étant positive il ne pourra en être ainsi que si $\cos \omega > \frac{1}{2}$ ou $\omega < 60°$. C'est seulement parmi ces valeurs de ω qu'il reste à chercher celles pour lesquelles le maximum est δ''; on doit avoir pour celles-là $h < \rho\,(2 \cos \omega - 1) < \rho$, et nous avons vu que $\rho < h'$, h et h' étant les racines de $Q'' = o$; cette condition revient donc à ce que $\rho\,(2 \cos \omega - 1)$ soit compris entre h et h', ou qu'en substituant cette quantité à x, Q'' soit négatif. La valeur (14) de Q'' peut s'écrire

$$Q'' = (x - \rho \cos \omega)^2 + \rho^2 \sin^2 \omega - 2x \sin \omega\,,$$

et après la substitution on doit avoir

$$\rho^2\,(1 - \cos \omega)^2 + \rho^2 \sin^2 \omega - 2 \sin \omega\,(2 \cos \omega - 1)\,\rho < o,$$

ou en divisant par $4\,\rho \sin \frac{1}{2}\,\omega$

$$R < o, \quad R = \rho \sin \tfrac{1}{2}\,\omega - (2 \cos \omega - 1) \cos \tfrac{1}{2}\,\omega.$$

En substituant $2 \cos \omega \cos \frac{1}{2}\,\omega = \cos \frac{3}{2}\,\omega + \cos \frac{1}{2}\omega$, on a

$$R = \rho \sin \tfrac{1}{2}\,\omega - \cos \tfrac{3}{2}\,\omega\,, \quad \frac{dR}{d\omega} = \tfrac{1}{2}\,\rho \cos \tfrac{1}{2}\,\omega + \tfrac{3}{2} \sin \tfrac{3}{2}\,\omega.$$

Quand ω croît de 0° à 60°, $\dfrac{dR}{d\omega}$ reste positive, et par conséquent R augmente constamment de -1 à $\frac{1}{2}\,\rho$, et s'annulle dans l'intervalle

pour une seule valeur $\omega = \omega'$. Par conséquent *le maximum de déviation sera δ'' si $\omega < \omega'$ et δ' si $\omega > \omega'$*. On trouvera ω en résolvant $\rho \sin \frac{1}{2} \omega = \cos \frac{3}{2} \omega$, ou son carré $\rho^2(1 - \cos\omega) = \cos 3\omega + 1$, ou

$$4 \cos^3 \omega - (3 - \rho^2) \cos \omega - (\rho^2 - 1) = o.$$

Cette équation a trois racines réelles quand $n < 1{,}5647$, mais en tout cas il ne peut y en avoir qu'une entre 0° et 60°. L'équation a pour solutions, outre celles que nous cherchons, celles de

$$\rho \sin \tfrac{1}{2} \omega + \cos \tfrac{3}{2} \omega = o,$$

à cause de son élévation au carré, mais cette dernière n'a aucune racine entre 0° et 60°.

Voici pour quelques cas les valeurs de λ, ω', δ', δ'', et du maximum d'inclinaison p' du n° 3; l'indice 1,31 est celui de la glace; 1,50 celui du crownglass.

$n =$	1,31	1,31	1,50	1,50
$\omega =$	60°	90°	60°	40°
$\lambda =$	49° 45′ 40″	49° 45′ 40″	41° 48′ 40″	41° 48′ 40″
$\rho' =$	41° 45′ 50″	24° 0′ 0″	30° 36′ 40″	37° 31′ 0″
$\delta' =$	50° 3′ 40″	73° 30′ 20″	67° 58′ 20″	44° 57′ 40″
$\delta'' =$	43° 27′ 50″	57° 48′ 10″	57° 55′ 10″	47° 17′ 0″
$\omega' =$	46° 53′ 20″ pour $n = 1{,}31$	et	50° 10′ 45″ pour $n = 1{,}50$	

§ 2. **Application aux halos.**

N° 10. *Réduction de la question générale.* Nous avons vu au commencement de cette note le mode de production des halos; mais il faut remarquer que parmi les aiguilles de glace, celles dont l'axe est à peu près vertical sont relativement plus nombreuses, ce qui donne naissance à des phénomènes spéciaux. Nous devons, pour en tenir compte, regar-

der l'ensemble des aiguilles comme composé d'un système ou ensemble principal et de quelques systèmes particuliers.

Le système principal sera formé d'aiguilles dont les axes sont dirigés indifféremment en tous sens. Chaque système particulier se composera d'aiguilles dont les axes sont tous parallèles entre eux et à peu près verticaux. Le nombre d'aiguilles correspondant à chacun d'eux sera de plus en plus grand, suivant une loi inconnue, à mesure que leur direction commune approchera de la verticalité. Il est clair qu'en supposant l'existence simultanée de tous ces systèmes, on reproduira l'ensemble réel des aiguilles. Les phénomènes optiques dus à chaque système ne font alors que se superposer, et nous ne nous occuperons dans ce qui suit que des effets du système principal auquel est dû le halo proprement dit.

Nous laissons de côté les dimensions du soleil et le considérons comme un point lumineux envoyant partout des rayons parallèles de même intensité; nous supposons en outre la lumière homogène, comme nous l'avons fait pour le prisme.

Nous devons laisser de côté les altérations que l'état du ciel apporte à la régularité du phénomène optique, entre autres, la plus ou moins grande abondance des aiguilles dans certaines directions. D'une manière plus précise, si nous imaginons un prisme indéfini partant de l'observateur et ayant une section droite d'un mètre carré, nous admettrons qu'il renferme un même nombre d'aiguilles, quelle que soit sa direction. Il est clair que ce ne sera point physiquement exact; les aiguilles peuvent manquer dans certaines parties du ciel, où l'éclairement par suite s'atténue; si elles sont disposées en un banc horizontal, elles seront plus nombreuses dans le prisme quand sa direction se rapproche de l'horizon, tandis que d'autres causes tendent, dans ce cas, à diminuer l'éclat, etc. Nous considérerons toutes ces influences comme des inégalités accidentelles modifiant le phénomène régulier et dont nous n'avons pas à tenir compte.

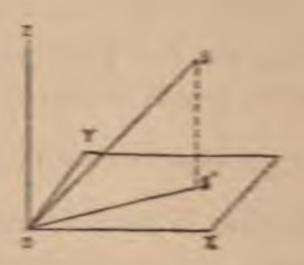
Enfin nous admettrons que toutes les aiguilles, sans être des prismes

réguliers, sont complètement identiques de forme. Il sera fort aisé plus tard de passer de là au cas réel. Nous assignerons à l'axe de chacune un sens homologue, et nous ne considérerons d'abord dans ce qui suit que les phénomènes lumineux produits par les rayons pénétrant par une certaine face F et sortant par une autre F′, ces deux faces étant bien déterminées et homologues pour toutes les aiguilles. Il va sans dire qu'elles font un dièdre de 60°; toutefois, notre recherche pouvant s'étendre à d'autres cas, nous laisserons, pour le moment, indéterminés l'angle ω et l'indice de réfraction n.

N° 11. *Valeur de l'éclat.* Désignons d'une manière générale par P un quelconque des prismes dont nous avons parlé, dirigés en tous sens à partir de l'observateur, et ayant un mètre carré de section droite, et soit M le nombre d'aiguilles qu'il renferme, le même pour tous. Supposons d'abord que toutes soient semblablement orientées, comme si elles étaient des positions diverses d'une seule d'entre elles, déplacée par une simple translation. Toutes enverraient des faisceaux identiques et parallèles, produisant ainsi par leur ensemble l'effet d'un point lumineux infiniment éloigné. L'intensité de ce point serait mesurée par celle de la lumière qu'il enverrait normalement sur une aire d'un mètre carré, et si on prend cette aire pour base d'un prisme P dirigé vers le point, la lumière proviendra de toutes les aiguilles qui y sont comprises; son intensité sera donc Me, e étant celle du faisceau envoyé par une seule aiguille; nous pouvons la supposer mesurée par l'intensité ou la force vive comprise dans une tranche normale de ce faisceau ayant pour épaisseur une longueur d'ondulation.

En réalité, l'ensemble des aiguilles pourra être partagé en un grand nombre de groupes, tels que toutes celles d'un même groupe soient semblablement orientées; admettons que sur M aiguilles il y en ait μ du premier groupe, μ' du second, μ'' du troisième, etc.; ces nombres seront les mêmes pour chaque prisme P, les diverses orientations se trouvant

fixe O, choisi à volonté sur sa face F. Nous supposerons tracés les axes OZ sur la normale extérieure, OX parallèle à l'axe de l'aiguille, placé comme OY sur le plan de la face. Ce système d'axes partagera la rotation; OS est la ligne fixe allant au soleil, r l'angle variable SOZ. Sur une surface sphérique quelconque de centre O, la zone comprenant les points dont la distance angulaire au soleil est comprise entre r et $r+dr$ est une



fraction $\frac{1}{2}\sin r dr$ de la surface totale. Or, OZ peut être dirigée indifféremment en tous sens; ainsi sur M aiguilles il y en aura $\frac{1}{2}$ M $\sin r dr$ pour lesquelles OZ fait avec OS un angle compris entre r et $r+dr$; mais il est indifférent de leur attribuer à toutes l'angle r, que nous supposerons ainsi croître par petites différences égales dr. Soit ensuite ψ le dièdre variable formé par le plan SOZ avec un plan fixe mené par OS; nous pourrons encore supposer que pour les diverses aiguilles il croisse par différences égales $d\psi$, et le nombre d'aiguilles pour lesquelles ψ est le même sera la fraction $\frac{d\psi}{2\pi}$ du précédent, ou $\frac{M}{4\pi}\sin r dr d\psi$.

Pour chacune d'elles l'orientation pourra encore varier en faisant tourner l'aiguille et par suite le plan X O Y autour de O Z maintenant constant; soit O S' la projection de O S sur le plan des xy et $XOS'=\varphi$; O S' étant fixe dans l'espace et O X variable nous pourrons encore supposer que φ varie par intervalles constants $d\varphi$, et le nombre d'aiguilles pour lesquelles φ est le même sera une fraction $\frac{d\varphi}{2\pi}$ du précédent, ou

Dans cette expression r et φ sont les coordonnées angulaires de OS, c'est-à-dire des rayons incidents, et dès lors pour calculer L il est indifférent de regarder cette direction comme variable, les axes et la face F restant fixes; ε et δ sont des fonctions de la direction; il en est de même de θ qui sera égal à 1 si δ est compris entre δ_1 et δ_2 et à o dans le cas contraire.

N° 13. *Valeur de L en fonction des variables x, x'.* — Dans l'expression précédente de L nous pouvons substituer à la variable r l'angle i lié au premier par la relation

$$\sin r = n \sin i, \quad \text{d'où} \quad dr = \frac{n \cos i}{\cos r} di;$$

en supprimant le facteur commun n^2, nous aurons

$$L = \int_0^{\lambda} \int_0^{2\pi} \frac{\theta\varepsilon \cos i}{\cos r} \sin i \, di \, d\varphi$$

L'angle λ correspond à la limite $r = \frac{1}{2}\pi$, d'où $\sin \lambda = \frac{1}{n}$. Le rayon incident arrivant suivant SO et pénétrant dans le corps, i qui correspond à r est son angle avec la normale intérieure, et φ l'angle polaire de sa projection sur la face, compté non plus de OX, comme cela avait lieu pour le rayon incident, mais du prolongement de OX; ainsi i et φ sont ses coordonnées angulaires; δ, θ et ε sont des fonctions de la direction de ce rayon unique, quelles que soient les variables employées pour la définir, pour lesquelles on peut prendre i et φ, ou i et i', ou x et x', comme aux n°s 3 et 4. Mais pour ces changements de variables, la méthode la plus simple consiste à remplacer l'intégrale par une somme relative aux éléments d'une surface. Celle-ci dans le cas actuel sera celle d'un hémisphère de centre O, d'un rayon égal à l'unité, supposé à l'intérieur du solide. L'ensemble des points de la surface où les variables sont com-

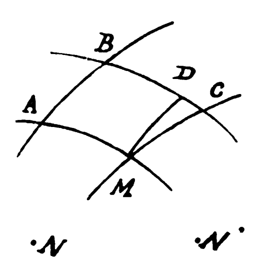


prises entre i et $i + di$, φ et $\varphi + d\varphi$, est l'élément $dS = \sin i \, di \, d\varphi$, de sorte qu'on a

$$\text{(19)} \qquad L = \Sigma \frac{\theta\varepsilon \cos i}{\cos r} dS;$$

la direction du rayon lumineux est celle de OM, M étant la position de dS, et la somme s'étend à tout l'hémisphère. En réalité ce n'est que de $i = o$ à λ, mais cette restriction est superflue, le facteur ε étant nul pour toute direction non transmissible à travers le prisme formé par les faces F et F'.

Pour exprimer le résultat en fonction de i, i', soient N, N' sur la surface, les points où aboutissent ON, normale intérieure, et ON', parallèle à la normale à la face F', menée à l'extérieur comme dans la figure du n° 2. L'ensemble des points où les variables sont comprises entre



i et $i + di$, i' et $i' + di'$, formera deux éléments dS, symétriques par rapport à la section droite du prisme menée par O. Chacun d'eux est compris entre deux arcs AM, BC, à la distance i et $i + di$ de leur pôle N, et deux autres MC, AB, à la distance i' et $i' + di'$ de leur pôle N'. Le premier plan de réfraction est OMN; le second est parallèle à OMN'; leur dièdre désigné par G au n° 3 est donc l'angle des arcs de grand cercle MN, MN', ou son suppélement, et on peut regarder MABC comme un parallélogramme ayant pour angles G et $\pi - G$. Sa hauteur est $MD = di$; par conséquent $MC = \frac{di}{\sin G}$; de même $MA = \frac{di'}{\sin G}$; sa surface est

$$dS = MA\ MD = \frac{di\ di'}{\sin G}.$$

D'après la valeur (8) de cos G, on a

$$\sin^2 G = \frac{\sin^2 i \sin^2 i' - (\cos\omega - \cos i \cos i')^2}{\sin^2 i \sin^2 i'},$$

et le numérateur est la valeur (7) de P, d'où résulte

$$dS = \frac{\sin i \sin i'\ di\ di'}{\sqrt{P}}.$$

Pour le second élément dS, auquel correspondent i, i', les quantités x, x', δ, et les conditions (12) de transmissibilité sont les mêmes que pour le premier; θ est donc aussi le même, et pour en tenir compte il suffira, quand nous évaluerons l'intensité ε, de la regarder comme la somme de celles qui correspondent aux deux rayons.

Pour passer des variables i, i' à x, x', il faut remarquer que la valeur (12) de Q trouvée au nº 4, était celle de $4n^2x^2x'^2$ P; on peut donc écrire

$$dS = \frac{2nxx'}{\sqrt{Q}} \sin i . \sin i'\ di\ di'.$$

La valeur de L étant ainsi devenue une intégrale relative à i, i', on peut transformer la variable i en x, et de même i' en x', par les formules (10) qui donnent

$$\cos i = \frac{\rho^2 + x^2}{2nx}, \quad \sin i\ di = \frac{\rho^2 - x^2}{2nx^2}\ dx, \quad \sin i'\ di' = \frac{\rho^2 - x'^2}{2nx'^2}\ dx',$$

d'où

$$dS = \frac{(\rho^2 - x^2)(\rho^2 - x'^2)}{2nxx'\sqrt{Q}}\ dx\ dx';$$

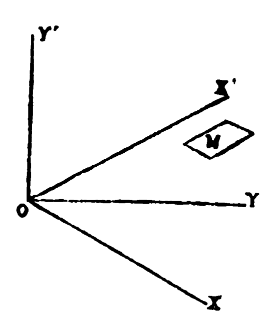


il est indifférent de multiplier l'expression (19) de L par le facteur constant $2n \sin \omega$; en y substituant la valeur précédente de dS, on trouvera ainsi

$$(20) \qquad L = \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{\theta\varepsilon \cos i}{\cos r} \mu \sin \omega \, dx \, dx', \quad \text{où} \quad \mu = \frac{(\rho^2 - x^2)(\rho^2 - x'^2)}{xx'\sqrt{Q}}.$$

En réalité x et x' ne varient pas de o à l'infini mais seulement de $n - 1$ à ρ, d'après les conditions (12), et Q est toujours positive; comme nous l'avons vu pour i, i', il est inutile de faire cette restriction, la valeur de ε étant nulle quand le rayon n'est pas transmissible, ou que les conditions (12) ne sont pas satisfaites; en outre, quand elles le sont, θ peut être nulle pour une portion de l'intégrale, et les limites $n - 1$ et ρ ne sont exactes qu'en apparence.

N° 14. *Valeur de l'éclat à la distance* δ *du soleil.* — Pour le trouver une nouvelle transformation est nécessaire. Nous pouvons regarder



x, x' comme les coordonnées variables d'un point M d'un plan, rapportées à des axes OX, OX' faisant l'angle $XOX' = \pi - \omega$.

Nous les choisissons ainsi parce que, d'après les formules connues, et aussi d'après les transformations qui vont suivre,

$$\sqrt{x^2 + x'^2 - 2xx' \cos \omega}$$

ou la valeur (11) de $2 \sin \frac{1}{2} \delta$ sera représentée par la distance du point M à l'origine.

Pour la transformation il est plus simple d'employer comme intermédiaires des axes rectangulaires OY, OY', en prenant pour OY la bissectrice de XOX'. Désignons alors par y, y' les nouvelles coordonnées du point M; en remarquant que $\mathrm{YOX} = \mathrm{YOX'} = \frac{\pi - \omega}{2}$, on aura

$$y = (x' + x) \sin \frac{1}{2} \omega, \quad y' = (x' - x) \cos \frac{1}{2} \omega :$$

ces relations sont évidentes pour les points situés sur OX, OX' à l'unité de distance. et cela suffit pour qu'elles soient toujours exactes. En les écrivant

$$2y \cos \frac{1}{2} \omega = (x' + x) \sin \omega, \quad 2y' \sin \frac{1}{2} \omega = (x' - x) \sin \omega,$$

il en résulte

$$x = \frac{y \cos \frac{1}{2} \omega - y' \sin \frac{1}{2} \omega}{\sin \omega}, \quad x' = \frac{y \cos \frac{1}{2} \omega + y' \sin \frac{1}{2} \omega}{\sin \omega}.$$

Ensuite nous remplacerons y, y' par les coordonnées polaires R, φ, en comptant φ à partir de OY, de sorte que $y = \mathrm{R} \cos \varphi$, $y' = \mathrm{R} \sin \varphi$; le résultat, en employant quelques abréviations, pourra s'écrire ainsi :

$$(21) \quad x = tz, \quad x' = tz', \quad t = \frac{\mathrm{R}}{\sin \omega}, \quad z = \cos (\varphi + \frac{1}{2} \omega), \quad z' = \cos (\varphi - \frac{1}{2} \omega).$$

Il en résulte

prenons-les maintenant infiniment rapprochées; dans la valeur de L ci-dessus nous pourrons alors regarder R comme constant dans ce qui multiplie $RdRd\varphi$; de sorte que le résultat de l'intégration par rapport à R revient à remplacer RdR par $\frac{1}{2}R_2^2 - \frac{1}{2}R_1^2$; si ensuite on désigne δ_1, δ_2 par δ, $\delta + d\delta$, RdR se changera d'après la valeur (22) en $\frac{1}{2}d.(4\sin\frac{1}{2}\delta)$ ou $\sin\delta d\delta$. En même temps la surface de la zone est $\sigma = 2\pi\sin\delta d\delta$. L'éclat est $\frac{L}{\sigma} = E$; ainsi en supprimant le diviseur constant 2π, on aura

$$(23)\qquad E = \int_{-\frac{\pi-\omega}{2}}^{\frac{\pi-\omega}{2}} \frac{\varepsilon\cos i}{\cos r}\,\mu.d\varphi,$$

expression dans laquelle on doit supposer partout x, x' remplacées par les expressions (21) où R et t sont maintenant des constantes.

N° 15. *Diminution de la lumière par suite des réflexions.* — Considérons un faisceau transmis à travers les faces F et F', et en prenant pour unité son intensité à l'instant où il arrive sur F, cherchons la fraction I de sa valeur à laquelle elle se réduit en sortant de F'. Pour cela, posons

$$1 - \frac{\sin^2(r-i)}{\sin^2(r+i)} = a, \qquad 1 - \frac{\text{tang}^2(r-i)}{\text{tang}^2(r+i)} = b,$$
$$1 - \frac{\sin^2(r'-i')}{\sin^2(r'+i')} = a', \qquad 1 - \frac{\text{tang}^2(r'-i')}{\text{tang}^2(r'+i')} = b',$$

et désignons encore par G le dièdre des deux plans de réfraction. Le faisceau de lumière naturelle, tombant sur F, est décomposable en deux autres, d'intensité $\frac{1}{2}$, polarisés, le premier dans le plan d'incidence, le second à angle droit. Par la réfraction le premier se réduit à $\frac{1}{2}a$, le second à $\frac{1}{2}b$. Par rapport au second plan réfringent le premier faisceau équivaut à deux autres, d'intensité $\frac{1}{2}a\cos^2 G$, $\frac{1}{2}a\sin^2 G$, polarisés dans

Substituant ces valeurs de b, b', dans celle de I, dans le seul cas où $G = o$, c'est-à-dire où le rayon est dans la section droite du prisme, on aura

$$(24) \qquad I = \frac{aa'}{2}\left[1 + \frac{1}{\cos^2(r-i)\cos^2(r'-i')}\right], \quad \text{où} \quad G = o.$$

Dans le cas général il est plus simple de substituer d'abord

$$a = b\cos^2(r-i), \quad a' = b'\cos^2(r'-i')$$

ce qui donne

$$I = \frac{bb'}{2}\left\{[1 + \cos^2(r-i)\cos^2(r'-i')]\cos^2 G + [\cos^2(r-i) + \cos^2(r'-i')]\sin^2 G\right\},$$

ou en remplaçant $\sin^2 G$ par $1 - \cos^2 G$,

$$I = \frac{bb'}{2}\left\{\sin^2(r-i)\sin^2(r'-i')\cos^2 G + \cos^2(r-i) + \cos^2(r'-i')\right\}.$$

On a, d'après les formules (10),

$$\frac{\sin(r-i)}{\sin i} = n\cos i - \cos r = x;$$

substituant $\sin(r-i) = x\sin i$, $\sin(r'-i') = x'\sin i'$, I se change en

$$I = \frac{bb'}{2}\left\{x^2x'^2\sin^2 i\sin^2 i'\cos^2 G + \cos^2(r-i) + \cos^2(r'-i')\right\}.$$

Enfin, en remplaçant cos G par sa valeur (8) et bb' par

$$bb' \text{ par } \frac{aa'}{\cos^2(r-i)\cos^2(r'-i')}$$

on aura

$$(25)\qquad \mathrm{I} = \frac{aa'}{2}\left[\frac{x^2x'^2(\cos\omega - \cos i \cos i')^2}{\cos^2(r-i)\cos^2(r'-i')} + \frac{1}{\cos^2(r-i)} + \frac{1}{\cos^2(r'-i')}\right].$$

Les formules (10) donnent en outre

$$n \cos i + \cos r = \frac{\rho^2}{x}, \quad \sin(r+i) = (n\cos i + \cos r)\sin i = \frac{\rho^2}{x}\sin i,$$

$$\cos i \cos r = \frac{\rho^4 - x^4}{4nx^2},$$

et la valeur de a sera ainsi

$$a = \frac{4n \sin^2 i \cos i \cos r}{\sin^2(r+i)} = \frac{\rho^4 - x^4}{\rho^4}, \quad \text{d'où}$$

$$(26)\qquad aa' = \frac{(\rho^4 - x^4)(\rho^4 - x'^4)}{\rho^8}.$$

Les formules (10) donnent

$$\cos r = n \cos i - x, \quad \cos(r-i) = (n\cos i - x)\cos i + n\sin^2 i = n - x\cos i$$

$$\text{ou}\quad \cos(r-i) = \frac{n^2+1-x^2}{2n}, \quad \cos(r'-i') = \frac{n^2+1-x'^2}{2n}.$$

On ne ferait que compliquer l'expression I en y substituant ces valeurs; seulement il importe de remarquer que leur somme et leur produit sont des fonctions rationnelles de $x^2 + x'^2$ et de xx' ; il en est donc de même de $\cos^2(r-i) + \cos^2(r'-i')$; on en peut dire autant de

$$\cos i \cos i' \quad \text{ou} \quad \frac{(\rho^2 - x^2)(\rho^2 - x'^2)}{4n^2xx'},$$

et par suite du coefficient de aa' dans la valeur de I; on a aussi

$$aa' = \frac{(\rho^2 - x^2)(\rho^2 - x'^2)(\rho^2 + x^2)(\rho^2 + x'^2)}{\rho^8};$$

aa' est donc dans le même cas, et toute l'expression I est une fonction rationnelle de $x^2 + x'^2$ et xx'.

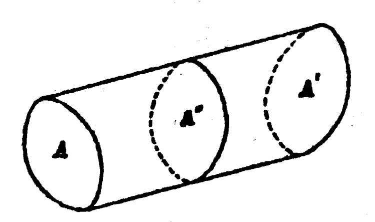
N° 16. *Valeur de ε.*

1° *Forme générale de cette valeur.* — L'intégrale (23) a été déduite de la marche d'un rayon unique; ε est l'intensité d'un faisceau parallèle au rayon, après l'émergence.

Elle serait nulle si en supposant les faces F, F′ indéfinies et existant seules, de façon à former un simple prisme, le faisceau n'était pas transmissible, ou si les conditions (12), exprimées en fonction de φ, n'étaient pas satisfaites. Comme leur complication sous cette forme est extrême il sera préférable de les représenter encore par un coefficient et de poser $\varepsilon = \theta'\varepsilon'$, θ' étant l'unité quand les conditions sont satisfaites, et o dans le cas contraire; ε' sera l'intensité qui doit être évaluée seulement dans le premier cas. Pour celui-là tous les rayons arrivant sur la face F pénètrent bien à l'intérieur, mais en général la face F′ ne sera pas pour tous la première qu'ils rencontreront. Cela n'aura lieu que pour un faisceau partiel, c'est-à-dire pour les rayons qui sont entrés par une certaine portion f de la face, portion que nous nommerons *l'aire efficace.* Les autres rayons produiront des phénomènes optiques qui doivent être laissés de côté, toute notre analyse ne concernant que ceux qui atteignent directement F′.

L'intensité d'un faisceau de lumière solaire est proportionnelle à sa section droite qui peut lui servir de mesure : pour celui qui arrive sur l'aire f, faisant l'angle r avec la normale, la section droite ou l'intensité est $f \cos r$; ce faisceau sort en entier par la face F′, et son intensité étant diminuée dans le rapport de 1 à I, on aura $\mathrm{I}\, f \cos r$ pour sa nouvelle valeur ε' ou $\varepsilon = \theta\ \mathrm{I}\, f \cos r$; l'équation (23) deviendra ainsi

suivant laquelle le faisceau intérieur rencontre F'; on aura $f = A + B$, B étant l'aire analogue à A mais relative à la direction symétrique de la première par rapport à la section droite du prisme; la section droite A″ du faisceau a pour valeur A cos i. Dans la seconde formule, relative



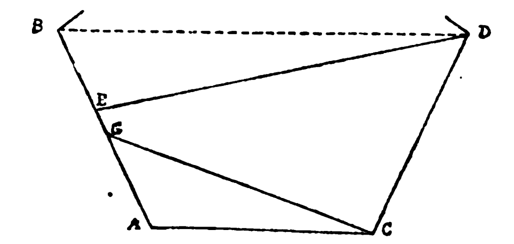
aux rayons qui traversent de F′ en F, si l'on considère le coefficient de $d\varphi$ pour $\varphi = -\varphi_1$, $5'\,\mathrm{I}\,\mu$ sera le même que dans la première; les valeurs de i, i' correspondant au premier cas seraient échangées entre elles en prenant $\varphi = -\varphi_1$, mais leurs dénominations étant aussi échangées, les angles du faisceau avec les deux normales sont les mêmes; ainsi le faisceau indiqué dans la figure est identique dans les deux cas, et il en est de même de son symétrique; en effet aucun rayon parallèle aux autres ne peut aller de F′ en F s'il ne part pas de l'aire A′; d'ailleurs la valeur de A′ cos i dans la seconde formule représente encore la même section droite A″.

Cette remarque s'étendant au faisceau symétrique, on voit que les valeurs de f cos i pour $\varphi = \varphi_1$ dans l'une des formules, et pour $\varphi = -\varphi_1$ dans l'autre, sont égales, d'où résulte évidemment l'égalité de l'intégrale (27) dans les deux cas.

N° 17. *Valeur de f pour une aiguille dont la section droite est un hexagone régulier.*

1° *Préliminaires.* — Soient dans cette section droite AB celle de la face F et CD celle de F′. Pour qu'un rayon aille rencontrer F′, il faut d'abord que sa projection, partant d'un point de AB, aille rencontrer

CD, et ensuite que, pendant ce trajet, le rayon ne rencontre pas une des bases ou des faces terminales; mais cette dernière condition, dépendant de la forme de ces faces et de la longueur de l'aiguille, est impossible à évaluer; nous devons donc en faire abstraction, sauf à apprécier plus



tard l'influence de l'erreur commise. Si donc un faisceau est en projection parallèle à DE, nous admettrons que l'aire efficace f est celle qui s'élève au-dessus de AE, de sorte que F étant l'aire totale, on aura $\frac{f}{F} = \frac{AE}{AB}$.

2° ***Maximum de q.*** — Les équations (3) quand $\omega = 60°$, deviennent

$$\cos i = \sin p \cos (q - 30°), \quad \cos i' = \sin p \cos (q + 30°),$$

où p est l'angle du rayon avec l'axe de l'aiguille, et q l'angle de sa projection avec AC, pris positif quand elle s'en éloigne. En supposant q positif, il suffira pour que p et q correspondent à un rayon transmissible que $\cos i$ et $\cos i'$ soient $> \cos \lambda$, puisque chacun est déjà < 1. D'ailleurs $\cos i + \cos i' = 2 \sin p \cos q \cos 30'$, par suite $\cos q$ doit être positif, ou $q < \frac{1}{2}\pi$; alors $\cos i' < \cos i$; il suffira donc qu'on ait

$$\cos (q + 30°) > \frac{\cos \lambda}{\sin p};$$

le maximum de q correspondra à la plus petite valeur du second membre,

ou à la plus grande de sin p, ou à $p = 90°$, auquel cas le rayon est dans la section droite, et pour ce maximum on aura $\cos(q + 30°) = \cos\lambda$, $q = \lambda - 30°$, d'où $\cos i' = \cos\lambda$, $\cos i = \cos(q - 30°) = \cos(60° - \lambda)$.

Pour la glace, $\lambda = 49.45.40$, et le maximum de $q = 19°.45'.40''$; ainsi un rayon transmissible ne pourra jamais avoir en projection la direction AD pour laquelle $q = DAC = 30°$.

3° *Cas où q est positif.* — Supposons la projection parallèle à DE; on aura dans le triangle BDE, l'angle $BDE = q$, et

$$\frac{BE}{BD} = \frac{\sin q}{\sin(q + 60°)} = \frac{\sin q}{\cos(30° - q)};$$

Les valeurs de $\cos i$, $\cos i'$ donnent

$$\cos i - \cos i' = 2 \sin p \sin q \sin 30° = \sin p \sin q,$$

d'où

$$\frac{BE}{2.AB} = \frac{\cos i - \cos i'}{\cos i}, \quad \frac{f}{F} = \frac{AB - BE}{AB} = 1 - \frac{2(\cos i - \cos i')}{\cos i},$$

ou

$$\frac{f}{F} = \frac{2\cos i' - \cos i}{\cos i} \text{ quand } q > o \text{ et } \cos i' < \cos i.$$

4° *Cas où q est négatif.* — Soit $q = -q'$; la projection du rayon étant parallèle à CG, on verra comme ci-dessus que l'aire efficace est celle qui s'élève au-dessus de BG, ou que $\frac{f}{F} = \frac{BG}{AB}$.

Dans le triangle ACG, l'angle $ACG = q'$, d'où

$$\frac{AG}{AC} = \frac{\sin q'}{\sin(q' + 120°)} = \frac{\sin q'}{\cos(q' + 30°)}.$$

D'ailleurs

$$\cos i = \sin p . \cos (q' + 30°), \quad \cos i' - \cos i = \sin p \sin q',$$

d'où

$$\frac{AG}{AC} = \frac{\cos i' - \cos i}{\cos i}, \quad \frac{f}{F} = 1 - \frac{AG}{AC};$$

il en résulte

$$\frac{f}{F} = \frac{2 \cos i - \cos i'}{\cos i} \text{ quand } q < o, \quad \cos i < \cos i'.$$

5° *Conséquences de ce qui précède.* — Dans les deux cas il est clair que $\frac{f}{F}$ sera minimum quand q sera maximum. Dans les deux cas également on a $\frac{f}{F} = \frac{2 \cos i'' - \cos i'''}{\cos i}$, $\cos i''$ étant le plus petit des nombres, $\cos i$, $\cos i'$, et $\cos i'''$ étant le plus grand. Nous avons vu que q est maximum quand le rayon est dans la section droite et que $\cos i' = \cos \lambda$, $\cos i''' = \cos (60° - \lambda)$, $\cos i$ pouvant être l'un ou l'autre. D'après la valeur de λ on aura, pour des aiguilles de glace, comme minimum de $\frac{f}{F}$, 0,313 pour la position DE, et 0,477 pour la position CG.

On devra substituer dans la formule (27) $f \cos i = F (2 \cos i'' - \cos i''')$ et cette quantité de même que $\theta' I \mu$ ne changeant pas quand on remplace φ par $-\varphi$, il suffit d'intégrer de o à $\frac{\pi - \omega}{2}$ en doublant le résultat. Quand φ est positif, on voit par les formules (21) que $z < z'$, d'où $x < x'$, $i < i'$, $\cos i > \cos i'$; ainsi $\cos i'' = \cos i'$, et en supprimant le facteur constant F, on aura

$$E = \int_o^{\frac{\pi - \omega}{2}} 2 (2 \cos i' - \cos i) \theta' I \mu d\varphi.$$

N° 18. *Formule à employer dans le cas général.* — Admettons que f et i correspondent à une valeur positive de φ, et désignons par f', ce que devient f pour un faisceau correspondant à la valeur de φ en signe contraire; comme $\theta' I \mu$ reste le même et que i se change en i', on pourra étendre l'intégrale (27) seulement de $\varphi = o$ à $\frac{\pi - \omega}{2}$, en remplaçant $f \cos i$ par $f \cos i + f' \cos i'$; si ensuite on suppose f remplacé par une valeur moyenne, et par suite f' par la même, on pourra supprimer cette lettre comme facteur constant, et l'on aura à la fois pour le cas général et celui du n° 17.

$$E = \int_o^{\frac{\pi-\omega}{2}} g (\cos i + \cos i') \theta' I \mu d\varphi,$$

dans laquelle

(28) $g = \frac{2(2\cos i' - \cos i)}{\cos i + \cos i'}$ si la section est un hexagone régulier, et $g = 1$ si cela n'a pas lieu.

D'après les formules (10), l'expression (20) de μ peut s'écrire $\mu = \frac{4 \cos r \cos r'}{\sqrt{Q}}$. On a aussi

$$\cos i + \cos i' = \frac{\rho^2 + x^2}{2nx} + \frac{\rho^2 + x'^2}{2nx'} = \frac{\rho^2 + xx'}{2nxx'}(x + x'),$$

et d'après les équations (21)

$$x + x' = t(z + z') = 2t \cos\varphi \cos \tfrac{1}{2}\omega;$$

en faisant ces substitutions et supprimant le facteur constant $\frac{4\cos\frac{1}{2}\omega}{n}$, on aura

Mais sauf ces cas f diminue plus rapidement que dans la formule; il faudra donc supposer les résultats multipliés par un coefficient H, décroissant suivant une loi inconnue quand δ augmente. Il le faudra aussi à plus forte raison dans le cas général où l'on a supposé f constante; en effet il n'est guère douteux qu'alors en moyenne les plus grandes valeurs de f ne correspondent au minimum de déviation, comme dans le cas de l'hexagone régulier.

Or il arrive que même en supposant f constant, E diminue avec une grande rapidité dès que δ s'éloigne de son minimum : quand on emploie la formule propre à l'hexagone régulier, la décroissance n'augmente que légèrement. Cela indique que l'influence de la variation de f est secondaire, ou que le coefficient H décroît lentement; par conséquent le fait qu'il reste inconnu n'empêche point de juger de la rapidité de dégradation de l'éclat des halos. On pouvait du reste le prévoir, puisque dans le cas de l'hexagone régulier le minimum de $\frac{f}{F}$ était $\frac{1}{3}$ environ.

N° 19. *Décomposition de Q en facteurs.* — Dans la formule (29) δ est une quantité donnée qu'on doit supposer comprise entre son minimum Δ, et son maximum δ' ou δ'', déterminé dans le § 1. Il correspondra donc à δ un rayon transmissible pour lequel les conditions (12) seront satisfaites, et par conséquent des éléments de l'intégrale (29) pour lesquels θ' ne sera pas nul.

Remarquons d'abord que $\delta + \omega$ ne peut jamais dépasser π; en effet si le maximum est δ'', la formule (17) donne $\delta'' + \omega = \frac{1}{2}\pi + r'$, où r' est compris entre $\pm \frac{\pi}{2}$. Quand le maximum est δ' si l'on avait $\delta' + \omega > \pi$, ou $\frac{1}{2}\delta' > \frac{\pi - \omega}{2}$, ou $\sin \frac{1}{2}\delta' > \cos \frac{1}{2}\omega$, il en résulterait, d'après la formule (16), $\rho \sin \frac{1}{2}\omega > \cos \frac{1}{2}\omega$, ou $\cot \lambda \sin \frac{1}{2}\omega - \cos \frac{1}{2}\omega > o$, ou $\sin(\frac{1}{2}\omega - \lambda) > o$; or $\frac{1}{2}\omega - \lambda$ est négatif, d'après la condition (6).

Décomposition de Q en facteurs. — La valeur (12) de H est celle de

ante et positive. On peut donc trouver un angle φ' entre o et $\frac{1}{2}\pi$ tel ait

$$\cos 2\varphi' = \frac{\rho^2}{k} - \cos\omega\,;$$

en effet d'après la valeur ci-dessus, si δ croît à partir de Δ, $\frac{\rho^2}{k} - \cos\omega$ diminue à partir de $(1 + \cos\omega) - \cos\omega$, en dépassant toujours $-\cos\omega$ ou $\cos(\pi - \omega)$; la valeur de $2\varphi'$ croîtra donc de o à $\pi - \omega$, sans atteindre $\pi - \omega$.

Les valeurs (31) donnent

$$k - k' = \frac{2\sin\delta}{\sin\omega}, \quad \text{d'où } k > k'\,;$$

la condition $Q > o$, d'après l'équation (30), signifie que u doit être compris entre $2k$ et $2k'$, c'est-à-dire qu'on a $u < 2k$ et $u > 2k'$, sans quoi le coefficient θ' est nul. La première condition est

$$\frac{\rho^2}{zz'} < 2k, \quad \text{ou } 2zz' > \frac{\rho^2}{k}\,;$$

d'ailleurs, d'après les formules (21),

$$2zz' = \cos 2\varphi + \cos\omega.$$

Il faut donc qu'on ait

$$\cos 2\varphi + \cos\omega > \frac{\rho^2}{k}, \quad \text{ou } \cos 2\varphi > \cos 2\varphi',$$

ou $\varphi < \varphi'$: ainsi dans la formule (29) il suffit d'intégrer de $\varphi = o$ à $\varphi = \varphi'$, limite inférieure à $\frac{\pi - \omega}{2}$.

Par conséquent

$$(35)\qquad Q_1 = \frac{k}{2\rho^2}\left[n^2 - \frac{\sin^2\left(\frac{\delta - \omega}{2}\right)}{\sin^2 \frac{1}{2}\omega}\right],\quad Q_2 = \frac{\sin\delta}{\sin\omega}.$$

N° 20. *Signification des conditions* (12). — L'effet du coefficient θ' dans l'intégrale (33) est d'annuler tous les éléments pour lesquels φ ne satisfait pas les inégalités (12) ou de resteindre l'intervalle de $\varphi = o$ à $\varphi = \varphi'$ à ceux que ces inégalités déterminent.

L'introduction du facteur θ' revient donc à assujettir φ aux trois conditions suivantes :

Première condition. — On doit avoir $Q > o$, et nous l'avons ramenée à ce que u soit compris entre k et k'; c'est pour avoir toujours $u < k$ que nous avons fait varier φ seulement de o à φ'; il ne reste donc à satisfaire que la relation $u > k'$; si k' est négatif elle est identique, zz' et u étant toujours positifs quand φ varie de o à $\frac{\pi - \omega}{2}$ et à plus forte raison de o à φ'. Si k' est positif, la relation se transforme comme l'autre et devient $\cos 2\varphi + \cos\omega < \frac{\rho^2}{k'}$; celle-là est encore identique si $\frac{\rho^2}{k'} - \cos\omega$ dépasse l'unité; dans le cas contraire, il existera un angle φ'' aigu et positif tel que

$$\cos 2\varphi'' = \frac{\rho^2}{k'} - \cos\omega,$$

valeur comprise entre 1 et $-\cos\omega$, et la condition deviendra $\cos 2\varphi < \cos 2\varphi''$ ou

$$(36)\qquad \varphi > \varphi'',\ \text{dans laquelle}\ \cos 2\varphi'' = \frac{\rho^2}{k'} - \cos\omega.$$

Dans ce cas il est clair qu'on a $Q' = o$ pour $\varphi = \varphi''$; quand la condi-



en y substituant $\sin r = n \sin \frac{1}{2}\omega$, il en résulte

$$1 - \cos r > n - n \cos \tfrac{1}{2}\omega,$$

et cette relation est la même que celle qu'il fallait vérifier.

Troisième condition. — La seule des conditions (12) qui reste à mentionner est que x et x' doivent être inférieurs à ρ; x' étant le plus grand, il suffit pour cela que $x' < \rho$, ou

$$\cos(\varphi - \tfrac{1}{2}\omega) < \frac{\rho \sin \omega}{2 \sin \frac{1}{2}\delta}.$$

Si le second membre dépasse l'unité, cette relation est identique; dans le cas contraire on le désignera par $\cos \gamma$, γ étant aigu et positif, et la condition deviendra

$$\cos(\varphi - \tfrac{1}{2}\omega) < \cos \gamma.$$

On ne pourra donner à φ des valeurs inférieures à $\frac{1}{2}\omega$ que si $\gamma < \frac{1}{2}\omega$, mais dans tous les cas on a comme solution $\varphi - \frac{1}{2}\omega > \gamma$.

La troisième condition est donc la suivante :

$$(38)\qquad \left\{\begin{array}{l} 1^{\circ}.\ \text{Si } \gamma > \tfrac{1}{2}\omega,\quad \varphi > \gamma + \tfrac{1}{2}\omega,\quad \cos\gamma = \dfrac{\rho \sin \omega}{2 \sin \frac{1}{2}\delta}. \\ 2^{\circ}.\ \text{Si } \gamma < \tfrac{1}{2}\omega,\quad \varphi \text{ non compris entre } \tfrac{1}{2}\omega \pm \gamma; \end{array}\right.$$

Quand $\cos \gamma > 1$ ou que la condition est identique, nous dirons que γ est imaginaire.

N° 21. *Discussion des conditions précédentes.*

1° *La seconde condition est une conséquence de la première.* — Dans la formule (37) nous savons qu'il existe un angle positif $\beta - \frac{1}{2}\omega = \beta'$, tel qu'en prenant $\varphi = \beta'$, on ait



ou

$$-\frac{Q}{(n-1)^2 \sin^2 \omega} = (n+1)^2 t^2 - 2(n+1) t^2 x' \cos \omega + (t^2 - 4) x'^2,$$

ou en ajoutant $-t^2\mathrm{T}$ au second membre

$$-\frac{Q}{(n-1)^2 \sin^2 \omega} = -4x'^2 - 4t^2 x' \cos \omega + 4nt^2 + t^4 \sin^2 \omega,$$

ou

$$-\frac{Q}{(n-1)^2} = -4x'^2 \sin^2 \omega - 4t^2 x' \sin^2 \omega \cos \omega + 4nt^2 \sin^2 \omega + t^4 \sin^4 \omega;$$

en ajoutant 4T au second membre, on trouve

$$-\frac{Q}{(n-1)^2} = 4x'^2 \cos^2 \omega - 4x' \cos \omega \,[2(n-1) + t^2 \sin^2 \omega] + \\ + t^4 \sin^4 \omega + 4nt^2 \sin^2 \omega + 4(n-1)^2 - 4t^2 \sin^2 \omega,$$

ou

$$-\frac{Q}{(n-1)^2} = [2(n-1) + t^2 \sin^2 \omega - 2x' \cos \omega]^2.$$

Ainsi Q est négatif ou nul. Or nous avons vu au n° précédent que Q reste positif quand φ est compris entre φ' et φ'', en remplaçant φ'' par o s'il est imaginaire; la valeur β' de φ n'est donc pas comprise entre ces limites, et cela soit que la condition (38) c'est-à-dire $x' < \rho$ soit ou non satisfaite. Or on ne peut pas supposer $\beta' < \varphi''$ dans le cas où φ'' serait réel, car en vertu de la condition (37) toutes les valeurs de φ seraient exclues; il faut donc, quelque soit δ, qu'on ait $\beta' > \varphi'$, auquel cas la condition (37) devient superflue, puisqu'on a toujours $\varphi < \varphi'$.

2° *Principes préliminaires.* — Les conditions du n° précédent sont

de la sorte si $\delta < \delta'$ on a $\gamma < \frac{1}{2}\omega$ et il existe pour δ un *intervalle exclu* entre $\frac{1}{2}\omega \pm \gamma$, tandis que si $\delta > \delta'$, la condition se réduit à $\varphi > \gamma + \frac{1}{2}\omega$, l'intervalle exclu ayant atteint la valeur $\varphi = o$; il peut exister encore la première condition $\varphi > \varphi''$; mais d'après la troisième propriété il doit y avoir une valeur de φ admissible pour laquelle x ou $x' = \rho$; ce ne peut-être que x' puisque $x < x'$; or celle-là suppose $\cos(\varphi - \frac{1}{2}\omega) = \cos\gamma$ ou $\varphi = \frac{1}{2}\omega + \gamma$; cette valeur étant admissible, il faut que $\varphi'' < \frac{1}{2}\omega + \gamma$; ainsi le seul intervalle admissible est de $\varphi = \frac{1}{2}\omega + \gamma$ à $\varphi = \varphi'$.

Deuxième cas : δ est compris entre δ' et δ'' et $\delta' > \delta''$. — D'après la première et la seconde propriété, $\varphi = o$ sera encore admissible, mais pour aucune valeur de φ on n'a $Q = o$, c'est-à-dire que la valeur $\varphi = \varphi'$ est exclue; elle sera donc comprise dans l'intervalle exclu; γ sera réel et les valeurs admissibles seront de $\varphi = o$ à $\varphi = \frac{1}{2}\omega - \gamma$.

Troisième cas : δ est inférieur à la fois à δ' et à δ''. — Alors $\varphi = o$ sera admissible, ou φ'' imaginaire, mais une valeur de φ doit satisfaire $Q = o$; ce ne pourra donc être que $\varphi = \varphi'$. Ainsi l'intervalle admissible sera de $\varphi = o$ à $\varphi = \varphi'$ soit si γ est imaginaire soit s'il est réel, mais que les limites $\frac{1}{2}\omega \pm \gamma$ de l'intervalle exclu soient toutes deux supérieures à φ' auquel cas nous dirons qu'il est *extérieur*. Il sera *intérieur* si toutes deux sont entre o et φ' auquel cas il interrompra la série de o à φ' des valeurs admissibles. Il est clair qu'il sera constamment intérieur ou constamment extérieur, sans quoi, en passant de l'un à l'autre cas, il comprendrait φ'. Évidemment il sera intérieur si $\delta'' > \delta'$ car dès que δ dépasse δ', nous avons vu que cet intervalle exclu comprend $\varphi = o$.

De ce qui précède il résulte que la première condition est toujours superflue, se trouvant, si elle existe, comprise dans la troisième.

Prenons pour exemple le cas où $n = 1,31$ et $\omega = 60°$, ou celui des aiguilles de glace.

On a alors $\delta'' = 43°.27'.50''$ et $\delta' > \delta''$; la valeur (38) de γ ne devient réelle que quand $2 \sin\frac{1}{2}\delta = \rho \sin\omega$, ou $\delta = 42°.59'.20''$; on a alors $\varphi' = 38°.1'.35''$ de sorte que l'intervalle est intérieur, φ' étant $> \frac{1}{2}\omega$. En même temps on a $\beta = 68°.30'.30''$ et $\beta - \frac{1}{2}\omega > \varphi'$ comme nous avons vu que cela avait lieu pour la seconde condition.

l'écrire $\delta + \omega < \pi - \omega$ ou $\cos(\delta + \omega) + \cos\omega > o$, car on sait que $\delta + \omega < \pi$. Or δ est donné par la formule

$$\frac{\rho^2}{2\cos\omega} = k = \frac{\cos\omega - \cos(\delta + \omega)}{\sin^2\omega}$$

d'où

$$\cos(\delta + \omega) + \cos\omega = 2\cos\omega - \frac{\rho^2 \sin^2\omega}{2\cos\omega};$$

$\cos\omega$ étant positif par hypothèse la condition se réduit à

$$2\cos\omega - \frac{\rho^2\sin^2\omega}{2\cos\omega} > o \quad \text{ou } 2\cot\omega > \cot\lambda \quad \text{ou} > \rho;$$

sous cette forme la condition s'étend au cas où $\omega > \frac{\pi}{2}$ puisqu'elle n'est pas alors satisfaite. Dans le cas de $n = 1,31$, $\omega = 60°$, elle devient

$$\frac{2}{\sqrt{3}} > \sqrt{n^2 - 1} \quad \text{ou } n^2 < \frac{7}{3}, \text{ relation exacte.}$$

Comme on l'a vu au nº 9 la condition $\delta'' > \delta'$ revient à ce que R soit négatif, en posant

$$R = \rho \sin\tfrac{1}{2}\omega - \cos\frac{3}{2}\omega.$$

Cela ne pourra jamais avoir lieu si l'intervalle est extérieur comme nous l'avons déjà remarqué; et en effet on aurait $\rho > 2\cot\omega$, et de plus $\omega < 60°$ sans quoi la relation $\delta' > \delta'$ est impossible. Il en résulterait $R > 2\cot\omega \sin\frac{1}{2}\omega - \cos\frac{3}{2}\omega$, ou

$$2R\cos\tfrac{1}{2}\omega > 2\cos\omega - (\cos\omega + \cos 2\omega), \quad \text{ou } 2R\cos\tfrac{1}{2}\omega > \cos\omega - \cos 2\omega$$

et de la sorte R ne serait pas négative.

même pour des valeurs numériques données de δ, ω, n, φ', et le résultat ne pourrait pas toujours se calculer par des tables; il est donc préférable d'exprimer le coefficient $\frac{g\mu'}{\sqrt{Q'}}$ de $d\psi$ par une formule d'interpolation, en le calculant pour quelques valeurs de ψ. Par suite de l'incertitude qui reste sur la valeur exacte de f, une extrême approximation n'est pas nécessaire. Si l'on se contente d'une formule parabolique, la variable étant $\sin^2\psi$, et que l'intervalle de $\psi = o$ à $\psi = \frac{\pi}{2}$ ne soit pas interrompu, on devra prendre

$$\frac{g\mu'}{\sqrt{Q'}} = a + (4b - c - 3a)\sin^2\psi + 2(a + c - 2b)\sin^4\psi,$$

a, b, c, étant les valeurs du premier membre pour $\sin^2\psi = o$, ou $\frac{1}{2}$, ou 1. En substituant cette expression dans l'équation (39) on trouve

$$E = \frac{\pi}{2}\left[a + \tfrac{1}{2}(4b - c - 3a) + \tfrac{3}{4}(a + c - 2b)\right] = \frac{\pi(a + 2b + c)}{8}.$$

Il est préférable de calculer $\frac{E}{E_1}$ que nous désignons par e, E_1 étant l'expression (40); de la sorte le maximum d'éclat sera pris pour unité.

Nous poserons $\frac{\pi a}{2E_1} = \alpha$, $\frac{\pi b}{2E_1} = \beta$, $\frac{\pi c}{2E_1} = \gamma$, d'où

$$e = \frac{\alpha + 2\beta + \gamma}{4}, \quad e' = \frac{\alpha + 2\beta' + \gamma'}{4}, \tag{41}$$

e, α, β, γ correspondant à la valeur de 1 de g, et e', β', γ' à son autre valeur donnée par la formule (28); α est le même dans les deux cas, correspondant à $\varphi = o$, $i = i'$.

Soit qu'on emploie cette forme d'interpolation ou quelque autre, tout

se ramène au calcul numérique de $\frac{g\mu'}{\sqrt{Q'}}$; δ étant donné, on trouvera successivement k, φ', Q_1, Q_2 par les formules (31), (32), (35). Connaissant les valeurs de $\sin^2\psi$ ou $\frac{\sin^2\varphi}{\sin^2\varphi'}$ qu'on veut employer, on en déduira celles de φ qui donneront immédiatement les valeurs (34) de Q'; pour les autres parties de l'expression il est préférable d'employer des auxiliaires θ, θ', en posant $x = \rho \operatorname{tang}\theta$, $x' = \rho \operatorname{tang}\theta'$, et en ayant égard aux formules (10), (21), (25), (26) on aura sous une forme propre au calcul logarithmique

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{2\sin\frac{1}{2}\delta}{\rho\sin\omega}\cos\left(\varphi + \tfrac{1}{2}\omega\right), \quad \operatorname{tang}\theta' = \frac{2\sin\frac{1}{2}\delta}{\rho\sin\omega}\cos\left(\varphi - \tfrac{1}{2}\omega\right),$$

$$\cos i = \frac{\rho}{n\sin 2\theta}, \quad \cos i' = \frac{\rho}{n\sin 2\theta'}, \quad \cos r = \rho\cot 2\theta, \quad \cos r' = \rho\cot 2\theta',$$

$$\frac{\rho^2 + xx'}{xx'} = \frac{\cos(\theta'-\theta)}{\sin\theta\sin\theta'}, \quad aa' = \frac{\cos 2\theta\cos 2\theta'}{\cos^4\theta\cos^4\theta'},$$

$$2I = aa'\left[\frac{\rho^2\operatorname{tang}\theta\operatorname{tang}\theta'(\cos\omega - \cos i\cos i')}{\cos(r-i)\cos(r'-i')}\right]^2 + \frac{aa'}{\cos^2(r-i)} + \frac{aa'}{\cos^2(r'-i')}.$$

Quand $\varphi = \varphi'$, le rayon est dans la section droite et il vaut mieux calculer I par la formule (24).

Voici les valeurs de e, e' pour diverses déviations quand $n = 1,31$ et $\omega = 60°$.

Valeurs de δ	25°	30°	35°	40°
α	0,48130	0,14235	0,03899	0,00745
β	0,54104	0,19706	0,05730	0,00685
β'	0,41076	0,13652	0,03997	0,00502
γ	0,63652	0,29552	0,10956	0,01819
γ'	0,40558	0,14185	0,04499	0,00696
e	0,54997	0,20800	0,06578	0,00983
e'	0,42710	0,13931	0,04098	0,00611
I	0,96333	0,84718	0,68712	0,44626
I′	0,92745	0,83100	0,64049	0,30778
I″	0,92392	0,82470	0,63959	0,32591
Moyenne	0,93823	0,83429	0,65573	0,35998

Le minimum de déviation est $\Delta = 21°.50'.22''$.

Le nombre I correspond à α; I' est la quantité analogue pour β ou β', et I'' pour γ ou γ'.

La moyenne indiquée est celle de ces trois nombres. On voit que la diminution de lumière par suite des réflexions ne joue qu'un faible rôle dans le rapide décroissement de l'éclat e ou e'; en comparant ceux-ci, on voit qu'à partir de $\delta = 30°$ on a à peu près $e' = \frac{2}{3} e$; ainsi en tenant compte de la diminution du coefficient f, le décroissement de l'éclat n'est que légèrement augmenté.

Dans le tableau qui suit on a supposé $n = 1,31$, et $\omega = 90°$.

Valeurs de δ	47°	50°	53°	57°
α	0,80567	0,47205	0,26361	0,10794
β	0,80016	0,44025	0,20589	0,04031
γ	0,79483	0,40943	0,15431	0,00435
e	0,80020	0,44049	0,20742	0,04823
I	0,78032	0,70813	0,62245	0,48934
I'	0,76933	0,66130	0,52176	0,27761
I''	0,75851	0,61608	0,42714	0,08418
Moyenne	0,76939	0,66184	0,52378	0,28371

Il correspond au second halo, produit par le trajet des rayons entre une face latérale des aiguilles de glace et une base. La déviation minimum est $\Delta = 45°.44'.0''$. On a toujours $\varphi' < 90° - \frac{1}{2}\omega$ et dans le cas actuel $\varphi' < 45°$; aussi l'intervalle exclu est nécessairement extérieur. On a en outre $\delta'' = 57°.48'.10''$, et $\delta' > \delta''$; toutes les valeurs employées pour δ sont inférieures à δ'', et par conséquent l'intégrale est prise de $\psi = o$ à $\frac{1}{2}\pi$ sans interruption; les lettres dans le tableau ont la même signification que dans l'autre, et en remarquant que les valeurs de δ sont moins distantes entre elles, on voit que l'éclat e décroît à très peu près avec la même rapidité, tandis que la diminution de I est plus prononcée.

N° 23. *Projection du rayon sur la section droite d'un prisme.* — Nous avons besoin de décrire la marche de cette projection pour les questions qui nous restent à traiter. La figure, la même que celle du n° 2, repré-



En désignant par a, b, etc., les cosinus des normales, on a évidemment $\cos r = fa + gb + hc$, $\cos r' = f'a' + g'b' + h'c'$; en substituant les valeurs des lettres, et joignant au résultat les formules (3) on aura

$$(43) \qquad \begin{cases} \cos r = \sin\theta \cos(\varphi - \frac{1}{2}\omega), & \cos r' = \sin\theta\cos(\varphi' + \frac{1}{2}\omega), \\ \cos i = \sin p \cos(q - \frac{1}{2}\omega), & \cos i' = \sin p \cos(q + \frac{1}{2}\omega). \end{cases}$$

Ces dernières satisfont identiquement la condition (7) ou $P > o$, en remarquant qu'elles donnent

$$\cos^2 i + \cos^2 i' - 2\cos i \cos i' \cos\omega = \sin^2 p \sin^2 \omega.$$

Cela devait être, car elle exprime qu'il existe une droite faisant avec les normales les angles i, i', et cette condition est bien satisfaite par celle qui a p, q, pour coordonnées angulaires.

Tout angle polaire tel que q peut varier entre $\pm\pi$, mais il faut que $\cos i$, $\cos i'$, et leur somme $2\sin p\cos q\cos\frac{1}{2}\omega$ soient positifs; q est donc compris entre $\pm\frac{1}{2}\pi$. Pour qu'il leur corresponde un rayon extérieur, il faut encore que $\cos i$ et $\cos i'$ dépassent $\cos\lambda$; si q est positif, $\cos i' < \cos i$ et il suffit qu'on ait $\sin p\cos(q + \frac{1}{2}\omega) > \cos\lambda$; si donc q' est le maximum des valeurs positives de q, on aura

$$(44) \qquad \cos(q' + \tfrac{1}{2}\omega) = \frac{\cos\lambda}{\sin p} = \frac{\rho}{n\sin p}.$$

Aucune valeur positive de q' ne pourra d'ailleurs satisfaire cette condition si l'on n'a pas $\cos\frac{1}{2}\omega > \frac{\rho}{n\sin p}$; ainsi p est assujetti à la condition

$$(45) \qquad \sin p > \sin p_1, \quad \sin p_1 = \frac{\cos\lambda}{\cos\frac{1}{2}\omega} = \frac{\rho}{n\cos\frac{1}{2}\omega},$$

Comme $\omega < 2\lambda$, $\cos\frac{1}{2}\omega > \cos\lambda$, et la valeur de $\sin p_1$ ne peut dépas-

ser l'unité. Dans l'équation (9) cos p' représentait sin p, et cette équation coïncide avec la précédente.

Quand q est négatif on a $\cos i < \cos i'$ et on en déduirait de même la limite négative de q qui est évidemment $-q'$.

Toutes les fois qu'on aura $\sin p > \sin p_1$ et que q sera compris entre $\pm q'$, il existera certainement des prolongements SL, L'S' du rayon correspondant à p, q, et par conséquent des valeurs de $\theta, \varphi, \varphi'$ satisfaisant les équations (42), sans qu'il soit nécessaire de le vérifier directement. Du reste, sauf les limitations qui se rencontreront plus tard, nous devons supposer θ variable entre o et π, et φ, φ' entre $\pm \pi$.

Les équations (42) déterminent φ et φ' sans ambiguïté par leur sinus et leur cosinus, mais le calcul s'en fait plus aisément par les formules ci-dessous qu'on trouve en éliminant x entre les deux premières équations (42) et x' entre les deux suivantes :

$$(46) \qquad \begin{cases} \sin\theta \sin(\varphi - \frac{1}{2}\omega) = n \sin p \sin(q - \frac{1}{2}\omega) \\ \sin\theta \sin(\varphi' + \frac{1}{2}\omega) = n \sin p \sin(q + \frac{1}{2}\omega) \end{cases}$$

On pourrait vérifier que la première coïncide avec la relation évidente

$$\sin r \cos\psi = n \sin i \cos\psi,$$

ψ étant l'angle du premier plan de réfraction avec celui de la section droite; la forme de la seconde est analogue. De là provient la simplicité des deux relations (46). Il importe de remarquer qu'on doit y prendre pour $\varphi - \frac{1}{2}\omega$ ou $\varphi' + \frac{1}{2}\omega$ un angle compris entre $\pm \frac{\pi}{2}$, et qu'ainsi elles déterminent φ et φ' sans ambiguïté. En effet, φ et φ' étant compris entre $\pm \pi$, les angles $\varphi - \frac{1}{2}\omega$, $\varphi' + \frac{1}{2}\omega$ le seront entre $\pm \frac{3}{2}\pi$, et s'ils ne l'étaient pas en même temps entre $\pm \frac{1}{2}\pi$, les valeurs (43) de $\cos r$, $\cos r'$ ne seraient pas toutes deux positives.

N° 24. *Conséquences de ce qui précède, et valeur de la déviation.* — Dans tout ce qui suit nous désignerons $\varphi' - \varphi$ par D.

1° Supposons $q = o$, d'où $x = x'$. Les équations (42) donneront $\cos\varphi = \cos\varphi'$, $\sin\varphi = -\sin\varphi'$, d'où $\varphi = -\varphi'$.

En outre on aura $\cos\varphi' = n \sin p - x' \cos\frac{1}{2}\omega$, et nous savons que $x' < \rho$; il en résulte

$$\cos\varphi' > n \sin p - \rho \cos\tfrac{1}{2}\omega.$$

D'après la condition (45)

$$n \sin p > \frac{\rho}{\cos\frac{1}{2}\omega} > \rho \cos\tfrac{1}{2}\omega;$$

$\cos\varphi'$ est donc positif, et il en est de même de $\sin\varphi'$; ainsi en désignant par $\frac{1}{2}\Delta'$ la valeur de φ' correspondant à $q = o$, ce sera un angle aigu et positif, et l'on aura en même temps $\varphi = -\frac{1}{2}\Delta'$, $D = \Delta'$; on tirera Δ' des formules (46) ou de

$$(47) \qquad \sin\left(\tfrac{1}{2}\Delta' + \tfrac{1}{2}\omega\right) = \frac{n \sin p}{\sin\theta} \sin\tfrac{1}{2}\omega.$$

2° En supposant que φ, φ' correspondent à une valeur positive de q, soient φ_1, φ'_1 ce qu'elles deviennent quand on remplace q par $-q$. On aura par les formules (46)

$$\sin\theta \sin\left(\varphi_1 - \tfrac{1}{2}\omega\right) = -n \sin p \sin\left(q + \tfrac{1}{2}\omega\right) = -\sin\theta \sin\left(\varphi' + \tfrac{1}{2}\omega\right),$$
$$\sin\theta \sin\left(\varphi'_1 + \tfrac{1}{2}\omega\right) = -n \sin p \sin\left(q - \tfrac{1}{2}\omega\right) = -\sin\theta \sin\left(\varphi - \tfrac{1}{2}\omega\right),$$
$$\text{d'où} \quad \varphi_1 - \tfrac{1}{2}\omega = -\left(\varphi' + \tfrac{1}{2}\omega\right), \quad \text{ou} \quad \varphi_1 = -\varphi', \quad \text{et} \quad \varphi'_1 = -\varphi,$$
$$D = \varphi'_1 - \varphi_1 = \varphi' - \varphi.$$

Ainsi D reste le même, et pour connaître son mode de variation, il suffit de prendre q positif.

3° Supposons maintenant p et par suite θ, θ' constants; φ et φ' seront

N° 25. *Application aux parhélies.* — Nous avons vu au n° 10 que l'ensemble des aiguilles de glace devait être partagé en un *système général* où l'orientation est indifférente en tous sens et qui produit les halos, et plusieurs systèmes particuliers dans chacun desquels la direction des axes est partout parallèle, et à peu près verticale; ceux-là comme on sait produisent les parhélies. On peut les distribuer de telle sorte que toutes les aiguilles d'un même système soient identiques.

Chacun d'eux doit d'ailleurs être décomposé comme précédemment en groupes d'aiguilles ayant une même orientation, et chaque groupe produit l'effet d'un point lumineux.

Si nous considérons d'abord le système où les axes sont verticaux, les rayons incident et émergent faisant le même angle avec la verticale, chaque point lumineux se trouvera sur le *cercle parhélique,* petit cercle de la sphère céleste, horizontal, et passant par le soleil.

Pour les autres systèmes ils auront la même disposition, mais en prenant le cercle légèrement incliné, comme si l'on avait altéré la direction verticale d'un très petit angle; l'ensemble de ces circonférences lumineuses formera un arc parhélique horizontal d'une certaine épaisseur, et pour la portion σ de la sphère céleste dont nous cherchons l'éclat moyen, il convient de prendre celle qu'interceptent dans l'arc deux grands cercles verticaux de la sphère, supposés très voisins. Quant à la quantité de lumière L que reçoit cette portion, il est clair que celles qui correspondent aux divers systèmes, ou aux divers cercles, suivent à très peu près la même loi. Par conséquent pour comparer les valeurs de L ou de l'éclat pour les diverses régions σ il revient au même de réduire tous les systèmes à celui des axes verticaux.

Nous devons chercher L comme précédemment en nous bornant aux rayons qui entrent par une face déterminée F, et sortent par une autre F′, toutes deux étant homologues pour toutes les aiguilles; les points lumineux se formeront alors d'un même côté du soleil, à une distance azimuthale qui pour chaque groupe sera la déviation D de la projection horizontale des rayons. Nous devons prendre pour σ la portion de l'arc où D est comprise entre deux valeurs données D_1, D_2.

Les divers groupes, ou les orientations, se trouveront en faisant tourner une aiguille autour de son axe par intervalles égaux $d\varphi$, φ étant le dièdre de deux plans menés par l'axe, l'un fixe et passant par le soleil, l'autre partageant la rotation de l'aiguille, et pour lequel nous prendrons celui des xz; de la sorte φ sera l'angle déjà ainsi désigné.

La formule (18) en remplaçant la lettre θ par k donnera alors

$$L = \Sigma\, k\mu\varepsilon,$$

la somme s'étendant à toutes les valeurs de φ. Pour chacune μ désigne combien, sur un nombre total constant de M aiguilles, il y en a qui appartiennent au groupe correspondant, de sorte qu'on a évidemment $\mu = \frac{M d\varphi}{2\pi}$; k est un coefficient égal pour chaque valeur de φ à $+1$ si D est comprise entre D_1 et D_2, et à o dans le cas contraire; ε est l'intensité du faisceau transmis par une aiguille. On aura aussi comme au nº 16, en remplaçant θ' par k', $\varepsilon = k' I f \cos r$, I ayant la même signification que précédemment, f étant la portion efficace de la face F, et k' ayant la valeur 1 si le rayon correspondant à φ est transmissible dans le prisme, et o dans le cas contraire. En supprimant le facteur commun $\frac{M}{2\pi}$, il en résulte

$$L = \int_{-\pi}^{\pi} kk' I f \cos r d\varphi.$$

Cette valeur est maintenant indépendante de la rotation de l'aiguille et des axes coordonnés, qu'on peut considérer comme immobiles; θ, θ', p, sont constants et on doit les supposer tels qu'il existe des rayons transmissibles, ou qu'on ait $\sin p > \sin p_1$; de la sorte q est la seule variable, dont φ doit être regardée comme fonction; on doit ainsi substituer la valeur déjà trouvée $d\varphi = \frac{n \cos i}{\cos r} dq$; mais ensuite on pourra supprimer

le facteur k', en n'étendant l'intégration qu'aux rayons transmissibles, ou qu'entre $q = \pm q'$, ce qui donne en supprimant le facteur constant n,

$$L = \int_{-q'}^{q'} k I f \cos i dq.$$

Pour chaque valeur positive de q désignons par I', f' ce que deviennent I, f, pour la même valeur de q en signe contraire; remarquons en outre que $\cos i$ en ce cas prend la valeur (43) de $\cos i'$, tandis que D et par suite k restent les mêmes. Nous pourrons ainsi dans l'intégrale réunir aux autres les éléments où q est négatif. En outre nous devons admettre que D_1, D_2 sont compris entre le maximum et le minimum de D; il leur correspondra donc des valeurs positives q_1, q_2 de q, et nous pourrons remplacer k par 1, en n'intégrant qu'entre q_1 et q_2; L prend ainsi la forme

$$L = \int_{q_1}^{q_2} (I f \cos i + I' f' \cos i') dq. \tag{49}$$

La région σ n'est qu'un arc de cercle $D_2 - D_1$, de sorte qu'on a pour son éclat moyen

$$E = \frac{L}{D_2 - D_1};$$

l'éclat proprement dit s'en déduira en prenant q_2 et q_1, infiniment peu différents, et dans ce cas on aura

$$D_2 - D_1 = \frac{d.D}{dq} dq = n\left(\frac{\cos i'}{\cos r'} - \frac{\cos i}{\cos r}\right) dq.$$

Lorsque $q = o$ on a $i = i'$, $r = r'$, $\frac{dD}{dq} = o$, et l'éclat devient infini. Cette anomalie provient de ce que nous avons attribué à tous les axes

une direction rigoureusement verticale; du reste cet éclat infini n'affecte qu'un point unique, et s'il existait physiquement, ce qui est impossible, il resterait inaperçu ; en effet l'œil est affecté simultanément de la lumière envoyée par une portion d'arc d'une certaine étendue ; lors même que son intensité serait fort grande sur un espace de quelques secondes elle se confondrait pour nous avec celle qu'enverraient les portions voisines; aussi pour se rendre compte du phénomène, convient-il de supposer q_1, q_2 seulement peu différents.

Toutefois la décroissance de l'éclat à partir de $q = o$ sera encore sous cette forme extrêmement rapide, et tant qu'on se bornera à comparer ainsi les valeurs de L où q est fort petit, on pourra évidemment dans la formule (49) laisser de côté les facteurs I, I' comme égaux et sensiblement constants et faire de même pour f, f'; d'après les formules (43) on aura ainsi

$$L = \int_{q_1}^{q_2} (\cos i + \cos i')\, dq = \int_{q_1}^{q_2} 2 \sin p \cos q \cos \tfrac{1}{2} \omega \, dq.$$

On devra supprimer encore le facteur constant $2 \sin p \cos \frac{1}{2} \omega$ et même remplacer $\cos q$ par 1, ce qui donne $L = q_2 - q_1$.

Dans le cas où q s'écarterait davantage de la valeur o on pourra regarder encore $q_2 - q_1$, comme une valeur approchée de la lumière envoyée par le petit arc $D_2 - D_1$, sauf à la supposer affectée d'un coefficient décroissant avec lenteur suivant une loi inconnue.

Il est aisé de voir, comme pour les halos, qu'en faisant varier les faces F, F', et ne prenant plus toutes les aiguilles identiques, le résultat serait le même. Les valeurs de n, ω, ont été laissées jusqu'ici indéterminées, parce que les formules peuvent s'étendre à d'autres phénomènes du même genre. Prenons maintenant pour n, ω les nombres 1,31 et 60° qui conviennent aux aiguilles de glace. La formule (45) donnera $p_1 = 48°.\ 14'.14''$ pour le minimum de p quand il est aigu. La relation $\cos \theta = n \cos p$ donne $29°.\ 14'.40''$ pour le minimum correspondant de θ.

Prenons comme exemple le cas où $\theta = 75°$, de sorte que la hauteur apparente du soleil soit de $15°$. La relation $\cos\theta = n \sin p$ donnera $p = 78°.36'.18''$ et on tirera des formules (44), (47), (48),

$$q' = 18°\,46'\,45'', \quad \Delta' = 23°\,19'\,29'', \quad D' = 44°\,59'\,36''.$$

La distance azimuthale du parhélie au soleil est Δ'; si δ est leur distance apparente, on aura, dans le triangle formé par ces deux points et le zénith,

$$\cos\delta = \cos^2\theta + \sin^2\theta \cos\Delta', \quad \text{ou} \quad \sin\tfrac{1}{2}\delta = \sin\theta \sin\tfrac{1}{2}\Delta',$$

ce qui donne $\delta = 22°,31'.10''$, ou un angle très peu supérieur à la déviation minimum du prisme, qui est $\Delta = 21°.50'.22''$.

Pour juger du mode de variation de l'éclat, faisons croître q à partir de o par intervalles $q_2 - q_1$ égaux, pour lesquels nous prendrons un demi-degré. Les valeurs correspondantes de $D_2 - D_1$, ou les accroissements successifs de D à partir de Δ' sont alors $19''$, $58''$, $96''$, $136''$, etc., nombres sensiblement proportionnels à 1, 3, 5, 7. Comme on l'a vu, pour ces petites valeurs de q, $q_2 - q_1$ mesure exactement la lumière envoyée par l'arc $D_2 - D_1$, et par suite l'éclat décroît en raison inverse des nombres précédents; si d'une manière approchée nous conservons cette mesure $q_2 - q_1$ pour les autres valeurs de q, celle qui correspond à un demi-degré sera $\frac{1}{36}$ de la lumière totale, puisque q' est environ $18°$; ainsi $\frac{1}{9}$ de ce total est envoyé par l'arc formé par la réunion des quatre intervalles précédents, lequel est seulement de $5'.9'$. Le parhélie est dû à cette accumulation considérable de lumière.

On trouve à très peu près $D - \Delta' = 10°\,\frac{1}{2}$ pour $q = 17°$, et $D - \Delta' = 5°\,\frac{1}{2}$ pour $q = 14$; ainsi, sur la longueur totale de l'arc qui est $D' - \Delta' = 21°.40'$, la première moitié envoie les $\frac{17}{18}$ de la lumière totale, et le premier quart les $\frac{14}{18}$. L'éclat décroît donc plus rapidement que celui des halos.



par un point fixe O, menons OZ parallèle à cet axe, OS allant au soleil, OR au point lumineux du groupe. En désignant comme précédemment par θ l'angle ZOS = ZOR, nous pouvons supposer OZ menée de façon que θ soit aigu; soit aussi δ la distance SR ou la déviation; le triangle ZSR donnera, d'après la propriété de l'émergence

$$(50) \qquad \cos\delta = \cos^2\theta + \sin^2\theta\cos 120° = \frac{3}{2}\cos^2\theta - \tfrac{1}{2}.$$

En faisant tourner l'aiguille autour de son axe par intervalles égaux $d\varphi$, on aura autant d'orientations diverses pour lesquelles l'intensité de R ne fera que s'ajouter, et le total que nous désignerons par ε est une fonction de θ seul; évidemment quand $\theta = \frac{1}{2}\pi$ ou que les rayons sont dans la section droite, ε est ou maximum ou rapproché de son maximum. En faisant tourner la direction de l'axe autour de OS, OR tournera de même et il est clair que toute zone étroite ayant S pour pôle a un éclat uniforme. Supposons la formée des points de la sphère céleste dont les distances au soleil sont comprises entre δ_1 et δ_2, de sorte que sa surface ait pour mesure $\sigma = \cos\delta_1 - \cos\delta_2$; soient aussi θ_1, θ_2, les valeurs de θ correspondant à δ_1, δ_2, dans l'équation (50). Les points lumineux intérieurs à la zone sont ceux pour lesquels θ est compris entre θ_1 et θ_2. Le nombre de groupes pour lesquels il en est ainsi est mesuré par la zone vers l'intérieur de laquelle les axes sont dirigés, ou par $\cos\theta_1 - \cos\theta_2$.

On aura donc pour la lumière L et l'éclat moyen

$$L = \varepsilon(\cos\theta_1 - \cos\theta_2), \quad E = \frac{L}{\sigma} = \frac{\varepsilon(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}{\cos\delta_1 - \cos\delta_2},$$

en donnant à ε une valeur moyenne.

On en déduit l'éclat en supposant δ_1, δ_2, infiniment peu différents. La formule (50) donne $\sin\delta\, d\delta = 3\sin\theta\cos\theta d\theta$; l'éclat sera donc

$$E = \frac{\varepsilon\sin\theta d\theta}{\sin\delta d\delta} = \frac{\varepsilon}{3\cos\theta},$$

et deviendra infini quand $\theta = 90°$, $\delta = 120°$.

Il en résulte un maximum d'éclat formant un arc paranthélique à 120° de distance du soleil. Sa dégradation à partir de cette limite sera suffisamment indiquée par la lumière L qu'envoie une zone de surface $\cos \delta_1 - \cos \delta_2$ en prenant constammennt $\delta_2 - \delta_1$ d'un demi-degré ; en effet la surface de ces zones, de $\delta = 120°$ à $\delta = 100°$ varie très peu.

D'ailleurs l'équation (50) donne

$$\cos \theta = \sqrt{\tfrac{2}{3}} \sqrt{\cos \delta + \tfrac{1}{2}} ;$$

ainsi pour la valeur de L ou $\varepsilon (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$, où ε est à peu près constant entre certaines limites, on peut prendre

$$L = 10000 \left[\sqrt{\cos \delta_1 + \tfrac{1}{2}} - \sqrt{\cos \delta_2 + \tfrac{1}{2}}\right],$$

qui ne diffère de l'autre que par des facteurs constants. Pour les quatre premières zones à partir de $\delta = 120°$, on aura L = 870, 362, 278, 236; pour $\delta = 114°$, 110°, 100°, on trouve ensuite L = 128, 102, 75. Le décroissement de l'éclat semble donc, sauf dans la région tout à fait voisine de la limite 120°, être plutôt moins rapide que pour les halos. Cette circonstance, jointe au fait que l'éclairement se distribue sur une portion du ciel beaucoup plus étendue, contribue encore à rendre l'effet optique insensible.

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
TOME XXIX. — N° 10.

SUR LA
COULEUR DE L'EAU

PAR

J.-L. SORET

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT
1887

principaux de la coloration de l'eau, qui, sous une épaisseur un peu considérable, intercepte les rayons les moins réfrangibles du spectre.

Mais, en outre, un second facteur d'une grande importance réside dans l'action des particules hétérogènes, très ténues, que l'eau même la plus pure tient toujours en suspension. Ces corpuscules jouent un double rôle : en premier lieu, ils diffusent et renvoient la lumière qui les atteint ; en second lieu, ils exercent une influence sur la coloration, car on sait qu'un milieu légèrement trouble ou opalescent laisse passer plus facilement les radiations les moins réfrangibles, tandis qu'il réfléchit plus fortement les rayons de courtes longueurs d'onde.

C'est à ces deux causes réunies qu'avec M. Tyndall [1], M. Ricco [2], M. J. Leconte [3], M. J. Aitken [4] et d'autres, j'attribue la coloration bleue de l'eau.

point : une solution de sulfate de cuivre est bleue, parce qu'elle absorbe les rayons rouges, orangés, jaunes, en laissant passer les rayons verts, bleus, violets; un rubis est rouge, parce que les rayons les moins réfrangibles du spectre sont transmis, tous les autres étant interceptés. Quant aux corps non homogènes, cette interprétation de la couleur propre est peut-être moins généralement adoptée, mais elle n'en est pas moins exacte ; par exemple, une étoffe ou un papier teint a la même couleur par transmission et par réflexion : les fibres blanches formant le corps du tissu sont recouvertes comme d'un vernis par la matière colorante au travers de laquelle passent les rayons qui arrivent à l'œil soit par transmission plus ou moins directe, soit après réflexion intérieure sur les fibres du tissu. Si j'insiste sur ce sujet, c'est qu'il faut reconnaître que plusieurs Traités élémentaires de Physique, tout en abandonnant l'ancienne théorie newtonienne de la couleur propre des corps, ne l'ont pas suffisamment remplacée : quelques-uns parlent à peine de ce phénomène, malgré son importance ; d'autres se bornent à dire que les corps diffusent inégalement les différents rayons, ce qui est l'expression d'un fait, mais non une explication. Cependant, il y a des exceptions, parmi lesquelles je citerai le *Cours de Physique* de Verdet (t. II, p. 268), la *Physique médicale* de Wundt (traduction de Monoyer, 2me édition, p. 398), les *Éléments de Physique médicale* de Gariel et Desplats, 2me édition, p. 623, ainsi que les Ouvrages spéciaux de Dove (*Darstellung der Farbenlehre*), de Rood (*Théorie scientifique des couleurs*). J'ai moi-même donné quelques développements à cette interprétation en faisant entrer en ligne de compte les phénomènes de polarisation qui accompagnent la diffusion de la lumière [*Sur la polarisation par diffusion de la lumière* (*Archives des Sciences physiques et naturelles*, 1874, t. L, p. 252)].

[1] *Sur la couleur du lac de Genève et de la mer Méditerranée* (*Nature*, 20 octobre 1870. *Archives des Sc. phys. et nat.*, 1870, t. XXXIX, p. 346). *On the colour of water* (*Proceedings of the Royal Institution*, 1871, t. VI, p. 189).

[2] *Studi spettrali sul colore delle acque* (*Memorie degli Spettroc. italiani*, 1876, t. V; 1879, t. VIII). *Alcuni fenomeni, etc.* (*Rivistà scientifico-industriale di Firenze*, 1882).

[3] *Physical studies on lake Tahoe* (*Overland Monthly*, novembre et décembre 1883, janvier 1884).

[4] *Proceedings of the Royal Society Edinburgh*, 1881-82, p. 472. Les vues de M. Aitken diffèrent cependant des miennes en quelques points.

Nous allons examiner de plus près le rôle de ces facteurs en divisant le sujet en deux parties : 1° l'exposé des propriétés physiques de l'eau, telles qu'on peut les étudier dans des expériences de laboratoire; 2° l'application aux apparences que l'on observe dans la nature.

I

Coloration de l'eau par transmission. — Prenons d'abord un long tube fermé à ses deux bouts par des lames de verres, et remplissons-le d'eau que nous supposerons chimiquement pure et absolument privée de particules en suspension. Faisons passer un faisceau de lumière blanche au travers de ce tube : nous pourrons étudier la coloration propre de l'eau en examinant la teinte de la lumière transmise. L'expérience a été réalisée par M. Bunsen[1], qui s'est servi d'un tube de verre noirci, de 2^m de longueur environ; il a reconnu, soit en regardant un objet blanc au travers de la colonne liquide, soit en faisant tomber la lumière transmise sur un objet blanc, que l'eau est colorée en bleu par transmission. Cette expérience a été souvent répétée et variée, entre autres par M. Tyndall[2], M. Beetz[3], M. Boas[4], M. V. Meyer[5], M. Ricco[6], M. Leconte[7], qui ont tous obtenu une teinte bleue tirant plus ou moins sur le vert. Récemment M. Spring[8] l'a reprise avec des tubes d'une longueur de 5^m, recouverts d'une gaine noire, de manière à intercepter tout éclairage latéral, et en prenant de grandes précautions pour arriver à avoir de l'eau parfaitement pure et limpide; la quantité de particules en

[1] *Ann. der Chem. und Pharm.*, t. LXII, p. 44.
[2] *Glaciers of the Alps*, p. 254.
[3] *Pogg. Ann.*, t. CXV, p. 137; *Archives*, 1862, t. XIV, p. 78.
[4] *Beiblätter*, 1881, t. V, p. 797.
[5] *Archives*, 1882, t. VIII, p. 257.
[6] *Loc. cit.*
[7] *Loc. cit.*
[8] *Bulletin de l'Acad. Royale de Belgique*, 1883, t. V, n° 1.

suspension devait être en tout cas trop petite pour exercer une influence appréciable. Dans ces conditions, la lumière transmise était d'un beau bleu.

D'après l'ensemble de ces travaux et de mes propres observations, je crois pouvoir admettre que plus l'eau est exempte de corpuscules hétérogènes, plus sa couleur par transmission se rapproche du bleu franc[1]. Mais les eaux naturelles, même les plus pures, telles que celles du lac de Genève, donnent encore une teinte tirant sur le vert.

Spectre d'absorption de l'eau. — Pour arriver à une notion plus exacte de cette coloration par transmission, il convient de recourir au spectroscope. Plusieurs physiciens ont étudié le spectre d'absorption de l'eau et ont reconnu que, dans la partie visible, l'absorption va en diminuant avec la réfrangibilité, de sorte que, sous une épaisseur suffisante, les rayons rouges et orangés sont éteints ou très affaiblis.

Cette diminution de l'absorption avec la réfrangibilité n'est cependant pas continue. On remarque au moins une bande obscure dans l'orangé, un peu moins réfrangible que D, et dont le centre correspond à la longueur d'onde 600; c'est ce qui résulte des observations de M. Schœnn[2], de MM. W.-J. Russel et Lapraik[3], et de celles que M. Sarasin et moi nous avons partiellement publiées[4]. Cette bande commence à être nettement visible quand l'épaisseur d'eau atteint 2^m.

La brusque variation d'intensité lumineuse, coïncidant sensiblement avec la raie C, peut faire présumer l'existence en ce point d'un autre maximum d'absorption moins prononcé[5].

[1] Le mode d'éclairage influe notablement sur cette teinte; avec un écran blanc éclairé par la lumière diffuse du jour, la couleur est plus bleue qu'avec les rayons solaires directs.

[2] *Poggendorff's Annalen*, Ergänzungsband, VIII, p. 670.

[3] *Nature*, 19 août 1880.

[4] *Comptes rendus de l'Acad. des Sciences* du 10 mars 1884. — M. Ricco (*loc. cit.*) a aussi aperçu cette bande avec l'eau de mer, mais sans en affirmer la réalité.

[5] M. H.-W. Vogel, en examinant au spectroscope la lumière de la grotte de Capri, a vu une bande d'absorption dans le vert entre E et *b* (*Praktische Spectralanalyse*, p. 253). M. Tacchini, en opérant sur la lumière émanant de la mer, a aussi observé cette bande, ainsi qu'un renfoncement de la raie F (*voyez* le premier Mémoire de M. Ricco, *loc. cit.*). Dans les diverses eaux que nous

Pour le rouge (verre rouge).....................	0,9966
Pour le jaune (flamme de soude)...............	0,99745
Pour le bleu (solution de sulfate de cuivre).......	0,9986

Il est à peine nécessaire de remarquer que la couleur de l'eau par transmission ne peut pas conserver exactement le même ton, quelle que soit la longueur de la colonne traversée par la lumière ; en effet, quand l'épaisseur varie en progression arithmétique, l'absorption varie en progression géométrique, la raison de la progression étant différente suivant la réfrangibilité des rayons. Pour les faibles épaisseurs, non seulement la couleur sera moins saturée, mais encore elle s'écartera du bleu en se rapprochant du vert.

Influence des substances en dissolution dans l'eau. — Il est évident que, si l'eau n'est pas chimiquement pure, les substances en solution peuvent influer sur la teinte de la lumière transmise. En particulier, de nombreuses substances organiques ont une couleur jaune ou brune, c'est-à-dire qu'elles absorbent les rayons bleus ou violets ; si elles se trouvent dans une eau en proportion sensible, elles doivent éloigner du bleu la teinte de la lumière transmise pour la ramener au vert, et même au jaune ou au brun.

Les sels en dissolution dans l'eau de mer sont sensiblement incolores et ne paraissent pas influer sur la teinte que l'on obtient.

Influence des particules solides en suspension. — Il est très difficile d'obtenir ce que M. Tyndall a appelé un milieu *optiquement vide*, c'est-à-dire un milieu absolument limpide et exempt de particules hétérogènes. On y arrive pour les gaz et quelques corps cristallisés présentant naturellement cet état. Pour les liquides, on ne parvient pas à l'élimination absolue des corpuscules hétérogènes ; cependant avec l'eau, tout au moins, on atteint à une pureté assez rapprochée du vide optique pour que l'on n'ait pas à craindre une influence sensible sur la lumière transmise. Les meilleurs moyens d'arriver à ce résultat sont, en premier lieu, la distillation avec destruction des matières organiques par le perman-

ce milieu, on peut voir nettement des objets, on peut projeter une image et observer ainsi la coloration. L'analyse faite au spectroscope montre que les rayons bleus, violets et ultra-violets sont éteints[1].

M. Brücke a cherché à expliquer ce phénomène dont il a fait une étude approfondie[2]. La théorie qu'il a proposée n'est peut-être pas entièrement satisfaisante.

Quoi qu'il en soit, le fait expérimental demeure incontestable, et son influence sur la couleur de la lumière transmise au travers de l'eau est facile à prévoir. Dans un tube un peu long, l'eau pure absorbe par elle-même une plus forte proportion des rayons peu réfrangibles; si l'on ajoute des particules ténues, tous les rayons sont affaiblis, mais non pas également : l'action est plus énergique sur les plus réfrangibles. Ainsi, pour deux causes différentes, ce sont les deux extrémités du spectre qui se trouvent le plus fortement interceptées, et les rayons moyens prédominent dans la lumière transmise ; la couleur bleue de l'eau pure virera ainsi au vert, au jaune, au brun, suivant que le rôle des particules sera de plus en plus prépondérant. C'est bien là le résultat des expériences de nombreux physiciens, et ce que démontrent en particulier les observations de M. Tyndall, de M. Ricco et de M. Spring sur l'influence de légers précipités.

Diffusion de la lumière. — A côté de cet effet sur la teinte des rayons transmis, il se produit une action sur les rayons réfléchis. On connaît les caractères de coloration bleue et de polarisation de la lumière diffusée par les particules ténues qu'un liquide tient en suspension[3]. Ces caractères sont faciles à constater lorsqu'on fait tomber un faisceau de lumière solaire sur de l'eau contenue dans un ballon ou un flacon de

[1] Cet effet paraît commun à tous les précipités blancs amorphes, pourvu qu'ils soient suffisamment ténus. Avec des particules métalliques ou cristallines, l'action est quelquefois complexe. Si le précipité n'est pas blanc, sa couleur propre peut aussi exercer une influence.

[2] *Poggendorff's Annalen*, 1853, t. LXXXVIII, p. 363.

[3] Ces questions ont particulièrement été étudiées par M. Tyndall, M. Lallemand, M. Hagenbach et moi-même. Voir *Archives*, 1869, t. XXXIV, p. 156; t. XXXV, p. 54; 1870, t. XXXVII, p. 129, 176; XXXIX, p. 341, 352; 1873, t. XLVIII, p. 231; 1874, t. L, p. 243.

plomb, on observe une coloration bleue lavée de beaucoup de blanc. Or ici la lumière incidente est blanche, car elle ne traverse pas une épaisseur sensible pour arriver jusqu'aux particules qui la diffusent; d'autre part, si l'on regardait un écran blanc au travers du long tube rempli de cette eau un peu louche, on observerait une couleur verte ou jaune, comme nous l'avons dit plus haut. Le fait qu'on obtient une teinte blanc bleuâtre montre que, dans les conditions où nous nous sommes placé, la coloration par diffusion l'emporte sur la coloration par transmission, et ne peut par conséquent être considérée comme négligeable dans l'explication des faits.

II

Arrivons maintenant à l'interprétation des phénomènes de couleur des eaux, tels que la nature nous les présente.

Il est d'abord évident que la réflexion de la lumière à la surface d'une nappe liquide joue un rôle important dans les apparences que l'on observe. Cette action varie énormément suivant les circonstances; elle est en général d'autant plus grande que la surface de l'eau est plus calme et que la direction du regard se rapproche davantage de l'horizontale. Mais nous laisserons à peu près complètement de côté ces effets, qui sont d'ordinaire faciles à expliquer et à comprendre.

C'est de la couleur de la lumière sortant de l'eau même que nous avons à nous occuper.

Admettons d'abord les conditions suivantes : l'observateur se trouve en bateau sur un lac formé d'une eau très pure, tel que le lac de Genève, dans un endroit où la profondeur est considérable; il regarde l'eau dans une direction voisine de la verticale; nous supposons que le lac est calme et le temps couvert. Dans ces conditions la couleur de l'eau est d'un beau bleu indigo. Cherchons-en l'origine.

Ici la réflexion superficielle n'a qu'une très faible influence, dont on peut d'ailleurs se mettre à l'abri en observant avec une lunette d'eau, c'est-à-dire au travers d'un tube fermé par une glace à son extrémité inférieure qui plonge sous l'eau.

Comme M. Tyndall l'a fait remarquer, si l'eau était absolument homogène et optiquement vide, au lieu du bleu, on verrait du noir dans les conditions où nous nous sommes placés. En effet, l'eau absorbe avec plus ou moins d'énergie tous les rayons lumineux, et si la profondeur est suffisante il est certain que le fond n'est pas éclairé : c'est ce qu'ont démontré les expériences de plusieurs savants, et particulièrement celles de M. F. Forel qui a reconnu qu'à une profondeur de 100^{m}, dans le lac de Genève, la lumière n'exerce plus d'action photographique[1]. Ainsi, avec une profondeur de 100^{m} ou plus, nous pouvons être certains que cette lumière bleue observée ne provient pas du fond.

Elle émane donc de la masse même de l'eau.

Cette illumination n'est pas due à la fluorescence ; l'expérience montre que l'eau ne présente pas cette propriété. On est donc conduit à l'attribuer à la diffusion sur les particules que l'eau tient toujours en suspension, diffusion qui, même avec une eau aussi limpide que celle du lac de Genève ou de la Méditerranée, est parfaitement suffisante pour rendre compte des faits[2].

La couleur bleue s'explique facilement. D'abord, comme nous l'avons vu, les rayons les plus réfrangibles sont diffusés en plus forte proportion que les autres. En outre, les rayons rouges et orangés sont absorbés par l'eau dans le double trajet qu'ils font pour arriver aux particules diffusantes, et pour revenir jusqu'à l'œil de l'observateur : à l'effet de coloration produit par la diffusion s'ajoute donc l'effet de la coloration propre de l'eau.

[1] *Archives*, 1877, t. LIX, p. 137.

[2] Dans un précédent travail j'ai déjà indiqué les raisons me faisant croire que l'on peut négliger l'action de la réflexion sur des couches liquides d'inégale densité (*Archives*, 1870, t. XXXIX, p. 364).

Le ciel étant couvert, comme nous l'avons déjà admis, c'est la lumière diffuse des nuages qui pénètre dans l'eau suivant toutes les directions, et qui atteint les particules à diverses profondeurs ; ceux de ces rayons qui ont une direction rapprochée de la verticale, et qui sont diffusés dans les couches liquides superficielles, parcourent dans l'eau un trajet assez court avant d'arriver à l'œil ; par suite, une portion de lumière blanche est diffusée ; en d'autres termes, le bleu n'est pas complètement saturé : c'est bien ce que montre l'observation faite au spectroscope[1].

Il est à remarquer que par un ciel couvert la lumière de l'eau n'est pas polarisée ; en effet, la lumière incidente, suivant une infinité de directions diverses, sera polarisée par diffusion dans une infinité de plans différents ; en d'autres termes, elle sera naturelle.

Si le temps est découvert et si le soleil est haut sur l'horizon, on observe que l'eau, frappée directement par les rayons solaires, est d'un bleu moins saturé que par un temps couvert ; son apparence est un peu laiteuse, rappelant celle d'un liquide fluorescent, et l'on a le sentiment que la lumière provient d'une profondeur moins grande. Cette différence d'apparence se remarque aisément lorsque l'observateur se trouve, par exemple, sur un bateau à vapeur, et qu'il compare la couleur de l'eau dans les parties exposées au soleil et celles qui sont à l'ombre du bateau.

Ce fait est facile à expliquer. Par un temps clair, la majeure partie de la lumière qui pénètre dans les couches intérieures de l'eau émane directement du soleil, que nous avons supposé élevé sur l'horizon, de sorte que le trajet qu'elle parcourt à l'intérieur de la masse liquide est relativement beaucoup plus court que dans les cas où les rayons incidents arrivent de toutes les directions. Par suite, la proportion des rayons peu réfrangibles qui sont absorbés est notablement moindre, et la couleur bleue est mélangée d'une plus forte quantité de lumière blanche.

Lorsque le soleil brille et que la surface de l'eau est calme, les phénomènes de polarisation de la lumière sont très manifestes dans les

[1] *Archives*, 1870, t. XXXIX, p. 363.

Je pense que les considérations qui précèdent rendent bien compte dans ses grands traits[1] de la coloration variée d'une masse d'eau pure et limpide comme celle du lac de Genève. Mais pourquoi d'autres masses d'eau, et particulièrement d'autres lacs de la Suisse, présentent-ils une apparence différente et une couleur verte ?

Je crois que quatre causes peuvent, séparément ou simultanément, produire ce résultat.

1° Des substances jaunâtres, d'origine minérale ou organique, peuvent être en *dissolution* dans l'eau, absorber par conséquent les rayons les plus réfrangibles, tandis que l'eau elle-même intercepte les rayons rouges ; il n'émergera donc du liquide que la couleur complémentaire de ces rayons absorbés, la teinte variant du vert au jaune et même au brun, suivant les circonstances. Cette cause agit évidemment dans certains étangs ou flaques d'eau souillée de matières organiques abondantes. Mais son action est-elle suffisante pour expliquer la teinte verte de grands lacs comme celui de Constance ou de Lucerne ? Plusieurs savants sont de cette opinion, et l'on peut citer à l'appui le fait signalé par H. Sainte-Claire Deville, que par évaporation les eaux bleues laissent un résidu blanc, et les vertes un résidu jaune[2]. M. Spring élève contre cette manière de voir des objections très sérieuses, que l'on trouvera dans son intéressant Mémoire.

2° Comme nous l'avons dit, dans une eau extrêmement limpide, comme celle du lac de Genève ou celle de la Méditerranée, les particules en suspension sont si rares qu'elles n'influent pas sensiblement sur les couleurs de la lumière transmise ; mais si, tout en restant très ténues, elles deviennent plus nombreuses, elles doivent agir en interceptant les rayons les plus réfrangibles, et par suite la couleur virera au vert. M. Tyndall et M. Ricco ont insisté sur cette action et c'est aussi à

[1] Je dis *dans ses grands traits*, car beaucoup de points méritent d'être étudiés de plus près ; il y a lieu d'espérer que la Commission récemment nommée pour cette étude par la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève, arrivera à en élucider une partie.

[2] *Voir* aussi les travaux de Wittstein, *Comptes rendus de l'Académie de Munich*, p. 603 (1860) ; de Beetz, *Archives*, t. XIV, p. 78 (1862).

Il me semble certain que de l'eau limpide et pure, ou ne tenant que des substances incolores en dissolution, paraîtra toujours bleue, sous une grande profondeur, et d'un bleu d'autant plus saturé et foncé qu'elle se rapproche plus du *vide optique*. Les particules sont trop rares pour exercer une absorption appréciable sur les rayons très réfrangibles, et permettent aux rayons incidents de faire en moyenne un grand trajet dans l'eau. Les effets de coloration par diffusion et par transmission s'ajoutent l'un à l'autre.

Si les particules en suspension deviennent plus nombreuses, la profondeur restant toujours grande, le bleu sera en tout cas moins saturé, et peut-être virera-t-il au vert, si l'extinction des rayons bleus par transmission l'emporte sur leur renforcement par diffusion ; cela dépend de la dimension des particules, de leur nombre, de leur nature, de leur éclat, des conditions d'éclairement.

Mais, si la profondeur est faible, l'effet peut être renversé et l'abondance de particules faire virer au bleu une coloration verte. C'est ainsi que M. le professeur Colladon a observé que, pendant un dragage de l'un des côtés du port de Genève, opération qui faisait nager dans l'eau un peu d'argile délayée, le bras du Rhône par lequel s'écoulait cette eau légèrement troublée, était plus bleu que l'autre bras formé d'eau tout à fait limpide. Ceci s'explique facilement. Dans le Rhône, quand l'eau est claire à sa sortie du lac, la coloration est vert bleu, comme nous l'avons rappelé plus haut, ce qui tient en grande partie à la couleur plus ou moins jaune ou verdâtre du fond ; si l'eau devient légèrement louche, ce n'est plus le fond qui renvoie la lumière, c'est l'argile en suspension. Or cette argile est blanche et elle possède à un assez haut degré la faculté de diffuser la lumière bleue, comme on le reconnaît en faisant tomber un faisceau de lumière solaire sur de l'eau dans ces conditions. La coloration jaunâtre du fond est donc masquée, la coloration par diffusion prédomine, et la teinte est d'un bleu lavé de blanc.



RECHERCHES

SUR LA

TRANSPARENCE DES EAUX DU LAC LÉMAN

FAITES EN 1884, 1885 & 1886

Parmi toutes les questions que soulève l'étude du lac Léman celles qui touchent aux propriétés physiques de l'eau et particulièrement à sa transparence méritent certainement une place importante. Ces recherches ne sont pas nouvelles; déjà en 1877 (*Archives des sciences,* LIX, p. 137) M. F.-A. Forel publiait un mémoire dans lequel il indiquait les différences très sensibles que l'on constate, au point de vue de la limpidité, entre l'eau d'hiver et celle d'été, cette dernière étant beaucoup moins transparente que l'autre. M. Forel montrait que ces différences tiennent aux poussières contenues dans les eaux d'été et donnait une explication ingénieuse de leur présence.

Cette étude méritait d'être reprise et si possible développée par des moyens d'investigation plus précis et plus perfectionnés.

L'hiver 1883-1884 paraissait tout spécialement désigné pour faire des recherches de cette nature dans le Rhône à sa sortie du lac. C'était en effet le moment où le bras gauche du fleuve à sa traversée dans la ville se trouvait mis à sec pour les travaux considérables nécessités par l'aménagement des forces motrices. On pouvait espérer qu'il serait facile

mètres placée à $0^m,60$ du fond de la caisse et fermée par une glace permettait le passage de la lumière. La lampe elle-même pouvait monter et descendre dans cette cage à l'aide d'un support à coulisses manœuvré par un treuil. Ce support avait été disposé de manière que la lampe put aussi être enfermée dans une lanterne Duboscq, afin de permettre l'étude d'un faisceau de rayons rendus parallèles par la lentille de cet appareil.

Dans les expériences faites dans la ville de Genève, la cage portant la lampe était fixée contre les piles du pont de la Machine et la manœuvre de la lampe pouvait se faire du haut du pont; dans celles faites à Bellevue on avait disposé une sorte de radeau formé de deux bateaux placés parallèlement l'un à l'autre et réunis par un plancher de bois; la cage se trouvait fixée entre les deux bateaux. Lorsqu'on voulait obtenir de la lumière colorée on plaçait devant la fenêtre de la cage des plaques de verres colorés maintenues par un support spécial.

L'éclairage par les lampes à incandescence a été employé dans les expériences faites dans le lac à différentes distances de Genève. Ces lampes construites par Trouvé étaient au nombre de trois que nous désignerons par les lettres *a*, *b*, *c*. Leurs résistances électriques à froid avant d'avoir servi étaient de 57, 76 et 34 ohms. Des expériences préliminaires furent faites pour apprécier le nombre d'éléments Bunsen nécessaires à leur fonctionnement ainsi que pour mesurer à l'aide d'un photomètre de Foucault l'intensité de la lumière qu'elles fournissaient. La lampe *a* donnait pour une différence de 40 volts aux bornes une lumière d'environ 7 bougies, la lampe *b* un peu moins. La lampe *c* donnait avec 18 volts une lumière de 3 bougies. Le nombre d'éléments nécessaires était de 25-30 pour les lampes *a* et *b* et de 15 pour la lampe *c*. La lampe était suspendue pour les observations à une sorte de potence en fer dont le bras horizontal qui portait la lampe avait une longueur de $0^m,45$. Le bas de la tige verticale était muni de poids de façon à descendre bien verticalement dans l'eau. Le courant des éléments Bunsen parvenait à la lampe à l'aide d'un câble formé de 2 fils de cuivre isolés et contenus dans une gaine de plomb. Ce câble avait une longueur totale de 100 mètres environ,

son diamètre extérieur était de 7 millimètres; sa résistance électrique de 9,4 ohms. Il était assez flexible pour pouvoir s'enrouler et se dérouler facilement sur un treuil en bois à l'aide duquel on pouvait faire monter ou descendre les lampes sous l'eau. La longueur de ce treuil était de 76 centimètres, son diamètre avait été calculé de façon qu'un tour de câble développé eut un mètre de longueur. Des mesures directes faites à l'aide de cet instrument montrèrent qu'en réalité cette longueur était de $1^{m},03$. Le treuil était muni d'un compteur de tours; il était ainsi facile de connaître la longueur de câble déroulée et par conséquent la distance de la lampe soit au treuil lui-même, soit à la surface de l'eau sous laquelle elle était plongée.

Le mode d'opération suivi dans toutes les expériences était des plus simples. Les observateurs placés dans un canot et munis d'une lunette d'eau s'éloignaient peu à peu de la source de lumière jusqu'à ce que celle-ci placée à 1 mètre environ au-dessous du niveau de l'eau ne fut plus visible. L'appréciation de la distance prise horizontalement se faisait au moyen d'une ficelle que l'on mesurait directement. Quelquefois la mesure de cette longueur s'est faite en enroulant la ficelle sur le treuil destiné à supporter les lampes à incandescence et dont il a été question ci-dessus. Dans les deux cas les longueurs données étaient vérifiées par des mesures directes faites le jour même ou le lendemain avec la même ficelle préalablement mouillée pour se placer dans les mêmes conditions.

La limite de visibilité est du reste très différente suivant que l'on cherche à déterminer la disparition du point lumineux visible ou l'annulation de toute trace de lumière diffuse. La première limite est beaucoup plus rapprochée que la seconde, elle est aussi plus nette et bien plus facile à saisir. En se rapprochant ou en s'éloignant de quelques décimètres on peut à volonté faire paraître ou disparaître le point lumineux et l'impression est tout à fait celle que produirait un bec de gaz vu au travers d'un brouillard. La disparition de la lumière diffuse est beaucoup plus délicate à apprécier, surtout s'il se trouve dans le voisinage d'autres sources lumineuses telles que des lumières au bord du lac. La lune

aussi peut gêner les observations et les rendre presque impossibles. Dans tous les cas, la lumière électrique est précieuse pour les déterminations par la facilité avec laquelle elle se prête à une succession rapide d'extinctions ou d'apparitions.

Les séries d'expériences faites ont été au nombre de 8. Nous allons les examiner successivement. On trouvera à la fin de ce travail des tableaux résumant les résultats obtenus en les présentant sous une forme plus commode pour les comparaisons.

Première série. — 17 mai 1884. Expériences faites dans le Rhône à sa sortie du lac. Étaient présents, MM. L. Soret, Ed. Sarasin, Ch. Soret, A. Rilliet. La cage contenant la lampe à arc voltaïque était placée dans le Rhône contre le pont de la Machine et une corde tendue entre ce pont et celui des Bergues situé en amont, permettait aux observateurs de s'éloigner et de se rapprocher facilement. Les distances furent mesurées par des nœuds faits à la corde et relevés le lendemain. La lampe était placée directement devant la fenêtre sans lentille, les essais pour opérer en lumière parallèle n'ayant pas abouti ce jour-là. La distance où le point lumineux disparaît fut trouvée de 33 mètres, celle où toute trace de lumière diffuse cesse d'être perçue à 67 mètres.

Deuxième série. — 19 juin 1884. Expériences faites au même endroit et de la même manière que celles de la première série. Étaient présents, MM. L. Soret, Ed. Sarasin, C. de Candolle, Ch. Soret. La lampe avait été disposée de façon à pouvoir donner à volonté un faisceau de rayons parallèles. L'eau était sensiblement plus trouble que la première fois, par suite du vent du nord qui avait régné les jours précédents. Le point lumineux disparaissait très brusquement à $20^m,97$ avec la lumière parallèle et à $17^m,37$ avec la lumière ordinaire. A $43^m,78$ on cessait de percevoir toute trace de lumière diffuse.

Troisième série. — 1er juillet 1884. Expériences faites au même endroit que les 2 séries précédentes. Étaient présents, MM. L. Soret, R. Pictet, Ed. Sarasin et Ch. Soret. Les expériences de cette série ont été quelque peu gênées par la lune et par diverses circonstances qui

n° II. Le point lumineux qui avait disparu en employant les verres de couleur devenait nettement visible dès qu'on enlevait ceux-ci.

Sixième série. — 18 avril 1885. Étaient présents : MM. L. Soret, C. de Candolle, Th. Turrettini, A. Rilliet, Ch. Soret. Ces expériences eurent lieu au même endroit et dans des conditions analogues à celles de la série précédente. La machine Edison avait été disposée pour marcher plus régulièrement et le courant moins intense que précédemment oscillait entre 16 et 20 ampères. Des précautions avaient été prises également pour que le canot portant les observateurs put s'éloigner en ligne droite de la source lumineuse et sans dériver. Le temps était clair et la lune gênait un peu les observations. Quelques essais furent faits aussi en remplaçant l'arc voltaïque par une lampe Edison dont l'intensité lumineuse était beaucoup plus faible.

Septième série. — 20 mai 1885. Étaient présents : MM. Fol, Forel, Sarasin, de Candolle, Ch. Soret et Rilliet. Les expériences eurent lieu sur *le Sachem*, yacht appartenant à M. Émile Reverdin qui l'avait obligeamment mis à la disposition de la Commission et qui assista en personne aux expériences. La source de lumière consistait en une lampe à incandescence disposée de la manière décrite au commencement de ce mémoire et actionnée par des éléments Bunsen. La plupart des mesures furent prises entre Versoix et Hermance par une profondeur d'environ 72 mètres. Pour faire varier l'épaisseur d'eau entre la lampe et l'observateur trois moyens furent employés : 1° La lampe étant immergée à environ 90 centimètres de profondeur, le bateau portant les observateurs s'éloignait peu à peu et l'on notait la distance horizontale à laquelle on cessait de percevoir la lumière. Ce mode de procéder est indiqué dans les tableaux sous le nom de lumière horizontale. 2° Les expérimentateurs étant à une distance fixe du treuil, on descendait peu à peu la lampe jusqu'à extinction ; on mesurait la distance verticale de la lampe à la surface ainsi que la distance horizontale à laquelle se trouvaient les observateurs ; il était alors facile de calculer l'épaisseur de liquide traversé obliquement par la lumière ; de là le nom de lumière oblique qui

restent encore à l'étude, cependant la comparaison des résultats obtenus conduit à quelques remarques par lesquelles nous terminerons ce travail.

Le fait le plus saillant c'est la disparition très nette et pour ainsi dire instantanée du point lumineux lorsque les rayons ont traversé une épaisseur d'eau suffisante en même temps que la limite beaucoup plus éloignée de la cessation de toute lumière diffuse. L'effet est identique à celui que l'on peut observer dans l'air lorsque celui-ci est mélangé de corpuscules solides comme ceux de la fumée ou de vésicules d'eau constituant le brouillard; le disque du soleil devient invisible la quantité de lumière diffusée restant considérable. Pour l'eau la cause du phénomène doit être évidemment la même et c'est bien aux corpuscules étrangers qu'il faut attribuer principalement la disparition de la lumière et non à des propriétés absorbantes inhérentes au liquide lui-même. Les particules arrêtant les rayons lumineux aucune image ne pourra être perçue au delà d'une certaine limite qui dépend mathématiquement du nombre de ces corpuscules. Mais déjà avant cette limite on doit cesser de voir l'image du point lumineux. Il est nécessaire, en effet, pour que celle-ci continue à être perçue qu'elle soit sensiblement plus éclairée que l'espace environnant; or ce dernier étant plus ou moins illuminé par la lumière diffusée en tous sens produira un fond lumineux qui empêchera de voir l'image nette lors même que géométriquement tous les rayons ne seraient pas interceptés.

Une seconde remarque c'est que l'intensité de la source de lumière influe relativement peu sur la limite de visibilité du point lumineux. Que l'on emploie l'arc voltaïque ou une lampe à incandescence, beaucoup moins lumineuse, la distance à laquelle se produit l'extinction ne varie pas à beaucoup près proportionnellement à l'éclat de ces lumières. La distance ne varie un peu que s'il y a une très grande différence à cet égard. (Voir les exp. du 18 juillet 1884 et 18 avril 1885 ainsi que le travail de MM. Soret et Sarasin.) Le diamètre des disques blancs immergés de jour influe relativement peu sur leur limite de visibilité et lors même qu'il ne fait pas encore nuit, on peut descendre une lampe à

incandescence sous l'eau à une assez grande profondeur sans cesser de l'apercevoir. A mesure que le jour baisse la limite de visibilité des disques ne varie aussi que très lentement. De même la concentration par une lentille ne change que peu la limite de visibilité. Cela s'explique facilement ; l'emploi de la lentille de concentration a pour effet d'agrandir l'image, mais sans en changer l'éclat, c'est donc comme si l'on regardait un objet plus grand. Ces remarques s'appliquent surtout à la disparition du point lumineux ; pour la lumière diffuse l'intensité de la source exerce plus d'influence.

La distance à laquelle disparaissent les disques de jour est beaucoup plus faible que celle à laquelle on cesse de percevoir de nuit la lumière des lampes. Il peut y avoir là un effet d'affaiblissement de la lumière réfléchie par le disque, par l'absorption des rayons solaires dans le milieu au-dessus ; il serait assez intéressant à cet égard de faire des mesures comparatives avec les disques horizontalement et verticalement. Quelques essais préliminaires tentés dans cette voie semblent cependant montrer que la limite de visibilité serait à peu près la même. En tout cas et comme on pouvait s'y attendre, cette limite ne varie pas pour les sources lumineuses par elles-mêmes, quel que soit le sens de la lumière transmise.

Notons aussi les essais faits avec de la lumière colorée (Tableau II) ; des différences notables se produisent dans la limite d'extinction suivant que l'on se sert de lumière rouge, verte ou bleue. Les rayons rouges notamment sont absorbés plus que les autres et l'on sait que c'est en grande partie à cette absorption qu'est due la couleur de l'eau. (Consulter à cet égard le mémoire de M. Louïs Soret ainsi que celui de MM. Soret et Sarasin qui se trouvent dans ce volume).

Quant à ce qui concerne l'influence des saisons et des localités, les recherches de la Commission n'ont pu que confirmer les résultats obtenus par M. Forel. L'eau d'hiver est beaucoup plus claire que l'eau d'été et pour n'en citer qu'un exemple, des essais faits avec les disques à peu près dans le même endroit en mars et en août ont donné dans le pre-

mier cas 18 mètres, dans le second 8,5 environ pour l'épaisseur d'eau qui amenait l'extinction. L'influence de la profondeur se fait également nettement sentir et un changement de quelque cent mètres dans la position des expérimentateurs suffit s'il est accompagné par une variation notable de la profondeur pour modifier la transparence. (Voy. tableau IV, août 19.) L'eau profonde est la plus transparente et ce résultat s'explique facilement par le trouble que l'agitation des vagues amène dans les eaux peu profondes.

Toutes les remarques que nous venons de faire s'appliquent à la disparition du point lumineux. Nous aurions pour terminer à dire quelques mots des résultats relatifs à la lumière diffuse, mais là les causes d'erreurs sont beaucoup plus nombreuses et importantes et les différences considérables obtenues dans une même mesure par plusieurs observateurs montrent bien que les résultats obtenus ne sont qu'une grossière approximation ; tout au plus peut-on dire que la limite d'extinction, dans ce cas, se trouve à peu près à une distance double de celle du point lumineux.

TABLEAU I

Mesures effectuées dans le Rhône à sa sortie du Lac.

DATE	OBSERVATEURS	SOURCE LUMINEUSE	Limite de vision nette.	Limite de lumière diffuse.	OBSERVATIONS
			mètres	mètres	
17 mai 1884	Rilliet, Sarasin, C. Soret.......	Arc voltaïque sans lentille.	33,—	67,—	
19 juin »	L. Soret, C. de Candolle, Sarasin, C. Soret..................	Arc voltaïque sans lentille.	17,37	—	Bise les jours précédents.
		Arc voltaïque avec lentille.	20,97	43,78	
1 juillet »	R. Pictet, Sarasin, L. et C. Soret.	Arc voltaïque avec lentille.	23,60	46,85	Lune.
18 juillet »	L. Soret, C. Soret............	Arc voltaïque avec lentille.	38,50	82,80	Après enlèvement du batardeau, temps couvert, pluie à la fin.
		Arc voltaïque sans lentille.	31,75	78,30	
		Lampe modérateur.	24,30	41,30	

TABLEAU II

Mesures effectuées devant le port de Mme la baronne de Rothschild.

DATE	OBSERVATEURS	SOURCE LUMINEUSE	Limite de vision nette.	Limite de lumière diffuse.	OBSERVATIONS
			mètres	mètres	
8 avril 1885	Rilliet	Arc voltaïque verre poli.	31,88		Courant 32,3 ampères.
	»	» »		81,94	25 »
	C. Soret	» »	28,38		40 »
	»	» »	31,47		
	Rilliet	» »	34,56		
	C. Soret	» verre dépoli.		87,98	
	Rilliet	» » rouge.	23,23		
	»	» » vert.	24,26		
	Soret.........	» » rouge.	23,—		
	»	» » bleu.	27,71	NB Avec verre ordinaire le point se voit bien à cette distance.	
18 avril 1885	C. Soret	» verre poli.	22,25		Courant 25 ampères.
	»	» »	22,51		16 »
	de Candolle....	» »	23,38		» »
	L. Soret	» »	21,01		17 »
	Rilliet	» »	24,82		16 »
	»	» »		62,98	18 »
	de Candolle....	» »		67,—	17 »
	C. Soret	» verre dépoli.	24,36		19
	»	» »	24,93		19
	de Candolle....	» »	24,31		18 »
	L. Soret	» »	23,59		
	C. Soret	» »	22,45		Contour du disque.
	de Candolle....	» »		63,81	
	Rilliet	» »		66,38	
	»	» verre rouge.	23,07		Courant 20 ampères.
		» » bleu.	23,59		
	de Candolle....	Lampe Edison verre poli.	22,04	45,01	
	Rilliet		21,99	48,05	

TABLEAU III

Mesures effectuées en plein lac avec lampes à incandescence.

DATE ET LOCALITÉ		OBSERVATEURS	Intensité de lumière en bougies.	Limite de vision nette.	Limite de lumière diffuse.	Direction de la lumière.	OBSERVATIONS
				mètres	mètres		
1885. 20 mai.	A		7	26,60		Horizontale.	
Sur le yacht *Sachem*.	B		»	27,67		»	
A Devant Hermance.	A	de Candolle	»	23,12		Oblique.	
B Plus près de Genève.	A	Forel, Sarasin....	»	26,54		»	
	A	»	»	26,52		Verticale.	
	A	Soret..........	»	25,32		»	
	B	de Candolle, Forel.	»	25,48		»	
	B	»	3	25,32		»	
	A		7		59,44	»	
1886. 15 mars.	A	Rilliet..........	7	22,15		Verticale.	
Sur le bateau *Ville de Genève*.	A	C. Soret........	»	22,41		»	
	A	»	»	22,10		»	
A Entre Evian-Ouchy à 4 1/2 soir.	A	Rilliet, Soret.....	»	16,55		Horizontale.	Il faisait encore jour
B Devant Tour-Ronde 9-9 1/2 soir.	B	C. Soret	»	35,78		Verticale.	Temps co[illegible]
	B	»	»	36,71		»	
C Evian-Ouchy 11 h. soir.	B	de Candolle......	»	36,14		»	
	B	Rilliet..........	»	35,41		»	
D Entre Rolle-Thonon 1 h. 45 mat.	B	»	»	35,82			
	B	C. Soret........	»		52,99	»	
	B	Rilliet, Soret.....	»	33,44		»	
	B	C. Soret........	»	34,27		»	
	B	Soret, de Candolle.	»	33,—		Horizontale.	
	B	de Candolle......	»		50,90	»	Lune.
	B	Soret..........	»		48,90	»	
	B	Rilliet..........	»		49,90	»	
	C	C. Soret........	»	34,74		Verticale.	Lune.
	C	»	»	34,96		»	
	C	Rilliet..........	»	33,44		»	
	C	Soret, Rilliet.....	»		47,58	»	
	C	»	»	36,30		Horizontale.	
	D	Sarasin.........	»	34,42		Verticale.	Lune.
	D	Rilliet..........	»	34,79		»	
	D	C. Soret........	»		59,85	»	
	D	»	Autre lampe mais même lumière.	34,74		»	
	D	Sarasin.........		36,50		Horizontale.	
	D	C. Soret........		39,75		»	

TABLEAU IV

Observations faites à l'aide de disques de tôle émaillée en blanc.

DATE	OBSERVATEURS	Diamètre du disque en centimètres.	LOCALITÉS	Profondeur où le disque disparaît.	OBSERVATIONS
1885				mètres	
Juillet 1er	Rilliet..........	10	Devant Bellevue...........	7,50	
12 h. 45	de Candolle......	»	»	6,13	
	de Candolle......	»	»	7,—	
	Rilliet..........	»	»	7,50	
	de Candolle......	»	»	8,—	
		30	»	8,—	
Juillet 4	de Candolle......	10	»	6,50	
12 h. 20	Rilliet..........	»	»	6,10	
	de Candolle......	30	Creux de Genthod.........	9,65	
Août 14	Rilliet..........	30	Genthod.................	13,10	
11 h. 15	de Candolle......	»	»	13,80	
	Rilliet..........	»	»	13,40	
	de Candolle......	»	»	13,60	Soleil voilé.
	Rilliet..........	10	»	12,60	Un peu de soleil.
	de Candolle......	»	»	12,—	Soleil.
Août 15	Rilliet..........	30	Sur le *Héron* dans le grand lac.	8,90	
12 ½ h.	de Candolle......	»	»	8,78	
	Soret...........	»	»	8,42	
	Marcet..........	»	»	8,16	
	Rilliet..........	»	»	7,80	
	de Candolle......	»	»	7,95	
Août 19	Rilliet..........	30	Sous Malagny.............	11,76	
11 heures	de Candolle......	»	»	11,78	
	de Candolle......	10	»	11,65	
	Rilliet..........	»	»	11,40	
12 h. 10	Rilliet..........	10	Creux de Genthod.........	12,80	Un peu de soleil.
	de Candolle......	10	»	13,10	
1886					
15 mars	Turrettini.......	30	Devant Yvoire............	14,—	
2 heures	Schmitgen.......	»		13,70	
4 h. 15	Turrettini.......	»	Entre Évian et Morges.....	18,30	
	Rilliet..........	»		17,95	
	de Candolle......	»		18,60	
6 heures	Schmitgen.......	»	Devant Tour-Ronde........	17,90	
	de Candolle......	»	»	16,95	
	Rilliet..........	»	»	17,95	
	Forel...........	»	»	17,45	

ANNEXE I

SUR LE SPECTRE D'ABSORPTION DE L'EAU

PAR

J.-L. SORET et ÉD. SARASIN

La Société de Physique et d'Histoire naturelle a chargé dernièrement une Commission spéciale de faire des recherches sur la couleur et la transparence des eaux du lac de Genève. Cette Commission nous a remis le soin de faire certaines études préparatoires, se rapportant à l'analyse spectrale des radiations transmises par une couche d'eau plus ou moins épaisse. Ce travail préliminaire nous a conduits à un résultat nouveau, croyons-nous, et digne d'être signalé [1].

Entre le spectroscope et la source lumineuse, qui était tantôt une

[1] Lorsque la note que nous reproduisons ici a paru dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 10 mars 1884, nous ne connaissions pas encore les recherches antérieures de M. Schönn (*Poggendorffs' Annalen*, Ergänzungsband, VIII, p. 670) ni celles de MM. W.-J. Russel et Lapraik (*Nature*, 19 août 1880) sur le même sujet. Ces savants, nous nous empressons de le reconnaître, avaient aperçu avant nous la raie d'absorption de l'eau dont nous signalons l'existence dans les lignes qui suivent. Mais il nous a semblé que nos propres observations, confirmant et complétant les leurs par un procédé différent, conservaient néanmoins leur intérêt et méritaient d'être remises en lumière à côté des autres travaux de la Commission spéciale nommée par la Société de Physique.

lampe à gaz, tantôt la lumière solaire réfléchie par un héliostat, nous disposions un ou plusieurs tubes, fermés à leurs deux extrémités par des lames de verre planes, et remplis d'eau de diverses provenances. Nous avons employé d'abord quatre tubes de verre de $1^m,10$ de longueur et de $0^m,05$ de diamètre environ.

L'interposition d'un seul de ces tubes ne produisait pas sur le spectre de modification appréciable, si ce n'est un affaiblissement général de l'éclat lumineux ; mais avec deux tubes, c'est-à-dire avec une épaisseur d'eau d'un peu plus de 2^m, nous avons vu apparaître dans l'orangé une bande obscure, très faible et étroite, un peu moins réfrangible que la raie D, au cinquième environ de l'intervalle compris entre D et C, plus près de D, correspondant à peu près à la longueur d'onde 600.

Avec trois tubes, l'effet reste le même, mais la bande obscure est un peu plus marquée et l'absorption augmente à l'extrémité rouge du spectre. Avec quatre tubes, soit avec une épaisseur totale de près de $4^m,50$, la bande d'absorption s'obscurcit encore, mais reste toujours d'un gris peu foncé, et le bord du spectre dans le rouge se rapproche d'elle.

Nous avons opéré sur des eaux de différentes provenances : eau du Rhône, telle qu'elle est débitée par les conduites d'eau de la ville de Genève, eau de l'Arve prise dans la canalisation de la banlieue de Genève, eau distillée ; le spectre d'absorption tel qu'il vient d'être décrit est toujours resté le même, avec sa bande caractéristique. Nous l'avons observé très nettement, en particulier, en employant deux tubes pleins d'eau distillée, préparée avec le plus grand soin, comme suit : de l'eau distillée ordinaire du laboratoire de Chimie a été additionnée d'une petite quantité de permanganate de potasse, puis distillée à nouveau, très lentement, dans un alambic à chaudière de platine et à réfrigérant en cuivre étamé. Cette eau ne pouvait plus guère contenir que des traces infinitésimales de silice, provenant du verre dans lequel elle avait été contenue, ou de petites quantités de gaz dissous. Il semble donc difficile d'attribuer la bande observée à l'action d'impuretés du liquide, et il est très probable qu'elle est réellement due à une absorption élective de l'eau.

Le spectre d'absorption restait encore le même lorsque, au moyen d'une lentille à long foyer et de diaphragmes, nous évitions toute réflexion sur les parois de verre des tubes, ou lorsque, au lieu des quatre tubes de verre, nous employions un tube de laiton de 4^m de longueur, également plein d'eau. L'effet cessait en revanche avec les quatre tubes de verre vides, munis des lames de verre terminales. Ces diverses expériences de contrôle montrent donc que la bande obscure n'est pas due à l'action des parois du tube ou à celle des lames de verre que la lumière doit avoir à traverser.

Si cette bande n'a pas été aperçue par les divers physiciens, tels que le R. P. Secchi et M. H.-C. Vogel, qui se sont le plus occupés du spectre de l'eau, cela tient sans doute à ce que, dans les conditions de leurs observations, le rouge et l'orangé étaient trop affaiblis, soit par la grande puissance de la couche d'eau traversée, soit par défaut d'une intensité lumineuse suffisante.

Au travers de 4^m et même de 8^m d'eau, nous n'avons pas distingué la bande entre E et *b*, que M. Vogel a signalée dans la lumière de la grotte de Capri. Cela semblerait indiquer que cette bande, dans le vert jaune, est due à quelqu'une des substances en dissolution dans l'eau de mer.

Il est évident, conformément aux lois de l'optique géométrique, que si les particules en suspension sont assez nombreuses pour qu'aucun rayon partant de la source pour arriver à l'œil, ne puisse passer sans en rencontrer une, on ne verra plus le corps lumineux. Mais la limite de vision nette doit se produire au travers d'une épaisseur de liquide moindre que celle qui serait nécessaire pour cette interception complète à la façon d'un écran plein. En effet pour que la vision soit possible, il faut qu'il y ait une différence d'éclat *appréciable* entre l'image du corps lumineux et le fond éclairé par la lumière diffuse. En outre il doit se produire dans ces conditions des phénomènes de diffraction de nature à troubler le résultat.

Pour arriver à une idée plus nette de ce qui se passe nous avons fait *en petit* quelques essais de laboratoire en opérant sur de faibles épaisseurs d'eau troublée par un léger précipité de chlorure d'argent ou d'encre de Chine. Le liquide était placé dans un colorimètre permettant de faire varier et de mesurer l'épaisseur de la colonne au travers de laquelle on regardait un objet brillant.

Nous allons brièvement résumer les résultats que nous avons obtenus.

Dans une première série d'essais on a disposé l'expérience de la manière suivante :

Un faisceau de lumière solaire réfléchie par un héliostat pénètre horizontalement dans une salle obscure par une petite ouverture circulaire de 1^{mm} de diamètre. Le faisceau tombe sur un prisme à réflexion totale qui le renvoie verticalement, de bas en haut, au travers du colorimètre rempli d'eau troublée par du chlorure d'argent. On regarde au travers du colorimètre et l'on augmente l'épaisseur de la couche liquide jusqu'à ce que l'on cesse de distinguer l'ouverture du diaphragme qui joue ici le rôle de corps lumineux. La couleur est très rouge dès que l'épaisseur est un peu considérable.

Puis, pour varier les conditions de l'expérience, on interpose entre le diaphragme et le prisme à réflexion totale une petite lentille très conver-

gente que l'on peut placer à diverses distances de l'ouverture. Dans ce cas les rayons ne sont plus parallèles comme dans le cas précédent; ils se croisent au foyer de la lentille et arrivent fortement divergents au colorimètre.

Voici les chiffres qui ont été obtenus (moyennes de 2 observations) :

Observations.	Limite de vision nette.	
	Soret.	Sarasin.
	mm	mm
N° 1. Sans lentille. Rayons parallèles	38,75	35,0
2. Lentille placée immédiatement après l'ouverture	34,3	28,3
3. » éloignée de 1m de l'ouverture	34,0	27,2
4. » placée très près du prisme à réflexion totale	34,85	29,5
5. » id. id.	34,25	29,5

Il résulte de ces mesures : 1° que lorsque les rayons sont parallèles la limite de vision nette est plus grande que si les rayons sont divergents, ce qui s'explique par une différence d'intensité lumineuse. Les variations dépendant de la position de la lentille sont peu importantes; il nous semble inutile de les discuter;

2° qu'il y a une différence assez notable entre les chiffres obtenus par les deux observateurs. Cette différence s'est reproduite avec un liquide contenant moins de chlorure d'argent, et en remplaçant la lumière solaire par celle d'une lampe à gaz ; on a obtenu :

Soret.	Sarasin.
mm	mm
65,3	55,0

Nous dirons encore qu'avec le même liquide opalescent et en employant la lumière diffuse d'un ciel couvert (pénétrant dans la salle) au travers des ouvertures de diamètres différents d'un diaphragme Duboscq, on a constaté que la limite de vision nette augmente notablement avec la grandeur de l'ouverture, c'est-à-dire avec la dimension du corps lumineux; il n'a pas été pris de mesures parce que la lumière était trop inconstante.

Dans une seconde série d'expériences on a opéré avec de l'encre de Chine délayée dans une grande quantité d'eau. Le trouble du liquide est donc produit par des particules noires et non pas blanches comme avec le chlorure d'argent; la lumière transmise est moins colorée en rouge.

En disposant l'appareil comme précédemment (sans lentille) et en employant tantôt la plus petite ouverture du diaphragme, tantôt la plus grande, on a obtenu les chiffres suivants par un temps un peu nuageux.

Observations.	Diamètre de l'ouverture.	Limite de vision nette. (Soret.)
N° 1. Lumière solaire directe très voilée	1mm	60mm
2. Id.	15	100
3. Lumière diffuse des nuages près du soleil	1	45
4. Id.	15	65

Cet essai montre à la fois l'influence de la dimension du corps lumineux et celle de l'intensité.

Pour arriver à des chiffres plus précis on a modifié la disposition de l'expérience:

On laisse pénétrer les rayons solaires dans la salle par la large ouverture circulaire du porte-lumière; puis à deux mètres environ de l'ouverture, on dispose un écran en papier de soie sur lequel tombe le faisceau lumineux. Derrière cet écran et tout près de lui, on place le diaphragme Duboscq monté sur un écran opaque, qui ne laisse voir le papier éclairé que par l'ouverture du diaphragme dont on peut faire varier les dimensions. Le corps lumineux est donc ici le petit disque de papier qui est visible; on l'observe comme précédemment au travers du prisme à réflexion totale et du colorimètre. — Entre l'ouverture du porte-lumière et l'écran de papier, on peut placer une lentille concentrant le faisceau sur un espace restreint, ou le disséminant sur un espace beaucoup plus grand, de manière à obtenir de fortes variations d'intensité dans l'éclairement du papier de soie. On peut encore placer des verres colorés sur le passage des rayons.

Voici les résultats qui ont été obtenus de cette manière par un temps tout à fait serein.

	Observations.	Diamètre du diaphragme.	Limite de vision nette. Soret.	Sarasin.
N° 1.	Sans lentille ; l'écran éclairé directement par les rayons solaires parallèles.	1mm	65mm	62mm
2.		2,2	69,5	68
3.		4,7	77	76
4.		10,3	81	80
5.		15,0	84	85
6.	Avec lentille, disséminant la lumière sur l'écran dans un cercle de 300mm de diamètre.	1	46,5	
7.		2,2	52	
8.		4,7	63	
9.		10,3	70,5	
10.		15,0	71	
11.	Avec lentille concentrant la lumière sur l'écran dans un cercle de 15mm de diamètre.	1	78	76
12.		2,2	84	82
13.		4,7	91	86
14.		10,3		89
15.	Lumière un peu moins concentrée........	4,7	82,85	79,5
16.	Id. on interpose un verre rouge	4,7	70	59,5
17.	Id. on interpose un verre bleu de cobalt.	4,7	70,75	70,05

En examinant les chiffres de ce tableau, on reconnaît les faits suivants :

1° La limite de vision nette augmente avec la dimension de l'objet lumineux (disque de papier, visible au travers du diaphragme), mais bien moins rapidement; ainsi pour une variation du diamètre du disque de 1 à 15, la limite de visibilité ne change pas de 1 à 1,5 (Voir nos 1, 5, 6, 10).

2° La limite de vision nette augmente très lentement avec l'intensité. Si l'on compare les expériences nos 6 à 9 avec les expériences nos 11 à 14, on voit que l'intensité de la lumière étant exprimée par 1 pour les premières, doit être évaluée à 400 dans les dernières (rapport des carrés des diamètres des cercles éclairés) ; malgré cette énorme variation d'intensité, la limite de vision nette n'a augmenté qu'un peu plus de la moitié de sa valeur première.

3° Toutes les autres conditions étant égales, la limite de vision nette est plus petite lorsqu'on interpose soit un verre rouge, soit un verre bleu sur le passage des rayons.

4° La différence entre les chiffres obtenus par les deux observateurs est moins accentuée dans ces expériences faites avec l'encre de Chine que dans celles faites avec le chlorure d'argent, lequel donne lieu à une coloration plus rouge. Cette différence reparaît d'une manière prononcée lors de l'interposition d'un verre rouge (n° 16); elle disparaît lors de l'interposition d'un verre bleu (n° 17). — La divergence paraît donc provenir d'une différence de sensibilité pour les rayons rouges. — Il est remarquable que M. Sarasin qui semble avoir pour la lumière peu réfrangible une perception moins facile que M. Soret, a au contraire une grande supériorité de sensibilité pour l'autre extrémité du spectre, comme nous avons eu souvent l'occasion de le constater.

TABLE DES MATIÈRES

SIGNES CONVENTIONNELS ET ABRÉVIATIONS

T époque du passage au périhélie, généralement exprimée en temps moyen de Berlin.
M anomalie moyenne.
M_0 anomalie moyenne de l'Époque.
μ moyen mouvement diurne.
a demi-grand axe de l'orbite, exprimé en unité de la distance moyenne de la terre au soleil.
q distance périhélie.
e excentricité de l'orbite.
φ angle d'excentricité, tel que $\sin \varphi = e$.
π longitude du périhélie.
☊ longitude du nœud ascendant de l'orbite.
i inclinaison de l'orbite sur le plan de l'écliptique.
π' ☊$'$ i' les mêmes éléments rapportés au plan de l'équateur.
α ascension droite.
δ déclinaison.
☄ comète.
☆ étoile.

A. N. Astronomische Nachrichten.
M. N. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.
B. O. P. Bulletin de l'Observatoire de Paris.
B. H. Bulletin hebdomadaire de l'Association scientifique de France.
C. R. Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris.
Vjst. Vierteljahrschrift der Astronomischen Gesellschaft.
Opp. I, II. Th. v. Oppolzer, Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten, vol. I, II.
v. volume.
p. page.
t. temps.
m., moy. moyen.

Une nomenclature complète des publications relatives à la première comète périodique de Tempel a paru dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes, année 1885, p. 208, et a été continuée dans l'année 1886, p. 229, et dans l'année 1887, p. 225.

INTRODUCTION

Le 3 avril 1867 à 10 h. du soir, M. W. Tempel découvrait à Marseille, par 225°45′ d'ascension droite et 2°27′ de déclinaison australe, une faible nébulosité dont il soupçonna aussitôt la nature cométaire. Ce jour-là il ne put apprécier aucun mouvement, mais le lendemain, la nébulosité s'était déplacée de quelques minutes d'arc en ascension droite, et l'existence d'une comète nouvelle se trouvait ainsi démontrée. C'était à ce moment, au dire de M. Tempel [1], une masse nébuleuse assez effacée, faiblement condensée vers son centre, où par instants brillaient quelques points lumineux.

Les premières observations exactes de cette comète ont été obtenues le 12 avril aux observatoires de Leipzig et de Berlin. Dès le 21 avril, date d'une nouvelle observation de Berlin, M. C.-F.-W. Peters déterminait un premier système d'éléments paraboliques [2] au moyen de ces observations et de la position approchée donnée par M. Tempel. La comète ayant été observée ensuite le 25 avril à Hambourg, M. Peters calculait, au moyen de cette position et des données des 12 et 21 avril, un nouveau système d'éléments paraboliques [3], qui ne pouvait pas encore prétendre à une grande exactitude, vu le déplacement très lent de la comète, mais qui permit cependant de suivre sa marche jusque vers le milieu du mois de mai.

A ce moment-là, C. Bruhns, aidé de M. Valentiner, n'ayant pas réussi

[1] A. N., 69, p. 63.
[2] et [3] A. N., 69, p. 95.

à bien représenter les positions obtenues à l'observatoire de Leipzig, en s'en tenant à une orbite parabolique, essaya de calculer une orbite elliptique et en trouva une qui représentait suffisamment toutes les observations faites jusqu'au 8 mai. Les éléments de Bruhns [1] ont été obtenus au moyen des observations des 12 et 21 avril (Leipzig et Berlin), et 1er mai (Leipzig). Ils donnent pour la comète une période de révolution de 2095.8 jours et une excentricité de 0.5082. Peu après, M. Becker, de Berlin, employant les observations de Berlin des 12 avril et des 1er et 19 mai, calcula un système d'éléments elliptiques analogue [2], mais indiquant une durée de révolution de 2006.3 jours seulement.

Les résultats des deux calculateurs concordaient assez pour prouver d'une manière irréfutable que le système solaire possédait une comète à courte période de plus, présentant la particularité remarquable d'avoir une orbite elliptique moins excentrique que celles des autres comètes de la même catégorie.

Cette constatation augmenta naturellement l'intérêt présenté par l'astre nouveau et les observations, très nombreuses déjà depuis la fin d'avril, se multiplièrent. Vingt-deux observatoires y ont contribué; neuf ont fourni des séries de plus de 12 observations et J. Schmidt, à Athènes, une de 53.

C'est aux mois de mai et de juin que la comète était le plus aisée à observer. Elle offrait l'apparence d'une nébulosité bien déterminée de 1′ ½ à 3′ de diamètre, de forme plutôt allongée, avec un noyau assez marqué, un peu excentrique et dont l'éclat maximum a été assimilé, dans les premiers jours de mai, à celui d'une étoile de neuvième à dixième grandeur. Avec le mois de juin a fini la période de bonne visibilité de la comète, surtout pour les observatoires du centre et du nord de l'Europe, à cause de la brièveté des nuits. D'après les indications de Schmidt, à Athènes [3], le noyau disparut complètement vers la fin de

[1] A. N., 69, p. 143.
[2] A. N., 69, p. 149.
[3] A. N., 69, p. 318.

juin et dès lors la comète devint difficile à discerner. Faute d'une éphéméride suffisamment étendue, Schmidt ne put pas l'observer plus tard que le 5 juillet, mais nous possédons de bonnes observations faites à Cambridge (Mass.) à la fin de ce mois. Plus tard, grâce à une éphéméride calculée par Bruhns, Schmidt [1] put encore du 18 au 21 août obtenir quelques positions, mais à grand peine. La comète, qui présentait alors un diamètre de 2′, se trouvait à la limite extrême de la visibilité. Schmidt l'aperçut encore du 24 au 27 août, mais si faible que les observations n'étaient plus possibles.

Nous savons peu de chose sur la constitution physique de la comète, cependant elle a été étudiée par M. W. Huggins les 4 et 8 mai, et nous citons ici quelques remarques de ce savant [2]. « Vue dans le télescope, la comète semblait composée d'une chevelure légèrement ovale, dépassant 1′ en grandeur, et présentant un noyau peu brillant. Ce noyau n'était pas situé au centre de la chevelure mais plus près de son extrémité orientale. Lorsqu'on appliquait le spectroscope à l'étude de la comète, la lumière de la chevelure donnait naissance à un spectre continu. Il m'a été impossible, en raison de la faiblesse de l'éclat du noyau, de distinguer le spectre de celui-ci du spectre brillant de la chevelure sur lequel il se projetait. Une ou deux fois seulement, j'ai soupçonné la présence de deux ou trois bandes brillantes, mais je n'en suis pas certain. L'observation spectroscopique de cette comète, quoique imparfaite, semble montrer cependant qu'elle est pareille, comme structure physique, à la 1re comète de 1866. » (Cette comète ne présentait pas, d'après les observations de MM. Huggins et Secchi, les bandes caractéristiques des hydrocarbures.)

Vers la fin de la période d'observation deux nouveaux systèmes d'éléments ont été calculés, l'un [3] par Bruhns sur les observations des 12 avril, 19 mai et 21 juin, l'autre [4] par M. Searle, de Cambridge, sur les

[1] A. N., 70, p. 63.
[2] M. N., XXVII, p. 288. — Nature, IX, p. 193.
[3] A. N., 69, p. 285. — Vjst. III, p. 212.
[4] A. N., 70, p. 45. — Vjst. III, p. 212.

observations du 12 avril (Leipzig et Berlin), du 2 juin (Berlin) et du 24 juillet (Cambridge). Je cite ici ces deux systèmes, parce qu'ils représentent tous deux d'une façon satisfaisante les observations faites en 1867.

Éléments Bruhns.		*Éléments Searle.*	
T = 1867 mai 24. 03263 t. m. de Berlin.		1867 mai 23. 7530 t. m. de Berlin.	
π = 236° 12′ 38″.9	Équinoxe moy. 1867.0	236° 2′ 34″.3	Équinoxe moy. 1867.0
☊ = 101 9 9 .3		101 12 49 .9	
i = 6 24 21 .6		6 23 38 .3	
φ = 30 36 9 .1		30 30 25 .3	
a = 3 18343		3.17273	
μ = 624″.6893		627″.8535	

La détermination de l'orbite la plus probable d'après l'ensemble des observations a été entreprise par A.-J. Sandberg, qui a rendu compte de ce travail dans une dissertation [1] que j'analyserai aussi brièvement que possible. Sandberg a d'abord calculé un système d'éléments au moyen de trois observations : celles du 12 avril (Leipzig et Berlin), du 9 juin (Leipzig) et du 19 août, celle-ci basée sur les 5 dernières observations de Schmidt, à Athènes. Puis il a fait le calcul d'une éphéméride à laquelle il a comparé les 219 observations dont il avait connaissance. Avec les différences ainsi obtenues, il a formé 9 lieux normaux et calculé pour leurs dates les coefficients des équations de condition. Il y aurait beaucoup de remarques et de critiques à faire sur ce travail, à propos de la réduction des observations, de la manière dont elles ont été appréciées par Sandberg, puis groupées pour former les lieux normaux, etc., mais je ne m'y arrêterai pas. Des équations de condition, Sandberg a déduit les équations finales, et d'après celles-ci il a calculé des corrections à appliquer aux éléments.

Il l'a fait de deux manières différentes, en changeant l'ordre des inconnues; mais ses résultats sont très discordants. Il cherche à expli-

[1] Specimen inaugurale de Orbita Cometæ II, 1867, par A.-J. Sandberg, Leyde, 1869.

quer cette discordance, mais sans l'attribuer à la cause la plus probable, à savoir des erreurs de calcul. Il discute les valeurs respectives des deux solutions, et finit par s'arrêter à des corrections insignifiantes, dont la moins faible, pour φ, est de $+ 1''.4$. Aussi ces éléments, soi-disant définitifs, et que je tiens à citer, ne représentent-ils pas mieux les lieux normaux et l'ensemble des observations que ceux qui ont servi de point de départ.

Éléments Sandberg. [1]

T = 1867 mai 23. 957615 t. m. de Berlin.

$\pi = 236° \; 9' \; 34''.0$
$\Omega = 101 \; 10 \; 10 .2$ Équinoxe moy. 1867.0
$i = 6 \; 24 \; 35 .5$
$\varphi = 30 \; 38 \; 39 \; 4$
$a = 3.18903$
$\mu = 623''.0441$

Par malheur, c'est ce résultat final seul qui a été publié dans les *Astronomische Nachrichten;* et comme on ne connaissait généralement pas la manière dont il avait été obtenu, on lui a attribué plus de valeur qu'il n'en avait en réalité. Des juges compétents [2], qui avaient examiné la dissertation de Sandberg, estimèrent que ce travail ne devait pas être considéré comme définitif; d'autres astronomes s'annoncèrent pour le reprendre, mais aucun ne donna suite à ce projet; d'où le fâcheux résultat, que presque tous les calculs ultérieurs ont été basés sur les éléments Sandberg qui sont plus éloignés de la vérité que ceux de Bruhns et de Searle cités plus haut.

Il avait été convenu que l'observatoire de Leipzig se chargeait d'exécuter les calculs nécessaires pour assurer, autant que possible, la découverte de la comète lors de son retour en 1873. On prévoyait en effet que

[1] Specimen inaugurale, p. 42. — A. N., 74, p. 103, où l'on doit lire pour la valeur de ω : 23".8 et non 13".8.
[2] Vjst. IV, p. 250.

dans les années de 1868 à 1871, la comète se trouverait assez rapprochée de la planète Jupiter, pour que son orbite fût sensiblement altérée sous l'action de cette planète, mais on ne s'attendait pas à ce que ces perturbations seraient aussi fortes.

D'après les éléments calculés pour l'apparition de 1867, la comète aurait dû passer à son périhélie en janvier 1873, et comme à ce moment-là aucune éphéméride pour rechercher la comète n'avait encore paru, M. Plummer, alors attaché à l'observatoire de M. Bishop, à Twickenham, entreprit de calculer à grands traits l'effet de l'action de Jupiter sur la comète. Il prit comme base les éléments de Searle pour 1867 et poussa ses calculs jusqu'au 17 novembre 1871, époque où les perturbations devenaient comparativement légères. Pour cette date M. Plummer obtient le système d'éléments suivant :

Éléments Plummer.[1]

$T =$ 1873 mai 5.0 t. m. de Greenwich.
$\pi =$ 238° 12′.0 ⎫
$☊ =$ 74 7 0 ⎬ Équinoxe moy. 1873.0
$i =$ 9 12.6 ⎭
$\varphi =$ 27 41.3
$a =$ 3.2943
$\mu =$ 597″.919

Ces résultats, quoique incomplets et obtenus sans un calcul absolument rigoureux, suffisaient cependant à montrer la grandeur de l'action perturbatrice exercée par Jupiter.

Peu de temps après leur publication, parut le travail promis par l'observatoire de Leipzig; ce travail est dû à M. le Dr Seeliger qui a pris comme base les éléments Sandberg. Faute de temps, il n'a pu que faire un calcul approximatif. Il a trouvé comme valeur minimum de la

[1] M. N., XXXIII, p. 326. — A. N., 81, p. 65.

distance de la comète à Jupiter 0.32 le 28 janvier 1870, et il a obtenu pour 1873 le système d'éléments suivant [1] :

Éléments Seeliger.

$$
\begin{aligned}
T &= 1873 \text{ mai } 8.95 \text{ t. m. de Berlin.}\\
\left.\begin{aligned}
\pi &= 238^\circ\ \ 5'\ 31''\\
\Omega &= \ \ 77\ \ 58\ \ \ 7\\
i &= \ \ \ 9\ \ 54\ \ 11
\end{aligned}\right\} &\text{ Équinoxe moy. 1867.0}\\
\varphi &= \ \ 28\ \ 35\ \ \ 4\\
\mu &= 591''.889
\end{aligned}
$$

M. Seeliger a fait suivre sa note d'une éphéméride calculée au moyen de ces éléments, et de deux autres obtenues en faisant varier T de $\pm$ 10 jours.

Une éphéméride a aussi été calculée à Poulkowa par M. Doberck [2] en appliquant aux éléments de Sandberg les valeurs des perturbations obtenues par M. Plummer.

Enfin E. v. Asten [3], craignant que le retour de la comète ne fût manqué, faute d'une éphéméride suffisamment exacte, a fait un nouveau calcul des perturbations subies par la comète sous l'influence de Jupiter seul. Il a pris pour base les éléments de Sandberg et s'est servi de la méthode de Hansen de la variation des coordonnées polaires. Il a trouvé pour le retard du passage de la comète à son périhélie une valeur plus forte de 9 jours que celle obtenue par le Dr Seeliger. Ses éléments pour 1873 sont :

[1] A. N., 81, p. 145. — M. N., XXXIII, p. 327.
[2] A. N., 81, p. 189.
[3] Ueber die zweite Erscheinung des Tempelschen Cometen (Comet 1867 II), par E. Asten, Mélanges mathématiques et astronomiques tirés du Bulletin de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg, tome V, $\frac{27 \text{ mars}}{8 \text{ avril}}$ 1873. — A. N., 81, p. 233.

Éléments v. Asten.

$T = 1873$ mai 18.038 t. m. de Berlin.
$\pi = 237°\ 26'\ 57''.2$ Équinoxe moy. 1870.0
$\Omega = 77\ 53\ 47\ .6$ Équinoxe moy. 1870.0
$i = 9\ 52\ 27\ .3$ Équinoxe moy. 1870.0
$\varphi = 27\ 37\ 0\ .5$
$a = 3.3070$
$\mu = 590''.009$

Quelques jours avant la publication de ce travail, auquel j'aurai l'occasion de revenir à cause de son importance, la comète avait été retrouvée par M. Stephan, à Marseille, le 3 avril, à l'aide de l'éphéméride de M. Seeliger qui indiquait sa position avec une remarquable exactitude. Il en résultait aussi que la date donnée par M. Seeliger pour l'époque du passage au périhélie devait être proche de la vérité. V. Asten tint compte de ce fait; il corrigea proportionnellement sa valeur pour le moyen mouvement diurne et calcula une nouvelle éphéméride [1] en prenant $T = 1873$ mai 8.79 et $\mu = 593''.00$.

Malgré les éphémérides assez approchées de MM. Seeliger et v. Asten, les observations de la comète ont été rares dans les semaines qui ont suivi la constatation de son retour : deux observations à Poulkowa à la fin d'avril, et une à Marseille le 1er mai. Dans la seconde moitié du mois de mai, elles sont devenues plus nombreuses. A ce moment, M. Hind, se fondant sur les observations de Marseille du 3 avril et du 1er mai et une observation de Twickenham du 22 mai, calcula un nouveau système d'éléments et une éphéméride qui permit d'obtenir encore quelques observations de la comète au mois de juin à Athènes, Marseille et Pola. La dernière observation de 1873 est celle du 1er juillet à Marseille; en tout il en a été fait une cinquantaine.

Plus tard Sandberg a encore calculé des éléments pour cette appari-

[1] Mém. cité, p. 18. — A. N., 81, p. 337.

tion, en employant les observations du 3 avril (Marseille), 21 mai (Leipzig) et 23 juin (Athènes). Je cite ces éléments en même temps que ceux de M. Hind :

	Éléments Hind. [1]		*Élements Sandberg.* [2]	
T =	1873 mai 9.74218 t. m. de Greenwich.		mai 9.05059 t. m. de Berlin.	
π =	238° 1′ 6″.0	Équinoxe moy. 1873.0	237° 38′ 41″.5	Équinoxe moy. 1873.0
☊ =	78 43 18 .9		78 44 38 .6	
i =	9 45 49 .1		9 44 12 .5	
φ =	27 31 14 .6		27 30 58 .2	
a =	3.29142		3.28895	
μ =	594″.19987		594″.8712	

La comète s'est moins approchée de la terre en 1873 qu'en 1867, parce que les perturbations causées par Jupiter ont augmenté sa distance périhélie, sans changer sensiblement sa distance aphélie. La comète présentait l'aspect d'une faible nébuleuse oblongue de 1′ de diamètre environ, un peu condensée au centre. Quelques observateurs ont comparé l'éclat de sa condensation centrale à celui d'une étoile de douzième grandeur.

C'est à la fin de la période suivante, de 1873 à 1879, que, sur le conseil du prof. Bruhns, j'ai commencé à m'occuper de cette comète. Malheureusement c'était assez près du retour prévu de la comète en 1879, et mes premiers calculs relatifs aux apparitions de 1867 et 1873, ainsi qu'aux perturbations subies par la comète dans la période intermédiaire, n'ont pas été terminés à temps pour que j'aie pu en déduire une valeur certaine pour le moyen mouvement diurne, et par suite pour la durée de la révolution de 1873 à 1879.

Pour déterminer cette valeur d'une façon approximative, j'ai dû recourir aux calculs antérieurs de MM. Seeliger et v. Asten, en tenant compte surtout des divergences que présentaient les dates qu'ils avaient

[1] M. N. XXXIII, p. 498. — A. N., 81, p. 369. — B. O. P., 31 mai. — B. H., XII, p. 177.
[2] A. N., 85, p. 309.

obtenues pour l'époque du passage au périhélie, et les dates trouvées directement par MM. Hind et Sandberg d'après les observations faites en 1873. J'ai interpolé les éléments entre les valeurs données par ces différents calculateurs pour obtenir des valeurs aussi plausibles que possible, et j'ai adopté pour le moyen mouvement une valeur très voisine de celle de M. Seeliger. Ces éléments [1] sont :

T = 1873 mai 9.67 t. m. de Berlin.	
π = 237° 58′ 7″.8	Équinoxe moy. 1873.0
☊ = 78 43 21 .1	
i = 9 46 26 .5	
φ = 27 35 9 .1	
μ = 592″.00	

Ils satisfont d'une façon très suffisante aux observations de 1873.

Vu l'incertitude inhérente à ces éléments, je n'ai calculé de 1873 à 1879 que les perturbations causées par Jupiter, dont l'action est prépondérante, mais qui, dans cette période, a cependant très peu modifié l'orbite de la comète, les deux astres ayant été constamment à une grande distance l'un de l'autre.

Les éléments obtenus pour 1879 étaient [2] :

T = 1879 Mai 10.9416 t. m. de Berlin.	
π = 238° 11′ 30″.1	Équinoxe moy. 1879.0
☊ = 78 45 37 .4	
i = 9 46 31 .6	
φ = 27 35 0 .6	
μ = 592″.1215	

Le seul effet appréciable était un retard de 3 jours environ pour l'époque du passage au périhélie. D'après ces éléments j'ai préparé une

[1] A. N., 93, p. 319.
[2] A. N., 94, p. 157.

éphéméride pour la recherche de la comète, et j'en ai calculé aussi deux autres en faisant varier T de $\pm$ 4 jours afin d'indiquer quelle était la région où les investigations devaient se faire.

La comète a été retrouvée le 24 avril 1879 à Arcetri (Florence) par M. Tempel, et sa position coïncidait à peu près avec ma première éphéméride. Il en résulte une augmentation de 1″ environ pour le moyen mouvement diurne.

Dès que j'ai eu connaissance des premières observations de M. Tempel, j'ai cherché à les représenter le mieux possible. Pour cela j'ai adopté[1] T = 1879, mai 7.02 et $\mu = 593''.18$ et conservé les autres éléments sans changement. Une éphéméride calculée sur ces valeurs nouvelles donnait les positions de la comète avec une exactitude très satisfaisante.

Il a été fait 40 observations de la comète en 1879 aux observatoires d'Arcetri, Leipzig, Rio-de-Janeiro et Cordoba, la dernière observation est du 8 juillet à Arcetri.

La position de la comète par rapport à la terre et au soleil a été en 1879 presque identique à ce qu'elle avait été en 1873. Néanmoins la comète était sensiblement moins aisée à apercevoir. A Leipzig les observations ont été très difficiles, et à Athènes, Schmidt[2] n'a absolument pas pu voir la comète, tandis qu'il l'avait observée sans trop de peine en 1873. C'était une nébulosité extrêmement faible de 1′ à 2′ de diamètre et dans laquelle un noyau n'a été perceptible que par instants.

Il semblerait donc que, au moins de 1873 à 1879, l'éclat intrinsèque de la comète ait diminué, mais il est probable qu'il avait déjà diminué entre 1867 et 1873. Pour que l'on puisse en juger, j'ai calculé pour quelques dates de ses trois apparitions, l'éclat théorique qu'aurait dû avoir la comète, d'après la formule simple $J = \frac{1}{r^2 \Delta^2}$; où Δ et r représentent les distances de la comète à la terre et au soleil. En voici le tableau :

[1] A. N., 95, p. 79.
[2] A. N., 95, p. 173.

1867	avril	3	Découverte de la comète par M. Tempel. J =	0.75
	mai	18	Éclat maximum	1.26
	juillet	4	Dernière observation à Leipzig........	0.67
	août	21	» » à Athènes	0.21
1873	avril	3	Découverte par M. Stephan..........	0.30
	mai	24	Éclat maximum	0.54
	juin	23	Dernière observation à Athènes	0.42
1879	avril	24	Découverte par M. Tempel...........	0.41
	mai	24	Éclat maximum	0.51
	juillet	8	Dernière observation à Arcetri........	0.33

Si l'on compare l'éclat de la comète lors des dernières observations de Schmidt, à Athènes, en 1867 et en 1873 et que l'on en rapproche le fait, déjà signalé, qu'en 1879 Schmidt ne l'a pas vue, une diminution d'éclat paraît assez probable. D'autre part les observations ont cessé à Leipzig, en 1867, à une époque où la comète était encore relativement brillante, puisqu'on l'observait 50 jours plus tard. Mais il faut tenir compte du fait qu'au mois de juillet, la nuit n'est jamais complète à Leipzig et qu'en outre à ce moment-là le temps était peu favorable. Cela expliquerait la remarque de Bruhns [1] que l'éclat de la comète diminue bien plus rapidement que ne le feraient supposer l'augmentation de sa distance et l'hypothèse qu'elle ne devrait sa lumière qu'au soleil.

Très vite après la réapparition de la comète en 1879, j'ai été obligé, pour des motifs indépendants de ma volonté, d'interrompre ce travail, et lorsque plusieurs années après, j'ai pu le reprendre, le moment était déjà venu de se préoccuper du retour de la comète en 1885. J'ai donc momentanément laissé de côté l'apparition de 1867 et la période intéressante de 1867 à 1873, et je me suis borné à l'étude des deux apparitions de 1873 et de 1879, qui m'ont fourni les bases nécessaires au

[1] A. N., 69, p. 287.

calcul des perturbations produites par l'action de Jupiter de 1879 à 1885.

J'ai rendu compte de ce travail dans les *Astronomische Nachrichten* (v. 111, p. 241), je n'y reviendrai donc pas en détail. Je rappellerai seulement ici que, durant cette période, l'orbite de la comète a été de nouveau profondément modifiée, quoique la distance entre les deux astres ne soit pas descendue au-dessous de 0.546 en octobre 1881. Le moyen mouvement diurne a été diminué de 47".8, la durée de la révolution augmentée de 148 jours, et les dimensions de l'orbite agrandies. L'excentricité ayant été diminuée en même temps, il en est résulté une augmentation de la distance périhélie, en sorte que dans les meilleures conditions possibles, la distance entre la comète et la terre aurait toujours été supérieure à l'unité. Mais les circonstances ont été peu favorables : la plus grande proximité entre la terre et la comète a eu lieu six mois avant le passage de cette dernière à son périhélie, et cette distance minimum était supérieure à 1.5. En calculant l'éclat de la comète d'après la même formule que ci-dessus, on trouve comme valeur maximum, dans le courant du mois d'avril 1885, J = 0.074. Même en supposant que mes calculs aient représenté exactement les positions de la comète, il n'y a rien d'étonnant à ce qu'elle n'ait pas pu être aperçue en 1885, surtout si, comme cela est assez plausible, son éclat intrinsèque a continué à diminuer, comme il l'avait fait de 1867 à 1879.

Pour être complet, je dois maintenant revenir en arrière et dire quelques mots d'une hypothèse de M. Winnecke au sujet d'une apparition antérieure possible de la comète, hypothèse énoncée peu après sa découverte, au moment où sa périodicité venait d'être reconnue par Bruhns et confirmée par les calculs de M. Becker. Il existe en effet une observation de comète faite par Goldschmidt, à Paris, le 16 mai 1855 [1], alors qu'il cherchait à retrouver la comète de de Vico qu'aucun observateur ne put voir cette année-là. La position observée par Goldschmidt et

[1] A. N., 41, p. 285.

attribuée par lui à la comète de de Vico ne cadrait pas bien avec l'éphéméride calculée pour cette comète, et la plupart des astronomes contemporains contestèrent l'identité des deux astres.

M. Winnecke[1] eut l'idée que cette comète de Goldschmidt pourrait avoir été celle de Tempel. Prenant pour base de son calcul les éléments que M. Becker venait de publier, en augmentant un peu l'excentricité et en supposant deux révolutions de la comète entre l'observation de Goldschmidt et le printemps de 1867, d'où résultait pour le moyen mouvement la valeur 576″.4, il obtenait pour le 16 mai 1855 une position presque identique à celle que Goldschmidt avait observée. Comme la comète avait dû se trouver assez rapprochée de Jupiter dans les années 1857 et 1858, et subir d'assez fortes perturbations, une concordance moins parfaite n'aurait cependant pas exclu toute chance d'identité.

Si l'observation de Goldschmidt appartenait réellement à la comète de Tempel, elle pouvait être fort utile pour l'étude de son mouvement. Or les déterminations des éléments pour l'apparition de 1867, donnant des valeurs de 50″ environ plus fortes pour le moyen mouvement diurne, ébranlèrent la confiance que l'on avait pu avoir dans l'ingénieuse hypothèse de M. Winnecke.

Sandberg s'est occupé de ce problème[2] et a calculé les perturbations subies par la comète, de 1867 en remontant jusqu'en 1855. Il conclut à l'identité des deux astres, mais ses calculs n'inspirent pas grande confiance. Il a refait ses calculs plus tard[3], et il semble alors pencher à croire que la comète de Goldschmidt n'était pas celle de Tempel.

Cependant les énormes perturbations que la comète avait éprouvées de la part de Jupiter de 1867 à 1873 permettaient toujours de supposer qu'avant 1867 des perturbations analogues, mais peut-être en sens contraire, avaient pu se produire. Pour élucider cette intéressante question,

[1] A. N., 69, p. 205.
[2] Specimen inaug., p. 43 ss.
[3] A. N., 85, p. 309.

v. Asten se décida à entreprendre un nouveau calcul[1] des perturbations de 1867 à 1856, mais toujours en ne tenant compte que de Jupiter. Il prit comme base les éléments de Sandberg, en y modifiant μ proportionnellement à la divergence existant entre les observations et les résultats de son précédent calcul. Il admit ces éléments osculateurs le 7 avril, et fit le calcul des perturbations d'après la méthode de Hansen, en remontant jusqu'au 13 juillet 1856. Voici ses éléments de départ et d'arrivée :

T =	1867 mai 23.95761 t. m. de Berlin.		1856 février 1.578 t. m. de Berlin.	
π =	236° 3′ 32″.5	Équinoxe moy. 1860.0	235° 28′ 37″.7	Équinoxe moy. 1860.0
☊ =	101 4 6 .4		103 3 43 .1	
i =	6 24 35 .1		6 19 37 .0	
φ =	30 38 39 .4		31 47 46 .8	
μ =	625″.8271		640″.401	

La moindre distance entre la comète et Jupiter correspond au 15 décembre 1857, elle était 1.2. Si l'on calcule d'après les derniers éléments la position de la comète en coordonnées écliptiques, on trouve pour le 16 mai 1855 : mai 16.44, $\lambda = 109°4'.3$, $\beta = +2°9'.4$, tandis que l'observation de Goldschmidt donne : $\lambda = 322°30'.2$, $\beta = -1°42'.6$.

La non-identité des deux astres est donc clairement établie, et même s'il y avait quelque petite correction à appliquer aux éléments dont v. Asten s'est servi pour faire ce calcul, il me semble que la question a été résolue par lui dans le sens négatif d'une manière absolument définitive.

[1] A. N., 82, p. 273.

I. PREMIERS CALCULS

§ 1. Première apparition, 1867.

Après m'être assuré que la dissertation de Sandberg n'offrait pas les caractères d'un travail définitif, je me suis décidé à reprendre l'étude complète de la première apparition de la comète. Je ne donnerai pas ici le détail de cette étude, parce qu'il y aura lieu, sinon de la recommencer *ab ovo*, tout au moins d'y apporter certains changements. Je ne ferai qu'indiquer sommairement la marche du travail et ses principaux résultats.

J'ai pris pour point de départ les éléments que Sandberg donne comme les meilleurs[1] et j'ai calculé une éphéméride pour toute la période de visibilité de la comète. Puis j'ai fait une réduction nouvelle pour les 262 observations[2], en retournant chaque fois aux sources. J'ai déterminé les positions des étoiles de comparaison d'après tous les catalogues que j'ai pu consulter, mais je n'ai pas eu connaissance de la revision de ces positions exécutée par MM. Valentiner et E.-F. van de Sande Bakhuyzen, à Leyde[3]. Il y aura lieu plus tard de tenir compte de cet important travail.

Pour la réduction des positions des étoiles ou de la comète, du lieu moyen au lieu apparent, ou vice versa, j'ai employé les données du *Berliner Jahrbuch* de 1867. Pour le calcul des parallaxes j'ai utilisé les tables publiées par l'observatoire de Berlin[4] où l'on a adopté pour la parallaxe du soleil la valeur 8''.90.

[1] P. 5.
[2] Ces observations sont toutes publiées dans les A. N., v. 69 à 75 et 90.
[3] A. N. 86, p. 313 ss.
[4] Sammlung von Hülfstafeln der Berliner Sternwarte. Berlin, 1869.

Les observations entièrement revisées et rapportées au centre de la terre et à l'équinoxe moyen 1867.0 ont été comparées à l'éphéméride. Puis, comme je disposais de plusieurs séries d'observations, j'ai déterminé les différences constantes entre elles et la série de Leipzig, prise pour base. J'ai ainsi éliminé, là où elles étaient suffisamment accusées, les divergences constantes entre les observateurs. J'ai aussi tenu compte de l'action perturbatrice des principales planètes pendant la période d'observation, et j'ai formé 7 lieux normaux en groupant les écarts entre l'observation et le calcul de la manière qui me semblait mettre le mieux en lumière la marche de ces écarts.

Quoique ces positions normales ne soient point définitives, elles sont cependant très approchées, et je donne ci-après leurs valeurs en ascension droite et en déclinaison en indiquant : la période représentée par le lieu normal, le nombre d'observations sur lesquelles chacun est fondé, le poids que je leur ai attribué et leurs écarts $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$ d'avec l'éphéméride, comptés dans le sens Observation — Calcul, en tenant compte des perturbations exercées sur la comète par Saturne, Jupiter, Mars, la Terre et Vénus.

N°	Période d'observation.	Nombre d'obs.	1867	α 1867.0	δ 1867.0	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	Poids.
				° ′ ″	° ′ ″	″	″	
I	Avril 12—Avril 27	22	Avril 22.5	227 6 11.27	− 1 48 19.89	+ 3.77	− 0.15	26.0
II	Avril 29—Mai 13	81	Mai 6.5	226 41 19.35	− 2 18 50.53	− 2.55	+ 1.49	90.0
III	Mai 19—Juin 11	96	Mai 30.5	225 56 55.86	− 5 39 34.91	− 7.88	− 7.83	107.5
IV	Juin 19—Juin 23	20	Juin 21.5	228 18 42.83	−10 45 40.20	− 5.51	−11.81	22.5
V	Juin 24—Juillet 7	26	Juin 30.0	230 16 44.72	−12 53 27.15	+ 3.38	−11.15	25.0
VI	Juillet 24—Juillet 31	4	Juillet 28.0	240 17 39.92	−19 18 11.55	+10.41	+ 7.37	6.5
VII	Août 18—Août 21	5	Août 20.0	251 19 23.18	−23 9 27.09	− 0.74	− 1.87	1.0

Ces valeurs ne subiront probablement pas de modifications sensibles lorsque je remanierai les travaux relatifs à cette apparition. En tout cas elles sont plus que suffisantes pour une première approximation.

J'ai calculé les coefficients des équations de condition pour les dates

des lieux normaux, j'en ai déduit les équations finales, et celles-ci ont fourni les corrections à appliquer aux éléments. On verra plus loin que l'emploi de la méthode des moindres carrés se complique du fait que, dans les équations de condition, les coefficients des corrections des deux éléments π et M présentent une proportionnalité très accusée. Pour l'apparition de 1867 cette proportionnalité existe, quoique à un moindre degré; elle a nécessité deux calculs successifs pour obtenir les corrections des éléments.

Voici les valeurs de ces corrections; elles sont considérables, surtout si on les compare à celles qu'avait obtenues Sandberg :

	1er calcul.	*2me calcul.*
$\Delta M =$	$+ 1' \ 37''.50$	$+ 0' \ 19''.51$
$\Delta \pi =$	$- 5 \ 20 .1$	$- 1 \ 3 .3$
$\Delta \Omega =$	$+ 1 \ 35 .2$	$+ \ 28 .0$
$\Delta i =$	$- \ 39 .5$	$- \ 7 .4$
$\Delta \varphi =$	$- 5 \ 55 .6$	$- \ 59 .5$
$\Delta \mu =$	$+ 3''.4782$	$+ 0''.58267$

Si l'on additionne ces valeurs et qu'on les applique aux éléments de Sandberg, on trouve le système d'éléments suivant :

$$
\begin{aligned}
T^{1} &= 1867 \text{ mai } 23.7710 \\
\pi &= 236^\circ \ 3' \ 10''.6 \\
\Omega &= 101 \ 12 \ 13 .4 \\
i &= 6 \ 23 \ 48 .6 \\
\varphi &= 30 \ 31 \ 44 .3 \\
a &= 3.17525 \\
\mu &= 627''.1050
\end{aligned}
$$

(π, Ω, i : Équinoxe moy. 1867.0)

Ces éléments laissent subsister les différences suivantes avec les lieux normaux :

[1] Lorsque dans la suite il n'est rien spécifié de contraire, le temps est exprimé en temps moyen de Berlin.

	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
I	+ 2″.2	— 3″.9
II	+ 0 .5	— 0 .9
III	+ 1 .7	— 0 .2
IV	— 2 .2	— 0 .7
V	+ 3 .0	— 1 .5
VI	+ 3 .3	+ 5 .2
VII	— 8 .1	— 15 .1

Ces quantités sont déduites d'un calcul à 6 décimales seulement; elles ne concordent pas absolument avec celles qu'on obtient par la substitution des corrections dans les équations de condition. On pourrait donc les réduire encore un peu par une troisième série de corrections; mais telles qu'elles sont, elles montrent que l'on peut déjà mieux satisfaire aux lieux normaux avec ces éléments qu'avec ceux de Sandberg.

Le dernier lieu normal se trouve mal représenté, mais cela n'est pas surprenant, car il repose sur les cinq dernières observations, peu concordantes, de Schmidt, à Athènes, au moment où la comète se trouvait à la limite de la perception visuelle. Ces éléments tiennent en revanche mieux compte du sixième lieu, formé des quatre observations de Cambridge, et ils se rapprochent sensiblement des éléments de M. Searle [1].

Je n'ai pas poussé plus loin la discussion de ces résultats : en présence de la correction de plus de 4″ à faire subir au moyen mouvement diurne, je me suis trouvé fort perplexe. En effet les calculateurs des perturbations de la période de 1867 à 1873 s'étaient servis des éléments Sandberg, et l'un d'eux, M. le Dr Seeliger, avait obtenu pour l'époque du passage au périhélie, en 1873, une date très proche de la vérité.

Von Asten, partant des mêmes éléments Sandberg, avait trouvé des résultats différents, et en particulier pour le passage au périhélie une époque postérieure de 9 jours environ. D'après lui, il y aurait eu lieu d'augmenter le moyen mouvement diurne pour 1867 de 2″.783, quantité

[1] P. 4.

inférieure toutefois aux 4″.06 que j'obtenais. Je n'avais aucune raison à priori de préférer les résultats de v. Asten à ceux de M. Seeliger, d'autant plus que la comète avait été retrouvée très près du lieu assigné par l'éphéméride de ce dernier. En attendant de prendre un parti fondé sur mes propres calculs, j'ai fait la tentative de laisser à μ sa valeur de 623″.0441 et de ne corriger que les autres éléments.

J'ai obtenu ainsi :

$$\begin{aligned} \Delta M &= -\ 2''.539 \\ \Delta \pi &= +\ 8.27 \\ \Delta \Omega &= -1'\ 4.03 \\ \Delta i &= +\ 3.56 \\ \delta \varphi &= +\ 1.51 \end{aligned}$$

Corrigeant les éléments Sandberg de ces quantités, j'ai obtenu le système d'éléments suivant qui laisse pour les dates des lieux normaux les écarts ci-dessous :

			$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
T = 1867 mai 23.96169		I	+ 6″.5	− 2.3
π = 236° 9′ 42″.27	Équinoxe moy. 1867.0	II	+ 0.9	+ 2.4
Ω = 101 9 6.17	Équinoxe moy. 1867.0	III	− 3.7	− 1.6
i = 6 24 39.06	Équinoxe moy. 1867.0	IV	− 1.4	− 1.8
φ = 30 38 40.91		V	+ 7.1	− 0.2
a = 3.18903		VI	+ 12.1	+ 19.5
μ = 623″.04414		VII	− 1.2	+ 9.9

Ces éléments représentent les lieux normaux moins bien que ceux que j'ai obtenus précédemment. Ils satisfont mal au sixième lieu normal, fondé cependant sur de bonnes observations de Cambridge et, somme toute, ils diffèrent peu de ceux de Sandberg.

Pour les motifs énoncés plus haut, ce sont pourtant ces éléments que j'ai pris pour base du calcul des perturbations durant la période de 1867 à 1873 et je ne me suis pas cru autorisé à adopter un système d'éléments renfermant μ augmenté de 4″.

§ 2. Période 1867 à 1873.

Les travaux de MM. Plummer, Seeliger et v. Asten ont mis en lumière la grandeur des perturbations occasionnées par l'action de Jupiter sur la comète durant cette période; il n'y avait donc pas lieu tout d'abord de s'occuper de l'action des autres planètes.

Je suis parti des derniers éléments auxquels j'étais parvenu pour 1867 en les supposant osculateurs le 6 juillet 1867. J'ai suivi la méthode de la variation des éléments en calculant pour chaque date avec les éléments osculateurs.

Les positions de Jupiter ont été empruntées au *Berliner Jahrbuch*. J'ai employé d'abord des intervalles de 40 jours, jusqu'au 2 mars 1868, puis des intervalles de 20 jours, réduits à 10 dès le 18 septembre 1868. J'ai conservé cet intervalle de 10 jours jusqu'au 15 février 1871, et à partir de cette dernière date j'ai achevé le calcul avec des intervalles de 40 jours.

V. Asten donne les résultats de son calcul pour quelques dates entre 1867 et 1873, et je crois qu'il sera intéressant de les mettre en regard de ceux que j'ai obtenus pour les mêmes époques. V. Asten employait la méthode de Hansen de la variation des coordonnées polaires. Au commencement et à la fin il calculait à intervalles de 60 jours, mais pour toute la période où la distance entre Jupiter et la comète a été inférieure à 1, c'est-à-dire du 27 novembre 1868 jusqu'au 15 février 1871, il a diminué l'intervalle de moitié et tenu compte des termes du second ordre.

Voici le tableau comparatif de ces résultats où les éléments π, Ω, i, sont partout rapportés à l'équinoxe moyen de 1870.0 :

v. Asten.	Gautier.
I	I
Éléments Sandberg.	*Éléments Sandberg corrigés.*
T = 1867 mai 23.95761	1867 mai 23.96169
M 1867 juillet 6 = 7° 26′ 57″.30	7° 26′ 54″.765
μ = 623″.04414	623″.04414
φ = 30° 38′ 39″.4	30° 38′ 40″.91
i = 6 24 35 .1	6 24 38 .62
☊ = 101 12 28 .7	101 11 24 .71
π = 236 11 54 .8	236 12 13 .06
II	II
M 1868 novembre 27 = 95° 4′ 10″.4	95° 4′ 0″.86
μ = 620″.8707	620″.8659
φ = 30° 51′ 33″.7	30° 51′ 36″.27
i = 6 24 24 .3	6 24 30 .21
☊ = 100 26 20 .8	100 24 56 .85
π = 236 16 34 .1	236 16 54 .32
III	III
M 1870 avril 6 = 174° 29′ 41″.4	174° 27′ 55″.13
μ = 613″.5907	611″.9179
φ = 30° 57′ 2″.8	30° 46′ 5″.34
i = 9 34 24 .0	9 33 48 .92
☊ = 79 8 6 .8	79 10 3 .59
π = 237 53 29 .0	237 56 50 .43
IV	IV
M 1871 février 15 = 226° 22′ 34″.0	225° 14′ 9″.87
μ = 589″.4929	587″.5083
φ = 28° 20′ 44″.4	28° 3′ 35″.74
i = 10 1 16 6	10 1 13 .63
☊ = 78 6 21 .4	78 7 8 .04
π = 237 38 8 .5	238 3 27 .62
V	V
T = 1873 mai 18.038	1873 mai 27.686
M 1873 mars 6 = 348° 1′ 46″.9	346° 33′ 24″.3
μ = 590″.009	585″.299
φ = 27° 37′ 0″.5	27° 26′ 44″.4
i = 9 52 27 .3	9 52 25 .8
☊ = 77 53 47 .6	77 51 31 .8
π = 237 26 57 .2	237 49 40 .7

Nous obtenons tous deux comme valeur minimum de la distance entre les deux astres : 0.355 au 21 janvier 1870. φ a atteint sa valeur maximum : 32°7′37″.3 le 27 novembre 1869 et μ sa valeur maximum : 626″.632, le 2 novembre de la même année.

Les deux calculs concordent remarquablement jusqu'au 6 avril 1870. A cette date les modifications que j'obtiens pour φ et μ sont déjà plus fortes que celles que trouve v. Asten. Ce désaccord s'accentue jusqu'à la fin. Il s'y joint une divergence encore plus marquée pour M, et pour l'époque du passage au périhélie en 1873 un retard de près de 10 jours plus grand que celui que v. Asten déduit de son calcul. La valeur finale la plus probable de cet élément est T = 1873, mai 9.831; ce qui donne pour la correction de μ en 1867 : + 5″.374. On voit donc que la correction de + 4″.06 trouvée précédemment n'était point exagérée.

Il serait cependant téméraire de vouloir déduire de ce qui précède une valeur très approchée pour μ en 1867, car en augmentant cette quantité de 4″ à 5″ il résulterait des changements sensibles dans la marche des perturbations de tous les éléments. On n'arriverait pas de cette manière à déterminer avec certitude des corrections à appliquer aux éléments Sandberg, adoptés pour 1867, et l'on doit conclure que mieux vaut renoncer à calculer les perturbations de la période de 1867 à 1873 en partant de 1867.

En revanche, la comète a été retrouvée en 1879. Elle a été observée un nombre suffisant de fois cette année-là, de même qu'en 1873. Les perturbations dues à l'action de Jupiter ont été faibles durant la période intermédiaire. Il sera donc possible d'obtenir des éléments très approchés pour 1873, en reliant ensemble les deux apparitions de 1873 et de 1879, et en déterminant ainsi la durée de cette révolution. Puis en partant de cette base on pourra avec beaucoup plus de certitude calculer les perturbations exercées par Jupiter, en remontant de 1873 à 1867. C'est là un travail que je me propose d'exécuter ultérieurement.

Lorsque j'ai repris cette étude en 1884, il fallait songer avant tout au retour de la comète prévu pour 1885. Les calculs faits dans ce but

et relatifs aux deux apparitions de 1873 et de 1879 et à la période intermédiaire, ont subi deux phases successives : une première, préparatoire, qui m'a fourni les bases du calcul des perturbations exercées par Jupiter de 1879 à 1885 ; une seconde, définitive, qui forme la partie principale du présent travail.

§ 3. Deuxième apparition, 1873.

J'avais commencé à m'occuper de cette apparition avant d'avoir calculé les perturbations de la période précédente, et aussi avant que le retour de la comète en 1879 eût permis de déterminer avec une approximation suffisante la valeur du moyen mouvement diurne.

Je suis donc parti, pour la réduction des observations, du système d'éléments basé sur les observations les plus distantes ; c'était celui de Sandberg [1] calculé au moyen des observations du 3 avril (Marseille), du 21 mai (Leipzig) et du 23 juin (Athènes). Malheureusement cette dernière observation est fautive de 1′ en déclinaison par suite d'une erreur de copie de Schmidt, et j'ai regretté, lorsque je m'en suis aperçu, de ne pas avoir préféré les éléments de M. Hind. Mais cela importait peu pour le but proposé.

D'après ces éléments Sandberg, j'ai calculé une éphéméride à laquelle j'ai comparé les 43 observations [2] de la comète dont j'avais connaissance, après les avoir réduites à nouveau. J'ai réuni ces observations en 5 lieux normaux que je transcris ici ainsi que leurs écarts $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$ avec l'éphéméride, en tenant compte de l'action perturbatrice des planètes pendant cette apparition.

[1] P. 9.

[2] Quatre observations faites à Marseille à la fin de juin m'ont été communiquées depuis lors par M. Stephan ; elles ont servi dans le calcul définitif.



	1873	α 1873.0	δ 1873.0	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	Poids.
		° ′ ″	° ′ ″	″	″	
I	Avril 3.5	246 33 18.70	—10 38 27.27	+ 2.59	+ 6.47	1.0
II	30.0	249 28 52.52	—13 0 34.15	—19.29	+18.19	2.0
III	Mai 22.5	247 31 7.59	—16 13 15.67	+ 3.47	+18.90	7.5
IV	31.0	246 11 54.21	—17 40 41.24	+ 6.19	+12.71	10.0
V	Juin 18.5	243 51 7.42	—20 57 12.46	+ 0.45	—26.90	4.5

J'ai calculé les coefficients des équations de condition pour les dates des lieux normaux, et les équations finales correspondantes. Puis j'ai cherché à en déduire les valeurs des corrections à appliquer aux éléments; mais c'est ici que la proportionnalité très marquée des coefficients de ΔM et de $\Delta\pi$ a manifesté ses fâcheux effets. Ayant renoncé à chercher les corrections de cette manière, j'avais provisoirement adopté une valeur de μ basée sur les calculs antérieurs de MM. Seeliger et v. Asten. Mais lorsque, en 1879, le retour de la comète a permis de fixer presque exactement cette valeur de μ, j'ai repris mon calcul pour trouver les corrections des éléments. Après plusieurs approximations successives, je suis arrivé à un résultat favorable. Je donne plus bas les deux systèmes d'éléments assez semblables auxquels je suis parvenu en dernier lieu; tous deux représentent les lieux normaux d'une manière satisfaisante, le second un peu mieux cependant que le premier.

	A.		B.	
T =	1873 mai 10.09529		1873 mai 10.12067	
π =	238° 10′ 58″.15	Équinoxe moy. 1873.0	238° 11′ 45″.83	Équinoxe moy. 1873.0
☊ =	78 43 17 .88		78 43 16 .17	
i =	9 46 24 .07		9 46 27 .12	
φ =	27 32 53 .23		27 32 59 .12	
a =	3.29573		3.29599	
μ =	593″.03375		592″.96274	

Voici les différences entre l'observation et le calcul que laisse subsister ce dernier système :

	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
I	+ 0".07	+ 3".48
II	— 0 .64	— 2 .83
III	+ 1 .19	— 1 .09
IV	— 0 .74	+ 1 .80
V	+ 0 .42	— 1 .14

§ 4. Période 1873 à 1879 et troisième apparition, 1879.

Les éléments B de 1873 m'ont servi de base pour calculer les perturbations exercées sur la comète par les planètes Saturne, Jupiter et Mars, auxquelles j'ai joint plus tard la Terre, Vénus et Uranus. Les détails relatifs à ce calcul se trouveront plus loin.

Le μ, point de départ, était un peu faible et ce fait, joint à celui d'avoir d'abord négligé l'action de la Terre et de Vénus, m'a amené pour 1879 à un système d'éléments qui laissait entre le calcul et les observations des écarts de près de 1^m en ascension droite et de quelques minutes d'arc en déclinaison. Il n'y avait pas lieu de modifier les éléments π, Ω, i et φ. J'ai donc pris quelques bonnes observations de 1879 comme lieux normaux provisoires, et modifiant un peu la valeur de T, et celle de μ d'une manière correspondante, j'ai pu représenter avec assez d'exactitude les 40 observations de la comète faites en 1879 au moyen du système d'éléments suivant :

$$
\begin{aligned}
T &= 1879 \text{ mai } 7.4418 \\
\pi &= 238^\circ\ 24'\ 19''.65 \\
\Omega &= 78\ \ 45\ \ 24\ .72 \quad \text{Équinoxe moy. 1879.0} \\
i &= 9\ \ 46\ \ 31\ .08 \\
\varphi &= 27\ \ 32\ \ 46\ .23 \\
a &= 3.29533 \\
\mu &= 593''.1418
\end{aligned}
$$

Ces éléments, où T et μ ont des valeurs très approchées et correspondant à celles qu'ils ont pour 1873, m'ont servi à discuter les observations de la comète faites en 1879. Ils étaient aussi suffisants pour le calcul des perturbations de la période suivante de 1879 à 1885. J'ai seulement un peu modifié, en appliquant la méthode des moindres carrés, les valeurs de π, ☊, i et φ, afin de représenter plus exactement les dernières observations de 1879. Ces éléments ainsi corrigés sont publiés dans les *A. N.*, (v. 111, p. 242). Ceux que je donne au même endroit pour 1873 sont des éléments interpolés entre les systèmes A et B (p. 25) pour faire concorder les valeurs de μ en 1873 et en 1879.

Dans la note précitée, j'avais cru pouvoir supposer que la valeur de μ, 593″.14, était exacte à $\pm$ 0″.01 près. Du fait que j'avais négligé d'abord l'action de la Terre et de Vénus cette erreur était d'environ $+$ 0″.02. Cela n'infirme cependant en rien les résultats que j'ai obtenus pour 1885, car de cette erreur, il résulte seulement une différence correspondante de moins de 0.1 jour pour l'époque du passage au périhélie en septembre 1885.

II. PÉRIODE 1873—1879

Les perturbations exercées sur la comète ont été calculées d'après la méthode de la variation des éléments. Pour les périodes de 1867 à 1873 et de 1879 à 1885, pendant lesquelles Jupiter a notablement modifié l'orbite, l'emploi de cette méthode se justifie aisément. On peut en effet, sans augmenter beaucoup le calcul, employer pour chaque date les éléments osculateurs et tenir compte ainsi des termes du second ordre. Lorsqu'on suit une des autres méthodes donnant les variations des coordonnées rectangulaires ou polaires, il faut, dès que les perturbations atteignent des valeurs un peu considérables, passer aux éléments osculateurs. Or ce passage exige chaque fois un calcul supplémentaire et il a souvent l'inconvénient d'amener une certaine discontinuité dans les résultats.

La méthode de la variation des éléments présente en outre l'avantage de ne demander, pour obtenir les valeurs des perturbations par l'intégration numérique, qu'une seule double sommation, pour le terme de la valeur de la variation de l'anomalie moyenne, qui dépend de la variation du moyen mouvement diurne.

Pour la période qui nous occupe et pendant laquelle les perturbations causées par Jupiter ont été relativement faibles, j'aurais pu hésiter sur le choix d'une méthode, si je n'avais eu le motif péremptoire de rattacher mon calcul à ceux des deux autres périodes. J'ai donc calculé d'après les formules suivantes de la méthode de la variation des éléments : [1]

[1] Encke, *Astron. Abhandlungen*, *Berl. Jahrbuch. de 1838*, p. 278. — Opp. II, p. 222.



$$w \frac{di}{dt} = r \cos u \, W$$

$$w \frac{d\Omega}{dt} = \frac{r \sin u}{\sin i} W$$

$$w \frac{d\pi}{dt} = - \frac{p \cos v}{\sin \varphi} R + (p + r) \frac{\sin v}{\sin \varphi} S + r \sin u \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} i \, W$$

$$w \frac{d\varphi}{dt} = a \cos \varphi \sin v \, R + a \cos \varphi (\cos v + \cos E) \, S$$

$$w^2 \frac{d\mu}{dt} = - \frac{3\, w\, k}{\sqrt{a}} \sin \varphi \sin v \, R - \frac{3\, w\, k}{\sqrt{a}} \frac{p}{r} S$$

$$w \frac{dM}{dt} = \left\{ p \operatorname{cotg} \varphi \cos v - 2 \cos \varphi \, r \right\} R - (p + r) \operatorname{cotg} \varphi \sin v \, S$$

On obtient les valeurs des perturbations des éléments i Ω π φ μ par l'intégration numérique, au moyen de formules de la forme :

$$\Delta i = \int \frac{di}{dt} dt$$

Pour M, il y a deux termes à considérer, dont l'un dépend de la variation de μ :

$$\Delta M = \Delta_1 M + \Delta_2 M$$

où

$$\Delta_1 M = \int \frac{dM}{dt} dt \qquad \text{et} \qquad \Delta_2 M = \int dt \int \frac{d\mu}{dt} dt$$

Dans ces formules r représente le rayon vecteur de la comète, v l'anomalie vraie, E l'anomalie excentrique, u l'argument de la latitude, p le paramètre donné par la relation $p = a\,(1 - e^2)$, k la constante du système solaire, t le temps et w l'intervalle de temps adopté, tous deux exprimés en jours.

R S W sont les composantes de la force perturbatrice rapportées à

trois axes rectangulaires qui, pour chaque époque, sont : le rayon vecteur de la comète, une perpendiculaire à ce rayon dans le plan de l'orbite et une perpendiculaire à ce plan; elles ont pour valeurs :[1]

$$R = \frac{w\,k\,m_1}{\sqrt{p}\sin 1''}\left\{\frac{\xi_1 - r}{\rho^3} - \frac{\xi_1}{r_1^3}\right\}$$

$$S = \frac{w\,k\,m_1}{\sqrt{p}\sin 1''}\left\{\frac{\eta_1}{\rho^3} - \frac{\eta_1}{r_1^3}\right\}$$

$$W = \frac{w\,k\,m_1}{\sqrt{p}\sin 1''}\left\{\frac{\zeta_1}{\rho^3} - \frac{\zeta_1}{r_1^3}\right\}$$

où ξ_1 η_1 ζ_1 sont les coordonnées héliocentriques de la planète perturbatrice rapportées à des axes parallèles aux précédents, m_1 sa masse, r_1 sa distance au soleil et ρ sa distance à la comète.

Lorsque je préparais une éphéméride pour la recherche de la comète en 1879, j'avais calculé les perturbations exercées par Jupiter, sans changer les éléments pendant les six années de 1873 à 1879. Ce calcul fait à des intervalles de 60 jours, du 5 avril 1873 au 4 mai 1879, m'avait donné pour résultats[2] :

$\Delta i = + \quad 4''.88$	$\Delta \mu = + 0''.12154$
$\Delta \Omega = - 2'\ 28.53$	$\Delta_2 M = - 12'\ 25''.19$
$\Delta \pi = + 8\ 20.54$	$\Delta_1 M = - 18\ \ 0.50$
$\Delta \varphi = - \quad 8.49$	

Une fois la comète retrouvée, j'avais dû, pour représenter les observations de 1879, augmenter la valeur de μ de plus de 1″ et j'avais conclu pour cet élément en 1873 : $\mu = 593''.06$.

Les éléments B[3] auxquels je suis parvenu par l'ensemble des obser-

[1] Opp. II, p. 236.
[2] P.10.
[3] P. 25.

vations de 1873, en employant la méthode des moindres carrés, donnent pour μ une valeur plus petite de 0″.1 environ. Cette valeur est donc un peu faible si l'on considère l'action de Jupiter seul. Je me suis décidé cependant à conserver les éléments B comme base de mon calcul définitif, l'erreur possible sur le résultat final devant être minime, et les autres planètes pouvant compenser en partie le retard occasionné par l'action de Jupiter. J'ai admis ces éléments comme osculateurs le 15 avril 1873.

Les perturbations n'atteignant pas des valeurs considérables, je n'ai pas employé les éléments osculateurs pour chaque date du calcul. J'ai seulement changé les éléments huit fois pendant la durée de la révolution, et pour les dates des changements j'ai répété le calcul avec les nouvelles constantes, pour m'assurer que les valeurs obtenues concordaient.

Je n'ai d'abord considéré que l'action des trois planètes Jupiter [1], Saturne et Mars, et j'ai emprunté leurs positions au *Berl. Jahrbuch,* en ramenant celles des années 1873 et 1874 à l'équinoxe moyen 1880.0, qui a servi pour l'ensemble du calcul. J'ai utilisé pour les masses des planètes les valeurs données par v. Oppolzer (Opp. II, p. 596).

Pour le calcul des perturbations dues à l'action de Jupiter, j'ai adopté des intervalles de 40 jours. Pour Mars, de même jusqu'au 15 janvier 1875; mais après cette date son action devenait si insignifiante que j'ai continué avec des intervalles de 80 jours. Pour Saturne, mêmes intervalles de 80 jours.

La publication du détail de ces calculs entraînerait des longueurs superflues. Grâce à l'éloignement de la comète et de Jupiter, l'influence troublante de la planète a été relativement faible pendant cette révolution. J'ai visé à obtenir une approximation de 0″.001, et la marche satisfaisante des différences garantit l'exactitude du calcul.

[1] J'aurais pu utiliser pour Jupiter les coordonnées héliocentriques plus exactes déduites par M. le prof. A. Möller des tables de Le Verrier (A. N. v. 105, p. 145), mais, pour cette période, les valeurs tirées des tables de Bouvard et données dans le *Berl. Jahrbuch*, sont d'une précision tout à fait suffisante.

Voici les valeurs totales des variations des éléments résultant de l'intégration numérique, avec les systèmes osculateurs correspondant au 15 avril 1873 et au 24 avril 1879 :

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi$	$\Delta \mu$	$\Delta_2 M$	$\Delta_1 M$
♃	+ 4".924	— 2' 27".979	+ 8' 18".516	— 5".007	+ 0.11957	— 12' 25".985	— 17' 59".438
♄	— 1 .263	— 7 .722	— 46 .685	— 6 .154	— 0.01223	+ 7 .920	+ 56 .487
♂	+ 0 .074	— 0 .540	+ 0 .310	— 1 .726	+ 0.01170	+ 32 .450	+ 2 .792

	Éléments B *osculateurs 1873 avril 15.*		*Éléments osculateurs 1879 avril 24.*	
$M_0 =$	— 4° 8' 15".62		— 2° 15' 3".41	
$T =$	1873 mai 10.12067		1879 mai 7.66322	
$\pi =$	238° 17' 37".79	Équinoxe moy. 1880.0	238° 25' 9".93	Équinoxe moy. 1880 0
$\Omega =$	78 48 48 .43		78 46 12 .19	
$i =$	9 46 27 .38		9 46 31 .12	
$\varphi =$	27 32 59 .12		27 32 46 .23	
$\mu =$	592".96274		593".08179	

L'époque du passage au périhélie en 1879 est trop tardive. La comparaison avec les observations a donné en effet : Mai 7.4418. Or en considérant que l'action de Mars, presque nulle sur tous les éléments, produisait cependant une variation de plus d'une demi-minute dans l'anomalie moyenne, je me suis décidé à tenir aussi compte de l'action de la Terre et de Vénus qui avaient été assez rapprochées de la comète lors de son passage au périhélie en 1873. Pour ces deux planètes j'ai fait le calcul avec des intervalles de 40 jours, et j'y ai joint celui de l'influence exercée par Uranus, avec des intervalles de 80 jours. Ces dernières perturbations sont si faibles que j'ai négligé l'action de Neptune, de même que j'avais négligé celle de Mercure.

J'ai emprunté les positions de la Terre, Vénus et Uranus au *Berl. Jahrbuch*. Voici le résultat du calcul des perturbations causées par ces trois planètes :

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi$	$\Delta \mu$	$\Delta_2 M$	$\Delta_1 M$
♂	+ 0″.053	— 0″.674	+ 3″.943	— 0″.327	+ 0″.00195	+ 44″.602	+ 6″.866
♀	+ 0 .082	— 0 .343	+ 0 .986	— 2 .738	+ 0 .02253	+ 40 .860	+ 5 .508
♅	— 0 .038	— 0 .293	— 1 .081	— 0 .147	— 0 .00005	+ 0 .081	+ 1 .178

Pour tous les éléments, sauf M, les variations dues à l'action de la Terre et de Vénus sont presque négligeables, la brièveté relative de leur révolution entraînant de fréquents changements de signe. Mais l'action sur M est très marquée, et le retard occasionné par Jupiter se trouve ainsi sensiblement atténué par l'action de Mars, la Terre et Vénus.

Dans le calcul de l'influence de la Terre et de Vénus l'intervalle de 40 jours que j'ai adopté est un peu grand, pour Vénus surtout ; mais il est facile de s'assurer que le résultat est suffisamment exact, en employant le procédé indiqué par Encke [1] et qui consiste à intégrer les perturbations pour des intervalles doubles, en doublant simplement de deux en deux les valeurs précédemment obtenues. Dans ce cas-ci on obtient par les intervalles de 80 jours :

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \pi$	$\Delta \varphi$	$\Delta \mu$	$\Delta_2 M$	$\Delta_1 M$
♂	+ 0″.10	— 0″.68	+ 4″.28	— 0″.53	+ 0″.0035	+ 46″.22	+ 6″.89
♀	+ 0 .06	— 0 .34	+ 2 .06	— 2 .76	+ 0 .0211	+ 40 .57	+ 4 .69

La concordance n'est point absolue, mais elle est suffisante pour que je n'aie pas hésité à adopter les valeurs du calcul à 40 jours d'intervalle.

Si l'on fait la somme des perturbations dues aux six planètes troublantes, on obtient :

$\Delta i = + \quad 3''.83$	$\Delta \mu = + 0''.14347$
$\Delta \Omega = - 2' \, 37 .55$	$\Delta_2 M = - 10' \, 20''.072$
$\Delta \pi = + 7 \; 35 .99$	$\Delta_1 M = - 16 \; 46 .607$
$\Delta \varphi = - \quad 16 .10$	$\Delta M = - 27 \; \; 6 .679$

En modifiant les éléments B d'après ces valeurs on trouve :

[1] *Berl. Jahrbuch de 1838*, p. 270.

M_0 1879 avril 24 = — 2° 13′ 24″.27
T = mai 7.49551
π = 238° 25′ 13″.78 ⎫
☊ = 78 46 10 .88 ⎬ Équinoxe moy. 1880.0
i = 9 46 31 .21 ⎭
φ = 27 32 43 .02
μ = 593″.10621

L'époque du passage au périhélie ne diffère que très peu de la valeur déduite des observations de 1879, savoir : Mai 7.4418. Le moyen mouvement du système B pour 1873 est donc presque définitif.

Pour qu'il y ait concordance absolue entre les deux apparitions, il faut cependant le modifier encore quelque peu en tenant compte de la durée de la révolution. Puis si on corrige les autres éléments d'une façon proportionnelle, en les interpolant entre leurs valeurs dans les systèmes A et B (p. 25), on trouve les éléments suivants, qui satisfont aux observations de 1873 presque aussi bien que les éléments B :

M_0 1873 avril 15 = — 4° 8′ 13″.144
T = 1873 mai 10.11593
π = 238° 17′ 28″.87 ⎫
☊ = 78 48 48 .75 ⎬ Équinoxe moy. 1880.0
i = 9 46 26 .81 ⎭
φ = 27 32 58 .02
μ = 592″.976024

En y ajoutant les perturbations on obtient pour 1879 :

M_0 1879 avril 24 = — 2° 12′ 52″.570
T = 1879 mai 7.44176
π = 238° 25′ 4″.86 ⎫
☊ = 78 46 11 .20 ⎬ Équinoxe moy. 1880.0
i = 9 46 30 .64 ⎭
φ = 27 32 41 .92
μ = 593″.119494

Ces deux systèmes d'éléments correspondants devront être encore corrigés au moyen de la méthode des moindres carrés pour amener une concordance aussi parfaite que possible entre le calcul et les observations faites en 1873 et en 1879.

III. POSITIONS DES ÉTOILES DE COMPARAISON

POUR LES APPARITIONS DE 1873 ET DE 1879

La position de l'étoile de comparaison est à la base de toute observation micrométrique. Les erreurs dont elle est affectée se transportent en entier à la position conclue pour l'astre observé. Aussi l'un des principaux objectifs de tout calculateur d'orbite, sera-t-il toujours de rechercher pour les étoiles de comparaison des positions aussi précises que possible.

J'ai eu la bonne fortune de pouvoir utiliser pour mon travail une série d'observations d'étoiles faites à l'observatoire de Leyde, et qui ont été mises à ma disposition avec une extrême obligeance par M. E.-F. van de Sande Bakhuyzen. J'ai eu déjà l'occasion, à propos de la première apparition de la comète, de signaler une revision des positions d'étoiles pour 1867, faite à Leyde par MM. Valentiner et E.-F. v. d. S. Bakhuyzen. Depuis lors ce dernier, aidé de deux de ses collègues, a étendu ce travail aux étoiles qui avaient servi aux observations de 1873 et de 1879. Lorsqu'il a su que je continuais à m'occuper de la détermination de l'orbite de cette comète, il a bien voulu me fournir tous les documents et renseignements désirables. Qu'il reçoive ici l'expression de ma reconnaissance. Je ne saurais mieux faire que de publier *in extenso* les observations faites à Leyde, telles qu'elles m'ont été communiquées, et de les faire suivre des remarques explicatives de l'auteur.

§ 1. Observations d'étoiles faites à l'observatoire de Leyde.

N°	Grandeur.	Jour d'observation.	Position de l'instrument.	Observateur.	Correction relative à l'ordre de grandeur.	ASCENSION DROITE 1880.0	DÉCLINAISON 1880.0
		I. Étoiles pour l'apparition de 1873.					
					s	h m s	° ′ ″
1	7.3	1884 Mai.... 21	O	B	—0.074	16 7 46.339	—22 4 29.09
		Juin.... 19	»	»	074	342	28.48
2	8.7	1880 Mai.... 11	O	S	—0.056	13 23.010	—21 13 3.77
		12	»	B	082	22.941	2.77
3	6.8	1880 Avril... 19	O	S	—0.042	13 36.979	—21 33 2.81
		Mai.... 1	»	»	042	999	3.39
4	9.0	1880 Mai.... 30	O	B	—0.087	14 14.250	—21 49 14.42
		1881 Mars... 15	»	S	060	169	13.11
		27	E	W	060	137	13.20
5	8.6	1881 Mars... 31	E	W	—0.069	15 4.305	—21 22 4.55
		Avril... 6	»	S	054	240	3.59
6	7.7	1884 Mai.... 21	O	B	—0.082	15 41.474	—22 50 1.59
		Juin.... 19	»	»	082	501	1.60
7	9.0	1881 Avril... 4	E	W	—0.060	16 6.427	—20 59 60.45
		7	»	B	087	347	58.75
8	6.0	1880 Avril... 17	O	W	—0.030	17 4.978	—19 45 16.54
		19	»	S	030	946	18 09
9	8.0	1884 Juin.... 24	O	W	—0.045	17 15.760	—22 22 28.68
		25	»	B	069	712	28.08
10	7.4	1884 Mai.... 21	O	B	—0.076	18 12.619	—23 10 54.83
		Juin.... 19	»	»	076	590	54.35
11	9.0	1880 Mai.... 1	O	S	—0.060	18 21.254	
		30	»	B	087	267	—20 2 12.56
		1881 Avril... 3	E	»	087	189	12.10
		6	»	S	060	267	

Nº	Grandeur.	Jour d'observation.	Position de l'instrument	Observateur.	Correction relative à l'ordre de grandeur.	ASCENSION DROITE 1880.0	DÉCLINAISON 1880.0
					s	h m s	° ′ ″
12	6.0	1881 Mars... 27	E	W	—0.030	16 20 4.211	—18 10 56.80
		31	»	»	030	169	56.76
13	7.0	1880 Avril... 17[1]	O	W	—0.045	21 49.322	—17 42 57.94
		19	»	S	045	336	61.15
14	8.5	1880 Mai.... 11	O	S	—0.053	22 42.771	—17 58 24.68
		12	»	B	078	663	23.37
15	9.0	1880 Mai.... 17	O	B	—0.087	23 28.311	—18 4 21.62
		30	»	»	087	394	20.61
		1881 Mars... 31	E	W	060	340	21.22
16	8.0	1881 Avril... 3	E	B	—0.069	24 43.192	—17 27 7.67
		6	»	S	045	226	9.25
17	10.0	1881 Mars... 31	E	W	—0.075	28 14.722	—16 43 5.10
		Avril... 7	»	B	105	619	2.69
18	8 5	1880 Avril... 19	O	S	—0.053	28 29 929	—16 0 59.01
		Mai.... 1	»	»	053	888	59.30
19	8.3	1880 Mai.... 18	O	B	—0.092	30 6.151	—16 54 46.86
		30	»	»	074	259	47.21
		1881 Mars... 27	E	W	065	154	47.54
20	9.0	1880 Mai.... 1	O	S	—0.060	32 0.296	—10 36 23.74
		1881 Mars... 31	E	W	060	190	24.21
21	8.0	1880 Avril... 19	O	S	—0.045	32 55.563	—16 22 25.96
		Mai.... 11	»	»	045	546	26.86
22	10.5	1884 Juin.... 19	O	B	—0.114	32 59.658	—15 45 9.51
23	8.8	1880 Mai.... 30	O	B	—0.083	34 13.417	—15 7 15.26
		1881 Mars... 27	E	W	072	420	15.06
		Avril... 7	»	B	083	484	14.61
24	10.5	1884 Juin.... 25	O	B	—0.114	39 30.181	—12 37 48.76
		27	»	»	114	140	49.19
25	8.5	1880 Avril... 19	O	S	—0.053	40 2.835	—13 7 8.43
		Mai.... 11	»	»	053	802	9.96

[1] Observation incertaine. Poids $^1/_2$.

N°	Grandeur.	Jour d'observation.	Position de l'instrument.	Observateur.	Correction relative à l'ordre de grandeur.	ASCENSION DROITE 1880.0	DÉCLINAISON 1880.0
		II. Étoiles pour l'apparition de 1879.					
					s	h m s	° ′ ″
1	8.8	1880 Mai.... 12	O	B	—0.083	16 28 33.491	—25 7 50.98
		17	»	»	083	510	50.80
2	11.0	1883 Juin ... 6	O	B	—0.123	29 19.968	—25 4 59.22
		29	E	W	090	20.025	60.77
		1884 Juin.... 25	O	B	123	19.962	60.10
		27	»	»	123	810	58.32
3	10.0	1881 Avril... 3	E	B	—0.105	29 50.603	—22 45 19.99
		6	»	S	075	576	21.29
4	9.0	1881 Juin. .. 19	E	W	—0.060	30 56.223	—22 11 52.60
		26	»	»	060	285	54.45
		1883 Juin.... 5	O	»	060	207	52.75
5	9.2	1883 Juin.... 22	O	W	—0.063	30 59.683	—23 1 4.93
6	8.0	1881 Avril... 4	E	W	—0.060	31 8.035	—22 38 54.42
		7	»	B	069	071	53.25
7	9.8	1882 Juillet.. 2	O	B	—0.101	33 10.162	—23 24 44.00
		1883 Mai.... 16	»	W	072	136	44.46
		Juin ... 4	»	B	101	097	42.79
8	7.5	1880 Mai.... 12	O	B	—0.078	33 30.033	—20 10 23.42
		1881 Avril... 8	E	W	038	124	23.24
		Juin.... 19	»	»	038	175	23.36
		26	»	»	053	127	22.53
9	9.0	1881 Avril... 3	E	B	—0.087	33 50.819	—21 26 3.49
		6	»	S	060	813	2.64
10	8.3	1880 Mai... 1	O	S	—0.050	35 54.252	—21 6 43.22
		13	»	»	050	211	42.08
11	10.5	1884 Mai. . 21	O	B	—0.114	36 29.876	—20 24 60.01
		Juin ... 19	»	»	114	871	58.64
12	8.3	1880 Mai.. . 18	O	B	—0.092	36 32.221	—20 28 4.31
		1881 Mars... 31	E	W	065	262	4.48
13	8.5	1880 Mai.... 18	O	B	—0.078	41 6.425	—20 43 45.37
		30	»	»	078	426	46.17
		1881 Avril.. 3	E	»	078	298	46.53

N°	Grandeur.	Jour d'observation.	Position de l'instrument	Observateur.	Correction relative à l'ordre de grandeur.	ASCENSION DROITE 1880.0	DÉCLINAISON 1880.0
					s	h m s	° ′ ″
14	8.0	1880 Mai.... 12	O	B	—0.087	16 41 31.534	—19 3 40.66
		1881 Mars... 31	E	W	060	560	42.57
15	8.0	1881 Avril... 4	E	W	—0.060	42 29.814	—18 42 52.49
		7	»	B	087	825	53.26
16	10 5	1881 Avril... 6	E	S	—0 083	42 36.228	—18 30 11.34
		8	»	W	083	343	11.50
		Mai.... 22	»	»	083	466	9.13
17	8.0	1880 Mai.... 11	O	S	—0.045	44 26.029	—17 43 54.63
		13	»	»	045	25.967	54.93
18	10.5	1884 Juin.... 25	O	B	—0.114	45 24 815	—17 34 43.77
19	7.5	1880 Mai.... 12	O	B	—0 078	46 58.828	—17 46 33.87
		18	»	»	078	818	32.83
		1881 Avril... 3	E	»	078	820	33.71
		Mai.... 23	»	»	078	871	33.71
20	9.5	1881 Avril... 6	E	S	—0.068	47 11.193	—16 12 32.41
		7	»	B	096	245	33.04
21	9.5	1881 Mai.... 29	E	B	—0.096	47 15.080	—17 29 28.08
		1882 Juillet.. 2	O	»	096	056	27.65
		1884 Mai.... 21	»	»	096	055	28.29
22	9.8	1881 Avril... 4	E	W	—0.072	48 36.814	—16 55 17.03
		8	»	»	072	722	15.38
		Mai.... 22	»	»	072	828	15.03
23	9.5	1884 Juin.... 19	O	B	—0.096	48 51.822	—13 37 43.20
		25	»	»	096	892	44.02
24	6.5	1880 Avril... 19	O	S	—0.038	49 6.311	—16 36 49.00
		Mai.... 1	»	»	038	200	48.98
25	10.0	1880 Mai.... 18	O	B	—0.105	50 49.702	—13 31 34.57
		30	»	»	105	702	36.51
		1881 Mars... 31	E	W	075	958	37.01
26	7.0	1880 Mai.... 12	O	B	—0 069	51 21.540	—14 11 6.46
		13	»	S	045	530	5.36
27	8.0	1880 Avril... 19	O	S	—0.045	52 30.318	—15 52 46.52
		Mai.... 1	»	»	045	131	45.82

Remarques de M. E.-F. van de Sande Bakhuyzen relatives aux observations précédentes.

Les observations ont été faites au cercle méridien de Leyde par trois observateurs : MM. E.-F. v. d. S. Bakhuyzen, J.-H. Wilterdink et T.-J. Stieltjes. Les ascensions droites sont dépendantes du catalogue fondamental de l'*Astronomische Gesellschaft* de M. Auwers, les déclinaisons sont absolues, ayant été reliées au nadir, corrigées des erreurs de flexion, etc. et conclues au moyen de la latitude.

Les ascensions droites ont subi une correction importante résultant de ce que l'équation personnelle des trois observateurs dépend d'une manière marquée de la grandeur des étoiles. Cette partie de l'équation personnelle a été déterminée en observant des passages d'étoiles à la moitié des fils avec leur éclat naturel, et à l'autre moitié après avoir diminué cet éclat par l'interposition devant l'objectif d'un diaphragme à réseau métallique. Les diaphragmes employés affaiblissaient les images, l'un de 2.6 et l'autre de 4.6 ordres de grandeur. Les déterminations ont été faites entre 1879 et 1882, elles s'accordent assez bien entre elles et j'en ai déduit pour les corrections à appliquer par ordre de grandeur :

pour	E.-F. Bakhuyzen	— $0^{s}.018$
»	J.-H. Wilterdink	— 0.015
»	T.-J. Stieltjes	— 0.015

c'est-à-dire que tous les trois observent trop tard les étoiles plus faibles. Cette correction paraît être sensiblement proportionnelle à l'affaiblissement exprimé en ordres de grandeur.

Les étoiles de comparaison ont été observées en majeure partie avec éclairage des fils. D'après quelques déterminations spéciales, nous avons admis que pour ce genre d'observations l'équation personnelle des trois observateurs est la même que pour des étoiles plus brillantes d'un ordre de grandeur, observées sur champ éclairé. En outre E.-F. B. observe les passages d'étoiles $0^{s}.030$ trop tard lorsqu'elles ont été pointées sur le fil horizontal et sont en partie recouvertes par lui. Comme en général les étoiles ont passé la moitié des fils avant d'être pointées en déclinaison, les observations de E.-F. B. ont été en conséquence corrigées de — $0^{s}.015$.

Dans le tableau des observations une colonne spéciale a été réservée pour ces corrections. Lorsque les ascensions droites ont été ainsi corrigées, il ne semble pas exister de différence sensible entre les résultats obtenus par chacun des trois observateurs.

Les mesures faites dans les deux positions de l'instrument, cercle à l'Est et à l'Ouest, s'accordent assez bien entre elles.

Le tableau des observations exige peu d'explications. La deuxième colonne donne la grandeur des étoiles, la plupart tirées des catalogues et les autres déduites d'évaluations faites à Leyde. La quatrième colonne indique la position de l'instrument (E = cercle à l'Est, O = cercle à l'Ouest); la cinquième, l'initiale du nom de l'observateur (B. W. S. pour Bakhuyzen, Wilterdink et Stieltjes). La sixième colonne renferme la correction en ascension droite relative à l'ordre de grandeur. Viennent ensuite les ascensions droites et déclinaisons pour 1880.0 entièrement corrigées.

Les positions conclues sont les moyennes arithmétiques simples de toutes les observations. Il n'y a d'exception que pour l'étoile 13 de 1873, le poids $^1/_2$ ayant été attribué à l'observation du 17 avril 1880 faite dans de mauvaises conditions.

J'ai comparé nos observations à d'autres observations récentes, ainsi qu'aux positions trouvées dans les catalogues de Lalande, Bessel-Weisse et Argelander-Oeltzen, en tenant compte des corrections systématiques qu'il faut appliquer à ces positions pour les réduire au système de celles de Leyde. Ce travail a été fait en partie pour rechercher s'il existait des mouvements propres. J'en ai trouvé un assez sensible pour l'étoile N° 14 de 1879 et deux autres moins accentués pour les N°s 6 et 13 de la même année.

Voici les données pour ces trois étoiles, la réduction à 1880.0 ayant été calculée d'après les constantes de Struve :

Source.		Epoque.	Position réduite à l'équinoxe moy. 1880.0 et ramenée au syst. de Leyde.		Position réduite à 1880.0 par le mouvement propre conclu.	
			I ☆ 6 1879			
			h m s	° ′ ″	s	″
Lalande	30207	1799	16 31 8.53	—22 38 47.7	8.04	54.2
Arg. Oeltzen	15783,4,5	1850	8.19	50.2	8.01	52.6
Washington	6853	1861 { α 1863, δ 1859 }	8.10	51,7	7.99	53.2
Leyde	6	1881	8.05	53.8	8.06	53.7
Mouvement propre conclu :			— 0ˢ.006	— 0″.08		
			II ☆ 13 1879			
Lalande	30515	1799	16 41 6.87	—20 43 37.5	6.46	46.4
Arg. Oeltzen	15967,8	1850	6.42	41.9	6.27	45.2
Leyde	13	1881	6.38	46.0	6.38	45.9
Mouvement propre conclu :			— 0ˢ.005	— 0″.11		

Source.		Epoque.	Position réduite à l'équinoxe moy. 1880.0 et ramenée au syst. de Leyde.		Position réduite à 1880.0 par le mouvement propre conclu.	
			III ★ 14 1879			
			h m s	° ′ ″	s	″
Lalande	30528	1799	16 41 32.48	−19 3 16.8	31.59	44.3
Arg. Oeltzen	15974	1850	31.78	29.3	31.45	39.5
Leyde	14	1881	31.54	41.9	31.55	41.6
		Mouvement propre conclu :	— 0ˢ.011	— 0″.34		

Les deux premiers mouvements sont encore plus ou moins douteux.

§ 2. Positions déduites de l'ensemble des catalogues et des observations méridiennes.

Lorsque je m'étais occupé pour la première fois des deux apparitions de la comète en 1873 et en 1879, j'avais extrait les positions des étoiles de comparaison de tous les catalogues que je pouvais consulter. Plus tard, lorsque j'ai eu connaissance des excellentes observations de Leyde, je n'ai pas cru devoir, à cause d'elles, rejeter absolument le travail déjà fait. Je l'ai seulement modifié en partie pour adapter les positions que j'avais obtenues à celles que me communiquait M. v. d. S. Bakhuyzen. Tous les résultats de mon calcul sont résumés dans les tableaux qui suivent et que je ferai précéder de quelques explications.

J'ai effectué la réduction des positions d'étoiles, en ascension droite et en déclinaison, aux équinoxes moyens de 1873.0 et de 1879.0, au moyen des constantes données par Th. v. Oppolzer dans son « Lehrbuch zur Bahnbestimmung etc. » v. I, table XI, p. 629. Les valeurs de ces constantes sont déduites des travaux de Le Verrier. Elles diffèrent un peu de celles des constantes de Struve qui sont généralement employées. Mais, que l'on réduise les positions des étoiles avec l'un ou l'autre de ces systèmes de constantes, le résultat est presque identique. Il n'y a de

différence un peu sensible que pour les positions tirées des catalogues anciens. Je les ai citées partout, mais je n'en ai pas tenu compte dans les valeurs adoptées.

Voici les titres de tous les catalogues que j'ai consultés et les abréviations par lesquelles je désigne chacun d'entre eux :

Pi.	*Piazzi*, Catalogue de Palerme, 2me édition. Observations de 1792 à 1813	(1800)
Ll.	*Lalande*, Observations de l'Histoire céleste française, réduites d'après les tables de réduction de E. von Asten (Vjst. supplément à la IIIme année). Les Nos d'après l'édition de la « British Association » de Baily	(1800)
B. W.	Zones de *Bessel* de —15° à +15°, réduction de *Weisse*	(1825)
T. M.	*Taylor*, Catalogue de *Madras*	(1835)
R. H.	*Rümker*, Catalogue de *Hambourg*	(1836)
R. Arm.	*Robinson*, Catalogue d'*Armagh*	(1840)
12 yr.	*Airy*, « Twelve year Catalogue »	(1840 et 1845)
J. R. C. I.	*Johnson*, 1er Catalogue de *Radcliffe*	(1845)
6 yr.	*Airy*, « Six year Catalogue »	(1850)
A. Oe.	Zones australes d'*Argelander*, réduction d'*Oeltzen*	(1850)
Si I.	*Santini*, Catalogue d'étoiles pour les déclinaisons de —10° à —12° 30′	(1850)
Cap C. I.	Catalogue du *Cap* pour l'année 1850	(1850)
N. C.	*Newcomb*, « Catalogue of clock and zodiacal Stars »	(1850)
La. I et II.	*Lamont*, I Zones de —9° à —15°, II Zones au nord de +15° et au sud de —15°	(1850)
B. B. I et II.	*Bonner Beobachtungen*, v. VI. { II. Zone de —14° 40′ à —31° 20′	(1850)
	{ I. Zone de —2° à —14° 40′	(1855)
Si II.	*Santini*, Catalogue d'étoiles pour les déclinaisons de —12° 30′ à —15°	(1860)
R. C. II.	2d Catalogue de *Radcliffe*	(1860)
Y. Wa.	*Yarnall*, Catalogue de *Washington*	(1860)
7 yr.	*Airy*, « Seven year Catalogue »	(1860)
Cap C. II.	Catalogue du *Cap* pour l'année 1860	(1860)
N. 7 yr.	*Airy*, « New seven year Catalogue »	(1864)
9 yr.	*Airy*, « Nine year Catalogue »	(1872)
Z. Co.	Zones de *Cordoba*, v. VIII des observations de l'observatoire argentin de Cordoba.	(1875)

Outre les observations de Leyde dont le détail a été donné plus haut, j'ai employé quelques autres *observations méridiennes*. Elles sont indiquées dans les tableaux par le nom de l'observatoire où elles ont été faites et par leur numéro d'ordre. Il y en a provenant des observatoires de Berlin, Greenwich, Cordoba et Pola.

Les observations de *Berlin* se trouvent dans les *A. N.* v. 84, p. 244. Elles ont été faites par M. le prof. Tietjen et sont réduites à 1870.0.

Les observations de *Cordoba* sont publiées dans les *A. N.* v. 97, p. 287 et sont dues à M. Thome. Elles sont rapportées à 1879.0.

Les observations de *Pola*, faites par M. J. Palisa sont consignées dans les *A. N.* v. 98, p. 141 et sont réduites à 1880.0.

Je n'ai pas employé les observations de *Greenwich* telles qu'elles sont publiées dans le volume des « Greenwich observations » pour 1873, p. 16-17. Je leur ai préféré les positions presque identiques du « Nine year Catalogue. »

Là où le nom de l'observatoire est suivi du mot *micr.* (micromètre), cela signifie que la position de l'étoile a été obtenue par comparaison micrométrique avec une autre étoile. M. v. d. S. Bakhuyzen a pu déterminer au cercle méridien de Leyde les positions de la plupart de ces étoiles. Pour les autres, trop faibles, il a déterminé à nouveau les positions des étoiles qui ont servi à la comparaison micrométrique. Des quelques étoiles dont la position n'a pu être obtenue directement à cause de leur petitesse, l'une a servi à une observation faite à Clinton en 1873 par M. le prof. C.-A.-F. Peters, les autres à quelques observations de M. Tempel à Arcetri (Florence) en 1879. Pour celles-ci j'ai pu, grâce aux renseignements donnés par M. Tempel, corriger leur position de l'influence de la réfraction.

Lorsque je possédais pour une étoile une position déterminée à Leyde, je l'ai toujours préférée; j'y ai joint parfois les positions données par les meilleurs catalogues récents, mais en général je l'ai adoptée à l'exclusion des autres, quelque concordantes que fussent celles-ci. Je suis en effet parti de l'idée que lorsqu'on disposait, comme c'était mon cas, d'un ensemble de bonnes observations formant un tout presque complet, il fallait en profiter dans la plus large mesure possible.

Quand les étoiles n'avaient pas été observées à Leyde, ce qui était l'exception, j'ai adopté pour leurs positions les meilleures valeurs récentes, en les ramenant, lorsque c'était possible, au système des observations de Leyde.

Pour ce travail de *réduction des positions des différents catalogues au système de Leyde*, les données qui me faisaient défaut m'ont été fournies par M. v. d. S. Bakhuyzen avec sa complaisance habituelle, et je lui dois la plupart des éléments de réduction indiqués ci-dessous.

Les positions d'étoiles de Leyde dépendent en *ascension droite* du catalogue fondamental de M. Auwers (Fundamental Catalog für die Zonen-Beobachtungen etc., Publ. XIV de l'Astron. Gesellschaft; et Mittlere Oerter von 83 südlichen Sternen etc., Publ. XVII). La réduction au système de Leyde se fait donc au moyen des mêmes valeurs que la réduction au F. C. de M. Auwers.

Pour les *déclinaisons*, qui sont absolues, M. v. d. S. Bakhuyzen a comparé celles des étoiles fondamentales déterminées antérieurement à Leyde et réduites avec les mêmes éléments [1], à celles que donne M. Auwers, et il trouve ainsi pour la partie du ciel où la comète a été observée en 1873 et en 1879 :

Réduction Leyde—Auwers F. C.
α entre 16^h et 17^h.

δ	$\Delta\delta$	δ	$\Delta\delta$	δ	$\Delta\delta$	δ	$\Delta\delta$
°	"	°	"	°	"	°	"
— 9	+ 0.46	— 13	+ 0.66	— 17	+ 0.86	— 21	+ 0.91
— 10	+ 0.49	— 14	+ 0.73	— 18	+ 0.89	— 22	+ 0.90
— 11	+ 0.53	— 15	+ 0.78	— 19	+ 0.91	— 23	+ 0.86
— 12	+ 0.59	— 16	+ 0.83	— 20	+ 0.91	— 24	+ 0.79
						— 25	+ 0.67

Pour quelques catalogues récents, on trouve dans la Publ. XVII, p. 27 et 28, les réductions au F. C. de M. Auwers. En tenant compte du tableau précédent pour les déclinaisons, on obtient la réduction au système de Leyde. C'est le cas pour le 7yr. Cat., le 9yr Cat., le Wash. Cat. et le Cap Cat. II.

Pour quelques autres catalogues ou observations méridiennes récentes, il faut procéder autrement :

1. *Catalogue du Cap pour 1850.* M. Downing a donné dans les M. N. (v. XLV, p. 299 et v. XLVI, p. 365) des tables de réduction des catalogues du Cap pour les années 1850 et 1860 au catalogue du Cap pour 1840. En les combinant on trouve la réduction de 1850 à 1860, et par les tables de réduction du catalogue de 1860 au F. C. de M. Auwers (Publ. XVII, p. 27-28) et du F. C. au système de Leyde en déclinaison, on déduit facilement les valeurs des réductions : Leyde — Cap Cat. 1850.

2. *Newcomb, « Catalogue of 1098 Standard clock and zodiacal Stars, etc. »* Le sys-

[1] Ces éléments de réduction diffèrent un peu de ceux qui ont été employés pour former le catalogue du v. II des Annales de l'Observatoire de Leyde. Ce catalogue ne contient que très peu d'étoiles australes et l'on ne pouvait utiliser ici la table de réduction donnée par M. Auwers dans la Publ. XVII, p. 27 pour « Leiden Ann. II. »

tème de ce catalogue étant à peu près identique à celui de l'« American Ephemeris » pour 1883, on trouve dans le « Berl. Jahrbuch » pour 1884 la réduction au F. C donnée par M. Auwers. On en déduit:

Leyde—Newcomb : $\alpha = 16^h\ 20^m$.

$\delta = -18°$	$\Delta\alpha = -0^s.023$	$\Delta\delta = +0''.34$
-20	-0.023	$+0.30$

Ces différences ne sont exactes rigoureusement que pour 1883, mais on peut négliger leur variation pendant un petit nombre d'années.

3. *Observations méridiennes de Berlin*. Elles dépendent en ascension droite et en déclinaison du catalogue provisoire des « Anhaltsterne, » c'est-à-dire du système de Poulkowa 1845, tel qu'il a été établi par M. Auwers en 1869. En utilisant la réduction de ce système au 7yr Cat. telle qu'elle est donnée dans la Vjst v. IV, p. 321 et la combinant avec celle du 7yr Cat. au F. C. (Publ. XVII, p. 27), on obtient pour la réduction approximative Leyde—Berlin :

$$\Delta\alpha = +0^s.04= \qquad \Delta\delta = +0''.7$$

Je n'ai trouvé nulle part les éléments nécessaires pour réduire au système de Leyde les positions des zones de Cordoba, ni les observations méridiennes de Cordoba et de Pola. Je les ai donc conservées telles quelles.

Pour les catalogues plus anciens, je distingue entre les ascensions droites et les déclinaisons :

I *Ascensions droites*. Il faut avant tout établir les relations entre le F. C. de M. Auwers d'une part, et les systèmes fondamentaux de Newcomb (On the Right Ascensions of the equatorial fundamental Stars) et de Wolfers (éléments de réduction d'Argelander dans le v. VII des « Bonner Beobachtungen ») d'autre part. En employant divers intermédiaires on finit par obtenir :

Auwers F. C. — Newcomb $\Delta\alpha = +0^s.013 - 0^s.00087\ (T - 1850)$
Auwers F. C. — Wolfers $\Delta\alpha = 0.000 - 0.00087\ (T - 1850)$

Cette dernière relation m'a servi à trouver la réduction au système de Leyde pour la plupart des catalogues anciens, pour lesquels la réduction au système de Wolfers est donnée dans le v. VII des « Bonner Beobachtungen. »

Pour les catalogues de Lalande, Bessel-Weisse et Argelander-Oeltzen, qui ont fourni un plus grand nombre de positions, j'ai utilisé les réductions que m'a communiquées

M. v. d. S. Bakhuyzen, et qui ont été obtenues en faisant aussi usage de la relation entre Auwers et Newcomb.

1. *Lalande*. Les ascensions droites réduites d'après les tables de v. Asten concordent avec celles de Piazzi. En prenant la moyenne entre les valeurs obtenues en passant par les systèmes fondamentaux de Newcomb et de Wolfers, on trouve :

$$\text{Auwers F. C.} - \text{Piazzi} : \Delta\alpha = +\,0^s.18 + 0^s.028\,\frac{\delta - 10°}{10°}$$

2. *Bessel-Weisse* I. En passant par Newcomb on trouve :

$$\text{Auwers F. C.} - \text{Weisse} = -\,0^s.006 + 0^s.052 \sin(\alpha - 45°)$$

ce qui donne pour α entre 16^h et 17^h $\Delta\alpha = -\,0^s.03$.

En passant par Wolfers on trouverait : $\Delta\alpha = +0^s.006$, sans terme dépendant de l'ascension droite. C'est la première valeur qui a été adoptée.

3. *Argelander-Oeltzen* (Südl. Zonen). Les positions de ce catalogue dépendent du Catalogus Aboensis d'Argelander pour 1850. Les réductions obtenues par l'intermédiaire des systèmes fondamentaux de Newcomb et de Wolfers s'accordent assez bien pour la zone équatoriale. On trouve en effet pour la réduction Auwers F. C. — Arg. Oeltzen :

$$\text{Par Newcomb} : \Delta\alpha = +\,0^s.040 - 0^s.006\,\frac{\delta - 10°}{10°}$$

$$\text{Par Wolfers} : \Delta\alpha = +\,0\,.049$$

J'adopte ici pour δ entre $-15°$ et $-25°$: $\Delta\alpha = +\,0^s.05$.

II *Déclinaisons*. M. Auwers a publié dans les numéros 1532 à 1536 des *A. N.* (v. 64) des tables de réduction pour tous les catalogues jusqu'au 7yr Cat. inclusivement, à un système normal adopté par lui. Pour utiliser actuellement ces tables de réduction il faut les rapporter au F. C., et M. Auwers donne la réduction de son système normal (S. N.) au F. C. dans la Publ. XIV, p. 12. Par ses nouvelles recherches consignées dans la Publ. XVII, ces relations changent un peu pour les déclinaisons australes, et l'on obtient le mieux les réduction F. C. — S. N. par l'intermédiaire des réductions du 7yr. Cat. à ces deux systèmes. Puis additionnant le tableau de ces valeurs à celui des réductions Leyde—Auwers F. C. (p. 45) on obtient la réduction de Leyde au système normal de M. Auwers, ce qui permet d'utiliser directement les tables du N° 1536 des *A. N.* On trouve ainsi :

Réduction Leyde—Auwers syst. normal.

α entre 16h et 17h.

δ	Δδ	δ	Δδ	δ	Δδ	δ	Δδ
°	"	°	"	°	"	°	"
— 9	— 0.30	— 13	— 0.23	— 17	— 0.11	— 21	— 0.14
— 10	— 0.30	— 14	— 0.19	— 18	— 0.10	— 22	— 0.14
— 11	— 0.29	— 15	— 0.15	— 19	— 0.10	— 23	— 0.17
— 12	— 0.27	— 16	— 0.12	— 20	— 0.12	— 24	— 0.20
						— 25	— 0.27

Les deux tableaux suivants contiennent, séparément pour les apparitions de 1873 et de 1879, toutes les positions des étoiles de comparaison ramenées à l'équinoxe moyen de 1873.0 ou de 1879.0. Dans chacun de ces tableaux les étoiles sont classées d'après leur ascension droite. La première colonne indique le numéro d'ordre de l'étoile. La deuxième la source en abrégé. La troisième la grandeur de l'étoile telle que la donnent les catalogues. La quatrième et la cinquième le nombre d'observations et l'année où elles ont été faites; tous les catalogues ne fournissent pas ces données, et elles figurent dans les tableaux, tantôt réunies, tantôt séparées, suivant que le nombre et l'époque coïncident ou non en ascension droite et en déclinaison. La sixième et la huitième colonne renferment les ascensions droites et les déclinaisons moyennes rapportées aux équinoxes de 1873.0 ou de 1879.0. La septième et la neuvième la valeur des réductions au système de Leyde, que j'ai préféré ne pas appliquer directement aux valeurs tirées des catalogues. Enfin la dixième colonne renferme des observations de nature diverse : l'abréviation *ad.* indique la valeur adoptée pour la position de l'étoile; lorsque plusieurs positions ont été employées simultanément, le détail en est donné. J'y ai joint quelques remarques ou corrections et les valeurs des mouvements propres (m. p.) trouvées par M. v. d. S. Bakhuyzen ou par moi-même, ou indiquées dans le catalogue de Newcomb.

Étoiles de comparaison pour l'apparition de 1873.

N°	CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1873.0	Réd. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1873.0	Réd. au syst. Leyde.	REMARQUES
					h m s	s	° ′ ″	″	
1	Pi. XVI[h] 17	8	3 5		16 7 21.83	+0.09	−22 3 17.4	−1.9	
	Ll. 29547	7	1	1799.4	21.73	+0.09	18.8	−1.9	
	T. M. 7545	8	2 4		21.82	−0.07	21.7	−0.6	
	A. Oe. 15424.5	7—8	2	1850.4	21.54	+0.05	21.6	−1.7	
	Leyde 1	7.3	2	1884.4	21.50		22.7		ad.
2	A. Oe. 15528.9.0	8—9	3	1850.8	16 12 58.20	+0.05	−21 11 58.9	−1.6	
	Leyde 2	8.7	2	1880.3	58.23		12 0.2		ad.
3	A. Oe. 15541.2	6—7	2	1850.4	16 13 12.30	+0.05	−21 31 58.0	−1.6	
	Y. Wa. 6749	8.0	2 2	1860.5 1856.9	12.16	+0.05	59.3	+0.5	
	Leyde 3	6.8	2	1880.3	12.19		32 0.2		ad.
4	A. Oe. 15553	9	1	1849.4	16 13 49.35	+0.05	−21 48 7.1	−1.6	
	Leyde 4	9.0	3	1881.0	49.34		11.0		ad.
5	A. Oe. 15557,8.9.0	8—9	4	1850.7	16 14 39.55	+0.05	−21 21 0.1	−1.6	
	Berlin 99		1		39.48	+0.04	4.4	+0.7	
	Leyde 5	8.6	2	1881.3	39.49		1.9		ad.
6	A. Oe. 15565.6.7	7—8	3	1850.7	16 15 16.57	+0.05	−22 48 56.0	−1.7	
	Y. Wa. 6763	7.6	4 3	1864.5 1868.2	16.48	−0.06	57.9	+0.4	
	Leyde 6	7.7	2	1884.4	16.45		59.8		ad.
7	A. Oe. 15573.4	9	2	1850.4	16 15 41.42	+0.05	−20 58 57.1	−1.6	
	Leyde 7	9.0	2	1881.3	41.66		58.0		ad.
8	Pi. XVI[h] 64	5	20 17		16 46 40.53	+0.10	−19 44 10.5	−2.0	
φ	Ll. 29806.7	5	2	1798.4	40.67	+0.10	12.3	−2.0	
Oph.	T. M. 7610	5	9 4		40.58	−0.06	14.3	−0.5	
	B. H. 5400	5	2 1	1840	39.99	+0.08	18.2	+0.4	
	12 yr. 1349	5	5	1840	40.32	+0.08	14.7	+0.4	
	R. Arm. 3399	5	6 1		40.47	+0.04	14.8	−0.4	
	12 yr. 1349	5	5	1847	40.44	+0.07	15.6	0.0	
	J. R. C. I 3536	5.5	3 1	1848.5	40.49	+0.02	15.2	+0.5	
	6 yr. 1044	5	2 4	1848.9 1849.3	40.54	+0.07	14.5	−0.1	
	N. C. 728	4.8	40	1850.0	40.46	−0.02	15.1	+0.3	m. p. —0ˢ.0016 —0″.075.
	A. Oe. 15590,1.2	6	3	1850.4	40.46	+0.05	13.0	−1.5	
	Cap C. I 3015	5	3 1	1851.5 1850.4	40.42	+0.08	16.0	−0.6	
	Cap C. II 681	5	3 4	1858.3	40.51	+0.05	15.7	0.0	
	R. C. II 1574	5.5	6 2	1858.7 1858.5	40.44	+0.04	17.1	+0.2	
	Y. Wa. 6779	5.1	15 51	1859.7 1857.9	40.38	+0.05	15.6	+0.5	
	7 yr. 1318	5	3	1859.4	40.40	+0.05	16.4	+0.3	
	N. 7 yr. 1856	5	3	1866.4	40.41	+0.05	16.9	+0.3	
	9 yr. 1477	5	7	1870.0	40.43	+0.02	14.6	−1.4	
	Leyde 8	6.0	2	1880.3	40.44		16.3		
	Pola 615		2	1880.5	40.37		17.9		
					16 16 40.45		−19 44 16.3		ad. : $\frac{\text{N. 7 yr.(réd.)} + \text{9 yr.(réd.)} + \text{Leyde}}{3}$

N°	CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1873.0	Réd. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1873.0	Réd. au syst. Leyde.	REMARQUES
					h m s	s	° ′ ″	″	
9	A. Oe. 15593.5	8	2	1851.5	16 46 50.75	+0.05	—22 21 23.2	—1.7	
	Y. Wa. 6780	8.2	3 2	1865.5 1867.5	50.64	+0.06	26.1	+0.4	
	Leyde 9	8.0	2	1884.5	50.77		27.4		ad.
10	Pi. XVI^h 68	7—8	14 12		16 17 47.57	+0.09	—23 9 48.9	—1.9	
	Ll. 29840	7	1	1799.4	47.40	+0.09	42.0	—1.9	
	A. Oe. 15613.4,5	7—8	3	1850.1	47.67	+0.05	50.6	—1.7	
	Z. Co. 1267	7	1	1873.5	47.69		55.3		
	Y. Wa. 6786	8.0	7.3	1875.2 1874.8	47.41	+0.06	53.9	+0.4	
	Leyde 10	7.4	2	1884.4	47.49		54.2		ad.
11	Athènes micr.	9	9	1873.5	16 17 56.47		—20 1 49.0		reliée à 8.
	Leyde 11	9.0	4 2	1880.8	56.67		42.0		ad.
12	Pi. XVI^h 80	5	7 8		16 19 39.53	+0.10	—18 9 53.2	—2.2	
χ	Ll. 29894	5 ½	1	1798.4	39.76	+0.10	53.5	—2.2	
Oph.	T. M. 7633	5	8 5		40.00	—0.06	56.5	—0.4	
	R. Arm. 3411	5	1 2		39.81	+0.04	54.9	—0.4	
	12 yr. 1354	6	10 6	1846 1847	39.88	+0.07	56.9	0.0	
	N. C. 730	4.6	28	1850.0	39.92	—0.02	56.9	+0.3	m. p. $-0^s.0019$ $-0''.043$.
	A. Oe. 15646	6	1	1850.4	39.97	+0.05	52.2	—1.5	
	Cap C. I 3032	5	3 1	1852.3 1850.2	39.90	+0.09	55.4	—0.6	
	7 yr. 1325	6	3	1860.1	39.87	+0.05	57.6	+0.3	
	N. 7 yr. 1860	6	4	1864.4	39.85	+0.05	57.7	+0.3	
	Y. Wa. 6795	4.5	5 5	1865.3 1872.1	39.85	+0.05	58.3	+0.5	
	9 yr. 1484	6	2	1869.3	40.01	+0.02	54.4	—1.4	
	Leyde 12	6.0	2	1881.2	39.91		57.4		
					16 19 39.90		—18 9 57.5		ad. : $\frac{\text{N.7yr.(réd.)} + \text{Y.Wa.(réd.)} + \text{Leyde}}{3}$
13	Ll. 29947	7	1	1798.4	16 21 24.73	+0.10	—17 41 58.3	—2.2	
	A. Oe. 15661	7	1	1850.4	24.83	+0.05	57.3	—1.4	
	Leyde 13	7.0	2	1880.3	25.12		42 1.7		ad.
14	A. Oe. 15681	8—9	1	1850.4	16 22 18.31	+0.05	—17 57 24.0	—1.4	
	Leyde 14	8.5	2	1880.3	18.46		26.1		ad.
15	A. Oe. 15691	9	1	1850.4	16 23 3.67	+0.05	—18 3 20.0	—1.5	
	Leyde 15	9.0	3	1880.7	4.07		23.7		ad.
16	Ll. 30030	8	1	1798.4	16 24 18.73	+0.10	—17 26 8.8	—2.2	
	A. Oe. 15703.4	8	2	1849.9	19.01	+0.05	9.7	—1.4	
	Berlin 102		2		19.00	+0.04	13.0	+0.7	
	Leyde 16	8.0	2	1881.3	19.02		11.7		ad.
17	Berlin 103		3		16 27 50.67	+0.04	—16 42 9.3	+0.7	
	Leyde 17	10.0	2	1881.3	50.59		9.1		ad
18	Ll. 30134	8 ½	1	1799.4	16 28 5.52	+0.11	—15 59 58.0	—2.3	
	A. Oe. 15756.7	8—9	2	1849.9	5.90	+0.05	—16 0 0.3	—1.4	
	Leyde 18	8.5	2	1880.3	5.94		4.5		ad.

•	CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1873.0	Réd. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1873.0	Réd. au syst. Leyde.	REMARQUES
					h m s	s	° ′ ″	″	
9	Ll. 30172	8 ½	1	1799.4	16 29 41.74	+0.11	—16 53 45.7	—2.3	
	A. Oe. 15769,0,1	8—9	3	1850.1	42.04	+0.05	48.1	—1.4	
	Leyde 19	8.3	3	1880.7	42.06		53.4		ad.
0	Clinton micr.	11		1873.4	16 29 47.34		—16 26 57.4		reliée à 22, ad.
1	9 yr. 1507	10	3	1873.5	16 30 18.24	+0.03	—16 7 13.1	—1.3	ad. réd. au syst. de Leyde.
2	Ll. 30197	8 ½	1	1799.4	16 30 19.40	+0.11	—16 35 25.2	—2.3	
	A. Oe. 15776,7	8	2	1851.0	19.67	+0.05	21.0	—1.4	
	Berlin 104		2		19.56	+0.04	27.2	+0.7	
	9 yr. 1508	8	2	1873.4	19.75	+0.03	23.4	—1.3	
					16 30 19.69		—16 35 25.6		ad. : $\frac{\text{Berlin} + 9\text{ yr.}}{2}$ réd. au syst. de Leyde.
3	B. W. XVI[h] 579	9	1		16 31 37.22	—0.03	—10 35 24.8	+1.0	
	Si. I 1853	9	2		37.18	+0.05	31.8	—0.3	
	Leyde 20	9.0	2	1880.8	37.12		31.3		ad.
4	Ll. 30264	8 ½	1	1799.4	16 32 31.52	+0.11	—16 21 31.8	—2.3	
	A. Oe. 15817,8,9,0	8	4	1850.2	31.44	+0.05	29.8	—1.4	
	Leyde 21	8.0	2	1880.3	31.51		34.2		ad.
5	9 yr. 1511	11	3 4	1873.5	16 32 35.81	+0.03	—15 44 16.0	—1.3	
	Leyde 22	10.5	1	1884.5	35.71		17.4		
					16 32 35.77		—15 44 17.4		ad. : $\frac{\text{Leyde} + 9\text{ yr. réd.}}{2}$
6	B. W. XVI[h] 624	9	2		16 33 49.42	—0.03	—15 6 23.6	+1.3	
	La. II 334	8—9	3	1846.5	49.34	—0.06	20.6	—0.1	
	A. Oe. 15838	8—9	1	1849.5	49.56	+0.05	13.5	—1.4	erreur probable en δ.
	Si. II 1502	8—9	3		49.47	+0.12	20.4	0.0	
	Leyde 23	8.8	3	1881.0	49.59		23.6		ad.
7	Poulkowa micr.	11		1873.3	16 37 30.46		—12 36 0.5		reliée à 29, ad.
8	Berlin 105		2		16 38 7.02	+0.04	—12 52 2.9	+0.7	ad. réd. au syst. de Leyde, α corrigée de + 1[m] d'après indication de M. Tietjen, et de M. Knorre (Publ. XVIII, p. 50).
9	Leyde 24	10.5	2	1884.5	16 39 6.70		—12 37 0.6		ad.
0	Ll. 30488	8	1	1798.4	16 39 39.36	+0.11	—13 6 20.8	—2.5	
	B. W. XVI[h] 738	8—9	2		39.61	—0.03	18.9	+1.2	
	La. I 2019	9—10	1	1847.5	39.50	—0.06	23.0	—0.2	
	Si. II 1507	8—9	4		39.13	+0.12	19.2	0.0	
	Leyde 25	8.5	2	1880.3	39.27		21.1		ad.

Étoiles de comparaison pour l'apparition de 1879.

N°	CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1879.0	Réd. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1879.0	Réd. au syst. Leyde.	REMARQUES
					h m s	s	° ′ ″	″	
1	Arcetri micr.	13	4	1879.5	16 28 9.74		—25 12 38.9		reliée à 2, ad.
2	A. Oe. 15754,5	8—9	2	1850.4	16 28 30.02	+0.05	—25 7 40.4	—1.9	
	Z. Co. 1949	8 ½	2	1873.5	30.15		41.6		
	Leyde 1	8.8	2	1880.4	29.85		43.1		ad.
3	Z. Co. 2016	10	1	1873.5	16 29 16.01		—25 4 50.9		
	Leyde 2	11.0	4	1884.0	16.29		51.9		ad.
4	Arcetri micr.	14	4	1879.5	16 29 22.00		—22 36 54.0		reliée à 8, ad.
5	Cordoba	10	4	1879.5	16 29 46.95		—22 45 12.3		
	Leyde 3	10.0	2	1881.3	47.00		12.9		ad.
6	A. Oe. 15779,0	9	2	1851.4	16 30 52.41	+0.05	—22 11 41.3	—1.7	
	Leyde 4	9.0	3	1882.2	52.66		45.7		ad.
7	A. Oe. 15781	9	1	1851.4	16 30 55.91	+0.05	—23 0 56.1	—1.7	
	Z. Co. 2138	9 ½	1	1873.5	56.10		54.4		
	Cordoba	9 ¼	5	1879.5	56.14		54.2		
	Leyde 5	9.2	1	1883.5	56.09		57.3		ad.
8	Ll. 30207	8	1	1799.4	16 31 4.74	+0.09	—22 38 38.0	—1.9	m. p. d'après M. v. d. S. B.
	A. Oe. 15783,4,5	7—8	3	1850.8	4.52	+0.05	40.9	—1.7	—0ˢ.006 —0″.08.
	Y. Wa. 6853	7.8	6 5	1862.8 1859.2	4.43	+0.06	44.5	+0.4	
	B. B. II XVIʰ 41	7.5	1	1863.4	4.51	0.00	41.0	—0.2	
	Cordoba	8 ¼	4	1879.5	4.36		44.4		
	Leyde 6	8.0	2	1881.3	4.47		46.3		ad.
9	Cordoba	10 ½	3	1879.5	16 31 6.28		—23 7 38.8		ad.
10	Cordoba	9 ¾	4	1879.5	16 33 6.44		—23 24 36.4		
	Leyde 7	9.8	3	1883.1	6.52		36.3		ad.
11	Pi. XVIʰ 137	7—8	8 9		16 33 26.52	+0.10	—20 10 15.6	—2.0	
	Ll. 30276	6	1	1798.4	26.34	+0.10	16.1	—2.0	δ corrigée de +1′.
	T. M. 7714	7	2 3		26.36	—0.07	11.6	—0.5	
	A. Oe. 15822,3	7—8	2	1850.0	26.69	+0.05	13.9	—1.6	
	Y. Wa. 6869	6.0	2 3	1876.5 1871.2	26.54	+0.05	15.8	+0.5	
	Leyde 8	7.5	4	1881.2	26.59		15.7		ad.
12	Arcetri micr.	9		1879.5	16 33 46.90		—21 25 57.8		reliée à 15.
	Leyde 9	9.0	2	1881.3	47.26		55.7		ad.
13	Arcetri micr.	12	4	1879.5	16 35 28.47		—20 43 16.8		reliée à 18, ad.

	CATALOGUE	Grandeur.	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1879.0	Réd. au syst. Leyde.	DÉCLINAISON 1879.0	Réd. au syst. Leyde.	REMARQUES
					h m s	s	° ′ ″	″	
4	A. Oe. 15868,9	8—9	2	1850.5	16 35 50.80	+0.05	—21 6 33.1	—1.6	
	Y. Wa. 6894	8.5	3 2	1865.5 1869.5	50.75	+0.05	35.3	+0.5	
	Leyde 10	8.3	2	1880.4	50.68		35.5		ad.
	Pola 622	9	2	1880.5	50.74		37.9		
5	A. Oe. 15870	9	1	1851.5	16 35 54.43	+0.05	—21 27 21.6	—1.6	ad. réd. au syst. de Leyde.
	Pola 623	9	1	1880.5	54.76		26.7		δ corrigée de —1′ d'après M. Palisa (Publ. XVIII p. 50).
6	Leyde 11	10.5	2	1884.4	16 36 26.34		—20 24 52.2		ad.
7	Ll. 30381	7 ½	1	1798.4	16 36 29.00	+0.10	—20 27 55.5	—2.0	δ corrigée de + 5′.
	A. Oe. 15881,2	8—9	2	1849.4	28.75	+0.05	52.1	—1.6	
	Y. Wa. 6902	7.6	4 3	1864.5	28.73	+0.05	56.4	+0.5	
	Leyde 12	8.3	2	1880.8	28.70		57.3		ad.
8	Ll. 30515	9	1	1798.4	16 41 3.11	+0.10	—20 43 28.5	—2.0	m. p. d'après M. v. d. S. B.
	A. Oe. 15967,8	8—9	2	1850.0	2.78	+0.05	33.5	—1.6	—0ˢ.005 —0″.11.
	Leyde 13	8.5	3	1880.7	2.84		39.2		ad.
9	Ll. 30528	8	1	1798.4	16 41 28.75	+0.10	—19 3 7.7	—2.1	m. p. d'après M. v. d. S. B.
	A. Oe. 15974	8	1	1850.4	28.18	+0.05	21.0	—1.5	—0ˢ.010 —0″.34.
	Leyde 14	8.0	2	1880.8	28.04		34.9		
					16 41 28.06		—19 3 34.3		ad. en tenant compte du m. p.
0	Ll. 30555	8	1	1798.4	16 42 25.92	+0.10	—18 42 46.9	—2.1	
	A. Oe. 15994	8	1	1850.4	26.12	+0.05	42.1	—1.5	
	Leyde 15	8.0	2	1881.3	26.32		46.2		ad.
1	Leipzig micr.			1879.4	16 42 32.51		—18 30 5.1		reliée à A. Oe. 15994 (20).
	Leyde 16	10.5	3	1881.3	32.85		4.0		ad.
2	Arcetri micr.	11	7	1879.4	14 42 40.31		—18 37 27.2		reliée à 20, ad.
3	Ll. 30617	8 ½	1	1798.4	16 44 22.16	+0.10	—17 43 46.6	—2.2	
	A. Oe. 16034	8	1	1850.4	22.27	+0.05	42.2	—1.4	
	Leyde 17	8.0	2	1880.3	22.52		48.3		ad.
4	Rio de Janeiro micr.			1879.4	16 45 17.66		—17 35 23.3		reliée à 23, erreur en α et en δ.
	Leyde 18	10.5	1	1884.5	21.34		34 37.4		ad.
5	Ll. 30681	8	1	1798.4	16 46 55.10	+0.10	—17 46 20.0	—2.2	
	A. Oe. 16080	7—8	1	1850.4	55.13	+0.05	26.3	—1.4	
	Leyde 19	7.5	4	1880.9	55.36		27.2		ad.
6	A. Oe. 16084	9—10	1	1849.5	16 47 7.55	+0.05	—16 12 25.5	—1.4	
	Leyde 20	9.5	2	1881.3	7.78		26.5		ad.

N°	CATALOGUE	Grandeur	Nombre d'obs. α δ	Année d'obs. α δ	ASCENSION DROITE 1879.0	Réd. au syst. Leyde	DÉCLINAISON 1879.0	Réd. au syst. Leyde	REMARQUES
					h m s	s	° ′ ″	″	
27	Leipzig micr.			1879.4	16 47 11.43		—17 29 21.9		reliée à A. Oe. 16080 (25).
	Leyde 21	9.5	3	1882.8	11.59		21.7		ad.
28	Leipzig micr.			1879.4	16 48 32.88		—16 55 5.3		rel. à $\frac{\text{A. Oe. 16123} + 2\ \text{Y. Wa. 7008}}{3}$ (30)
	Leyde 22	9.8	3	1881.3	33.33		9.7		ad.
29	Leyde 23	9.5	2	1884.5	16 48 48.48		—13 37 37.5		ad.
30	Pi. XVI[h] 232	6	10 11		16 49 2.28	+0.11	—16 36 46.1	—2.3	
	Ll. 30750	6 ½	1	1799.4	2.62	+0.11	43.5	—2.3	
	T. M. 7842	6	3 3		2.72	—0.06	43.1	—0.5	
	R. II. 5585	6	1 1	1843	2.37	+0.08	40.5	+0.8	
	Cap C. I 3163	6	2 1	1851.6 1850.6	2.61	+0.10	45.7	—0.6	
	A. Oe. 16123	6—7	1	1851.5	2.75	+0.05	39.3	—1.4	
	N. 7 yr. 1909	6	7	1864.8	2.68	+0.05	42.9	+0.2	
	Y. Wa. 7008	6.6	3 2	1862.8 1867.5	2.68	+0.04	43.8	+0.4	
	Leyde 24	6.5	2	1880.3	2.81		42.9		ad.
31	Arcetri micr.	10		1879.3	16 50 46.70		—13 31 35.2		reliée à 34.
	Leyde 25	10.0	3	1880.7	46.41		30.1		ad.
32	Ll. 30816	7 ½	1	1798.4	16 51 18.34	+0.11	—14 10 51.8	—2.5	
	B. W. XVI[h] 939	7	1		18.11	—0.03	11 1.0	+1.2	
	La. I 2034	7—8	5	1850.3	18.23	—0.06	10 59.9	—0.2	
	Si. II 1517	7—8			18.00	+0.12	55.8	0.0	
	Leyde 26.	7.0	2	1880.4	18.14		11 0.0		ad.
33	Ll. 30849	8	1	1799.4	16 52 26.45	+0.11	—15 52 37.7	—2.3	
	T. M. 7865	7	5 1		27.21	—0.06	40.8	—0.5	
	R. II. 5608	8—9	1 1	1839	25.50	+0.08	38.4	+0.8	
	A. Oe. 16181	8	1	1849.5	26.66	+0.05	35.9	—1.4	
	La. II 354	7	1	1863.5	26.90	—0.06	38.2	—0.1	
	Leyde 27	8.0	2	1880.3	26.79		40.4		ad.
34	Pi. XVI[h] 260	8	8 8		16 54 21.85	+0.11	—13 22 3.6	—2.5	m. p. probable en δ, —0″.32.
	Ll. 30903.4	7	2	1798.4	21.73	+0.11	2.8	—2.5	
	T. M. 7879	7	5 5		21.29	—0.05	18.5	—0.5	
	La. I 2041	8	1	1847.5	21.75	—0.06	21.1	—0.2	
	Cap C. I 3180	7	1 1	1851.7 1850.2	21.85	+0.11	22.6	—0.6	
	R. C. II 1616	6.8	2 4	1859.0 1857.7	21.66	+0.04	26.6	+0.5	
	B. B. I XVI[h]	6.8	4	1866.5	21.76	0.00	27.6	—0.2	
					16 54 21.71		—13 22 32.4		ad.: $\frac{\text{R.C. II} + \text{B.B. I}}{2}$ réd. au syst. de Leyde en tenant compte du m. p en δ.

IV. DEUXIÈME APPARITION, 1873

§ 1. Éphéméride.

Les éléments qui ont servi de base à ce calcul sont ceux de la p. 34, déduits de la première discussion de cette apparition et corrigés d'après le calcul des perturbations de la période subséquente. Je les reproduis ici en ajoutant les valeurs de π' ☊$'$ i', éléments correspondants à π ☊ i, mais rapportés au plan de l'équateur.

M_0 1873 avril 15	$= -4° 8' 13''.144$	
T	= 1873 mai 10.11593	
μ	= 592''.976024	
log a	= 0.5179796	
φ	= 27° 32' 58''.02	
π	= 238 11 36 .91	Équinoxe moy. 1873.0
☊	= 78 43 16 .49	
i	= 9 46 26 .55	
π'	= 240 11 42 .21	
☊$'$	= 21 29 47 .09	
i'	= 27 1 17 .58	

On en déduit pour les coordonnées rectangulaires héliocentriques de la comète les valeurs suivantes, où les facteurs entre crochets sont donnés par leurs logarithmes :

$$x = r\,[9.9938964]\sin(v + 328°\ 1'\ 54''.54)$$
$$y = r\,[9.9572523]\sin(v + 242\ \ 32\ \ 55\ .86)$$
$$z = r\,[9.6573672]\sin(v + 218\ \ 41\ \ 55\ .12)$$

J'ai calculé l'éphéméride avec le plus grand soin au moyen de tables

à 7 décimales et avec des intervalles de quatre jours, depuis le 26 mars jusqu'au 8 juillet, pour minuit, temps moyen de Berlin. J'ai pris pour l'obliquité moyenne de l'écliptique pour 1873.0, d'après Le Verrier, la valeur $\varepsilon = 23° 27' 20''.88$ et j'ai emprunté les valeurs des coordonnées rectangulaires géocentriques du soleil au *Berl. Jahrbuch,* où tout ce qui concerne le soleil est calculé d'après les tables de Le Verrier.

Le tableau suivant donne les valeurs de l'ascension droite en heures, minutes et secondes, celles de la déclinaison en degrés, minutes et secondes d'arc, et celles du logarithme de la distance Δ de la comète à la terre, de jour en jour, pour les périodes d'observation. Il indique en outre, dans les intervalles de ces périodes, toutes les valeurs de ces coordonnées obtenues par le calcul direct de quatre en quatre jours. Ces valeurs sont les coordonnées moyennes pour l'équinoxe moyen 1873.0, et non les coordonnées apparentes.

T. m. de Berlin. 1873	α 1873.0	δ 1873.0	log Δ
	h m s	° ′ ″	
Mars 26.5	16 18 16.13	— 10 6 15.1	0.034579
30.5	22 28.17	22 6.8	19672
31.5	23 27.03	26 9.2	15974
Avril 1.5	24 24.18	30 13.6	12291
2.5	25 19.59	34 20.7	08623
3.5	26 13.23	38 30.6	04971
4.5	27 5.09	42 43.7	01338
5.5	27 55.14	47 0.1	9.997724
6.5	28 43.36	51 20.2	94131
7.5	29 29.71	55 44.2	90559
11.5	32 16.03	— 11 14 4.2	76521
15.5	34 30.69	33 46.9	62958
19.5	36 12.25	55 7.0	49981
23.5	37 19.59	— 12 18 18.7	37727
24.5	37 31.02	24 25.6	34794
25.5	37 40.28	30 40.5	31919
26.5	37 47.38	37 3.6	29104
27.5	37 52.35	43 35.0	26351

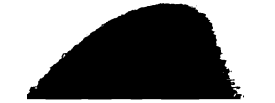


T. m. de Berlin. 1873	α 1873.0	δ 1873.0	log Δ
	h m s	° ′ ″	
Avril 28.5	16 37 55.20	— 12 50 15.0	9.923663
29.5	37 55.95	57 3.7	21043
30.5	37 54.62	— 13 4 1.1	18493
Mai 1.5	37 51.24	11 7.4	16015
2.5	37 45.84	18 22.7	13612
3.5	37 38.45	25 47.0	11286
4.5	37 29.12	33 20.2	09040
5.5	37 17.87	41 2.5	06875
9.5	36 14.59	— 14 13 21.1	9.899082
13.5	34 44.49	47 58.1	92772
14.5	34 18.19	56 57.8	91442
15.5	33 50.51	— 15 6 5.4	90214
16.5	33 21.52	15 20.4	89091
17.5	32 51.29	24 42.8	88074
18.5	32 19.89	34 12.2	87166
19.5	31 47.41	43 48.3	86367
20.5	31 13.95	53 30.9	85680
21.5	30 39.58	— 16 3 19.7	85105
22.5	30 4.40	13 14.5	84645
23.5	29 28.52	23 14.8	84299
24.5	28 52.03	33 20.5	84069
25.5	28 15.05	43 31.0	83956
26.5	27 37.68	53 46.3	83960
27.5	27 0.03	— 17 4 5.8	84082
28.5	26 22.21	14 29.3	84321
29.5	25 44.33	24 56.3	84677
30.5	25 6.50	35 26.6	85150
31.5	24 28.82	45 59.7	85739
Juin 1.5	23 51.41	56 35.3	86444
2.5	23 14.35	— 18 7 13.0	87264
3.5	22 37.77	17 52.4	88198
4.5	22 1.74	28 33.1	89244
5.5	21 26.37	39 14.8	90401
6.5	20 51.76	49 57.2	91668
7.5	20 17.99	— 19 0 39.7	93043
8.5	19 45.15	11 22.2	94525
9.5	19 13.31	22 4.3	96111
10.5	18 42.57	32 45.5	97800
11.5	18 12.99	43 25.6	99590

T. m. de Berlin. 1873	α 1873.0	δ 1873.0	log Δ
	h m s	° ′ ″	
Juin 12.5	16 17 44.65	— 19 54 4.3	9.901480
13.5	17 17.61	— 20 4 41.3	03466
14.5	16 51.96	15 16.2	05548
15.5	16 27.74	25 48.9	07722
16.5	16 5.04	36 19.0	09988
17.5	15 43.91	46 46.4	12343
18.5	15 24.42	57 10.8	14785
19.5	15 6.62	— 21 7 32.1	17311
20.5	14 50.58	17 50.0	19919
21.5	14 36.35	28 4.4	22607
22.5	14 23.98	38 15.2	25372
23.5	14 13.52	48 22.3	28212
24.5	14 5.00	58 25.4	31123
25.5	13 58.48	— 22 8 24.5	34104
26.5	13 53.98	18 19.4	37151
27.5	13 51.53	28 10.0	40262
28.5	13 51.16	37 56.3	43435
29.5	13 52.89	47 38.1	46666
30.5	13 56.74	57 15.3	49952
Juillet 1.5	14 2.72	— 23 6 47.9	53292
2.5	14 10.83	16 15.7	56683
3.5	14 21.10	25 38.6	60122
4.5	14 33.51	34 56.7	63607
8.5	15 44.51	— 24 11 18.0	77957

§ 2. Observations.

Les observations de la comète en 1873 sont classées dans les tableaux qui suivent d'après les observatoires où elles ont été faites. Pour chaque série j'indique la source à laquelle j'ai puisé. Dans nombre de cas j'ai dû recourir aux bons offices des observateurs pour compléter des données insuffisamment publiées. Pour ces séries je mentionne les données employées pour le calcul de réduction : la date de l'observation en temps moyen local, et les différences en ascension droite et en déclinaison entendues dans le sens comète—étoile (☄—★).




On trouvera pour toutes les séries d'observations : la date en temps moyen de Berlin corrigé du temps d'aberration; le nombre des comparaisons sur lesquelles repose chaque observation; le numéro de l'étoile de comparaison; le nom de l'observateur et l'instrument employé; l'ascension droite et la déclinaison moyennes de la comète rapportées au centre de la terre et à l'équinoxe moyen 1873.0; enfin les différences $\Delta\alpha\cos\delta$ et $\Delta\delta$ obtenues en comparant les positions de la comète à l'éphéméride et comptées dans le sens Observation—Calcul (O—C).

Les parallaxes ont toutes été calculées à nouveau d'après les formules connues, en employant pour la parallaxe du soleil la valeur 8″.85. Le temps d'aberration a été évalué au moyen de la constante déterminée par M. Nyrén : 498ˢ.65 [1].

Pour ramener toutes les dates d'observation au temps moyen de Berlin, j'ai employé les données du *Berl. Jahrbuch* le plus récent, sauf pour Marseille dont la longitude a été déduite de la dernière détermination entre Paris et Marseille. Pour la réduction des positions des étoiles de comparaison du lieu moyen au lieu apparent, et celle des positions de la comète du lieu apparent au lieu moyen, j'ai utilisé les tables du *Berl. Jahrbuch* de 1873.

Tous les calculs de réduction ont été faits deux fois en tenant compte des millièmes de seconde de temps en ascension droite et des centièmes de seconde d'arc en déclinaison, et omettant ensuite la dernière décimale.

A la suite des observations j'ai reproduit toutes les remarques et indications des observateurs qui m'ont paru intéressantes, soit pour caractériser la valeur des observations mêmes, soit pour fournir des renseignements sur l'apparence, les dimensions et l'éclat de la comète.

I. Observations de Marseille.

Sources (incomplètes) : A. N. v. 81, p. 223, 379. — B. O. P. mai 27, juin 4.—

[1] Opp. I, p. 111.

B. H. XII, p. 109. — M. N. XXXIII, p. 410, 459. — C. R. LXXVI, p. 875, 1135, 1345. Les documents dont je me suis servi m'ont été communiqués par M. E. Stephan, directeur de l'observatoire de Marseille.

Observateur : M. E. Stephan.

Instruments : 1° T, télescope de Léon Foucault, avec miroir en verre argenté de 80 cm. de diamètre; micromètre à fils. — 2° E, équatorial d'Eichens avec objectif de 258 mm. de diamètre; micromètre à fils.

Longitude : $+ 32^m\ 0^s.3$ ouest de Berlin.

1873	T. m. de Marseille.	☄ — ☆ en α	☄ — ☆ en δ	Nomb. des comp.	☆ de comp.	Instrument.	T. m. de Berlin.	α 1873.0	Δα cos δ	δ 1873.0	Δδ
	h m s	m s	′ ″					h m s	s	° ′ ″	″
Avril 3	15 26 24	—5 16.34	— 3 39.3	5	23	T	Avril 3.65973	16 26 21.55	—0.09	—10 39 8.6	+ 2.2
Mai 1	13 17 24	—1 49.29	— 5 23.8	7	30	»	Mai 1.57122	37 51.09	+0.17	—13 11 40.0	— 1.9
21	12 15 58	+2 31.44	— 3 38.4	5	18	»	21.52889	30 38.72	+0.14	—16 3 36.4	+ 0.4
23	11 39 3	—3 4.06	— 1 48.0	5	24	»	23.50326	29 28.73	+0.32	—16 23 15.6	+ 1.2
29	11 49 56	+1 24.11	+ 0 59.6	4	16	E	29.51081	25 44.53	+0.58	—17 25 5.3	— 2.2
Juin 24	10 49 48	+6 43.26	+ 5 24.5	6	1	T	Juin 24.46855	14 6.12	+0.82	—21 57 52.4	+14.1
26	10 56 20	—2 56.99	+ 3 19.5	5	9	»	26.47302	13 55.20	+1.05	—22 18 2.0	+ 1.4
29	11 33 21	—1 23.99	+ 1 49.0	4	6	»	29.45695	13 53.81	+0.96	—22 47 5.1	+ 8.1
Juill. 1	11 41 59	—3 44.94	+ 3 11.2	5	10	»	Juill. 1.50453	14 4.05	+1.20	—23 6 37.6	+12.9

Remarques de l'observateur.

Avril 3. — La comète est excessivement, excessivement faible, très petite.

Mai 1. — La comète est un peu moins faible que le 3 avril.

» 21. — La comète est encore faible, mais notablement plus visible qu'au 1er mai. Il y a un petit noyau bien apparent.

» 23. — La comète a sensiblement le même aspect que le 21; elle est visible à l'équatorial.

» 29. — Le temps est mauvais.

Juin 26. — La comète est excessivement faible.

» 29. — Le mauvais état du ciel rend les observations très difficiles.

Juillet 1. — La comète est d'une excessive faiblesse.

II. Observations de Poulkowa.

Sources (incomplètes) : A. N. v. 81, p. 337. — Mélanges mathématiques et astronomiques tirés du Bulletin de l'Académie impériale des sciences de Saint-Pétersbourg,

tome V, p. 17. — Je dois les documents dont je me suis servi à l'obligeance de M. A. Wagner, vice-directeur de l'observatoire de Poulkowa.

Observateur : M. O. de Struve.

Instrument : Réfracteur de 14 pouces; micromètre à fils avec cercle de position.

Longitude : — $1^h\ 7^m\ 43^s.7$, est de Berlin.

1873	T. m. de Poulkowa.	☄ — ★ en α	☄ — ★ en δ	Nomb. des comp.	★ de comp.	T. m. de Berlin.	α 1873.0	Δα cos δ	δ 1873.0	Δ δ
	h m s	m s	′ ″				h m s	s	° ′ ″	″
Avril 26	12 13 45	+0 14.68	— 0 53.0	5	27	Avril 26.45762	16 37 46.10	—1.00	—12 36 48.0	— 0.8
28	12 32 39	—0 13.01	+ 1 48.1	6	28	28.47080	37 55.07	—0.08	—12 50 8.3	— 5.1

III. Observations de Hambourg.

Source : A. N. v. 86, p. 87.

Observateurs : M. le Dr Pechüle (P), M. G. Rümker, directeur de l'observatoire de Hambourg (R).

Instrument : Réfracteur de 9 ½ pouces; micromètre à fils.

Longitude : + $13^m\ 41^s.1$, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1873	Nombre des comp. α δ	★ de comp.	Observateur.	α 1873.0	Δα cos δ	δ 1873.0	Δ δ
				h m s	s	° ′ ″	″
Mai 16.50715	21 5	26	P	16 33 21.39	+0.08	—15 15 24.5	— 0.1
28.53196	10 4	16	R	26 20.83	—0.16	—17 14 52.0	— 2.7
Juin 2.53771	11 4	12	R	23 12.67	—0.28	—18 7 34.7	+ 2.4

Remarques des observateurs.

Mai 16. — Comète faible avec condensation appréciable.

» 28. — Comète très faible, petite et présentant une légère condensation au centre. Une étoile de 12me grandeur qui précédait la comète de $0^s.5$ en α et à 50″ au nord a beaucoup gêné l'observation.

Juin 2. — La lune est près de se coucher, le crépuscule est brillant, la comète très faible.

IV. Observations de Greenwich.

Sources : Greenwich Observations 1873, p. 72. — Je dois à l'obligeance de M. Christie, astronome royal, les valeurs corrigées ci-dessous pour les temps d'observation. — Les observations sont aussi consignées partiellement : M. N. XXXIII, p. 500.

Observateurs : M. W. Christie (W. C.), M. H. Carpenter (H. C.).

Instrument : Grand équatorial du S.-E. de 12 ¼ pouces anglais; micromètre à fils.

Longitude : + 53ᵐ 34ˢ.9, ouest de Berlin.

1873	T. m. de Greenwich.	✶ — ☆ en α	✶ — ☆ en δ	Nomb. des comp. α	Nomb. des comp. δ	☆ de comp.	Observateur.	T. m. de Berlin.	α 1873.0	$\Delta\alpha\cos\delta$	δ 1873.0	$\Delta\delta$
	h m s	m s	′ ″						h m s	s	° ′ ″	″
Mai 19	13 7 27	....	— 0 42.3		3	25	W. C.	Mai 19.57961	....	.....	—15 44 52.5	—18.0
19	13 30 16	— 0 51.8	....	6		25	»	19.59545	16 31 45.45	+1.15	....	.....
22	11 17 56	....	— 6 4.1		3	21	H. C.	22.50358	....	.....	—16 13 11.4	+ 5.2
22	12 51 21	— 0 17.6	....	7		21	W. C.	22.56845	30 2.11	+0.14	....	.....
22	13 0 0	....	— 6 26.0		1	21	»	22.57446	....	.....	—16 13 33.1	+25.9
22	13 8 58	....	+19 52.3		1	22	»	22.58068	....	.....	—16 15 26.0	—83.3
22	13 16 54	— 0 20.9	....	4		22	»	22.58619	30 0.29	—1.00	....	.....

Remarques des observateurs.

La comète était légèrement oblongue dans la direction du parallèle et avait 40″ de diamètre. Le noyau avait l'apparence d'une étoile diffuse de 12ᵐᵉ grandeur. La comète a été examinée avec des oculaires de pouvoirs différents, et avec tous elle était distinctement et constamment visible.

V. Observations de Leipzig.

Source : A. N. v. 82, p. 197.

Observateurs : M. le prof. Bruhns, directeur de l'observatoire de Leipzig, M. le Dʳ Börgen.

Instrument : Équatorial de 215 mm.; micromètre à fils.

Longitude : + 4ᵐ 0ˢ.9, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1873	Nombre des comp. α δ	★ de comp.	α 1873.0	Δα cos δ	δ 1873.0	Δδ
			h m s	s	° ′ ″	″
Mai 21.54300	18 6	18	16 30 38.22	+0.13	—16 3 59.8	—14.6
30.48973	21 7	16	25 6.44	—0.43	—17 35 15.5	+ 4.6
31.48386	15 5	13	24 29.00	—0.41	—17 46 0.9	—11.4
Juin 2.51743	12 6	15	23 14.44	+0.69	—18 7 20.9	+ 3.2

VI. Observations de Clinton.

Source (incomplète) : A. N. v. 82, p. 43. — Je dois les valeurs que j'ai utilisées à l'obligeance de M. le prof. C.-H.-F. Peters, directeur du Litchfield Observatory of Hamilton College, Clinton.

Observateur : M. le prof. C.-H.-F. Peters.

Instrument : Réfracteur de 13 ½ pouces anglais; micromètre circulaire et micromètre à fils.

Longitude : + 5ʰ 55ᵐ 12ˢ.4, ouest de Berlin.

1873	T. m. de Clinton.	☄ — ★ en α	☄ — ★ en δ	Nomb. des comp. α δ	★ de comp.	T. m. de Berlin.	α 1873.0	Δα cos δ	δ 1873.0	Δδ
	h m s	m s	′ ″				h m s	s	° ′ ″	″
Mai 23	13 25 34	—1 3.34	+ 9 2.3	16	22	Mai 23.80167	16 29 17.91	+0.33	—16 26 16.7	+ 0.3
23	13 25 52	—0 30.99	+ 0 34.1	32	20	23.80188	29 17.91	+0.33	—16 26 16.7	+ 0.4
30	14 43 18	+3 25.93	+ 2 45.7	12 6	13	30.85564	24 52.86	—0.21	—17 39 10.0	+ 1.4

Remarques de l'observateur.

Mai 23. — Observé avec le micromètre circulaire. La différence entre les déclinaisons de la première étoile (22) et de la comète a empêché de faire des comparaisons des deux côtés du centre du micromètre. La comparaison avec la deuxième étoile (20) est basée sur un nombre égal de passages des deux astres des deux côtés du centre.

Atmosphère remarquablement pure; la comète présente au milieu une fine concentration lumineuse qui permet d'observer très exactement les disparitions derrière le cercle du micromètre.

Mai 30. — Observé avec le micromètre à fils.

VII. Observations de Berlin.

Source : A. N. v. 86, p. 225.
Observateur : M. le prof. Tietjen.
Instrument : Réfracteur de 244 mm.; micromètre à fils.

T. m. de Berlin. 1873	Nombre des comp. α δ	☆ de comp.	α 1873.0	$\Delta\alpha \cos\delta$	δ 1873.0	$\Delta\delta$
			h m s	s	° ′ ″	″
Mai 24.51173	18 6	22	16 28 51.79	+0.18	—16 33 30.4	— 2.8
25.45644	18 6	17	28 16.91	+0.23	—16 43 12.9	— 8.6
29.51321	8 4	16	25 44.39	+0.53	—17 25 3.5	+ 1.1

VIII. Observations de Paris.

Longitude : + 44^m 13^s.9, ouest de Berlin.

A. *Observations de MM. P*[l] *et P*[r] *Henry* avec l'équatorial de L. Foucault de 9 pouces (équatorial du jardin).

Sources : B. O. P. mai 31. — B. H. XII, p. 178. — C. R. LXXVI, p. 1345. — Les données un peu différentes dont je me suis servi m'ont été communiquées directement.

1873	T. m. de Paris.	✱ — ☆ en α	✱ — ☆ en δ	Nomb. des comp.	☆ de comp.	T. m. de Berlin.	α 1873.0	$\Delta\alpha \cos\delta$	δ 1873.0	$\Delta\delta$
	h m s	m s	′ ″				h m s	s	° ′ ″	″
Mai 27	12 27 2	—2 45.17	—10 54.0	6	19	Mai 27.54507	16 26 58.35	+0.02	—17 4 40.1	— 6.3
28	10 42 3	+2 4.59	+11 51.6	4	16	28.47215	26 24.84	+1.51	—17 14 13.0	— 1.1

B. *Observations de MM. André et Baillaud* avec l'équatorial de Secrétan-Eichens de 31 cm.; micromètre à fils.

Sources : Annales de l'Observatoire de Paris[1], Observations 1873, E p. 1. — Les

[1] A la suite des trois observations de MM. André et Baillaud il se trouve dans le v. des Annales de l'Observatoire de Paris une 4me observation du 1er août qui ne se rapporte pas à cette comète-ci, mais à la 2me comète périodique de Tempel, b 1873, découverte le 3 juillet à Milan par M. Tempel. Cette confusion fait que la 1re comète périodique de Tempel est indiquée comme ayant été observée

deux premières observations sont aussi publiées, un peu différentes, dans le B. O. P., le B. H. et les C. R., aux mêmes endroits que les précédentes.

T. m. de Berlin. 1873	Nombre des comp. α δ	☆ de comp.	α 1873.0	Δα cos δ	δ 1873.0	Δδ
			h m s	s	° ′ ″	″
Mai 28.55632	6 4	16	16 26 19.81	—0.26	—17 15 4.5	0.0
29.51370	7 4	16	25 43.61	—0.19	—17 24 56.4	+ 8.5
30.50483	4 2	16	25 6.23	—0.09	—17 36 8.0	—38.3

Remarque de M. Wolf. B. O. P., C. R., l. c.

La comète paraît comme une nébulosité ronde, assez visible, avec une apparence de concentration augmentant progressivement des bords au centre, et d'un diamètre de 1′ à 1′ ½.

IX. Observation de Washington.

Sources : A. N. v. 84, p. 18. — Washington Observations 1873, p. 161.
Observateur : M. le prof. A. Hall.
Instrument : Équatorial de 9 ½ pouces anglais; micromètre à fils.
Longitude : + 6^h^ 1^m^ 47^s^.0, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1873	Nombre des comp. α δ	☆ de comp.	α 1873.0	Δα cos δ	δ 1873.0	Δδ
			h m s	s	° ′ ″	″
Mai 31.72648	15 5	14	16 24 20.87	+0.52	—17 48 15.3	+ 8.1

X. Observations d'Athènes.

Source : A. N. v. 82, p. 89. — Je dois une partie des documents que j'ai employés à M. le Dr J.-F.-J. Schmidt, directeur de l'observatoire d'Athènes.

en 1873, du 3 avril au 1er août, dans un compte rendu des apparitions de comètes en 1873 par C. Bruhns, Vjst. v. X, p. 17, dans l'Annuaire du Bureau des Longitudes pour l'année 1885, p. 208, et dans un article de M. J.-G. Galle, A. N. v. 112. p. 19. En réalité la comète a été observée pour la dernière fois en 1873, le 1er juillet à Marseille, par M. Stephan.

Observateur : M. le Dr J. Schmidt.

Instrument : Réfracteur de 7 $^1/_2$ pouces; micromètre circulaire.

Longitude : — 41m 20s.8, est de Berlin.

1873	T. m. d'Athènes.	☄ — ★ en α	☄ — ★ en δ	Nomb. des comp.	★ de comp.	T. m. de Berlin.	α 1873.0	Δα cos δ	δ 1873.0	Δδ
	h m s	m s	′ ″				h m s	s	° ′ ″	″
Juin 12	9 6 30	—0 8.48	+ 8 57.5	4	11	Juin 12.34620	16 17 49.29	+0.34	—19 52 8.7	+17.5
12	9 12 15	—0 8.35	....	7	11	12.35020	17 49.43	+0.58	....	.....
12	9 17 35	+1 7.93	....	3	8	12.35390	17 49.50	+0.74	....	.....
13	9 0 40	—0 35.61	— 1 56.7	6	11	13.34213	17 22.15	+0.34	—20 3 2.9	— 2.0
14	9 7 1	—1 0.81	—12 33.6	6	11	14.34652	16 56.97	+1.09	—20 13 39.7	— 0.8
17	9 6 7	+0 4.82	+14 5.8	8	7	17.34582	15 47.61	+0.51	—20 44 46.5	+23.4
18	9 27 40	—0 15.86	+ 3 14.3	8	7	18.36077	15 26.98	—0.05	—20 55 37.9	+ 6.1
19	9 18 37	—0 33.00	— 6 55.2	8	7	19.35445	15 9.82	+0.67	—21 5 47.4	+14.5
20	9 9 39	+0 10.99	+ 4 22.3	4	5	20.34819	14 51.62	—1.19	—21 16 33.9	—17.5
20	9 23 52	+1 51.91	— 4 53.7	4	2	20.35807	14 51.31	—1.34	—21 16 48.2	—25.7
21	9 17 45	+1 37.93	—14 50.2	6	2	21.35379	14 37.32	—0.93	—21 26 44.7	— 9.9
21	9 37 34	+1 25.25	+ 5 19.9	4	3	21.36755	14 38.65	+0.48	—21 26 34.6	+ 8.6
23[1]	9 26 21	+0 25.16	+ 0 44.2	8	4	23.35970	14 15.68	+0.75	—21 47 21.2	—23.9

Remarques de l'observateur.

Après de longues recherches infructueuses, la comète a pu être aperçue le 12 juin, mais l'observation était très difficile à cause de son extrême faiblesse. Du reste les observations ont toujours présenté de grandes difficultés et elles ne cadrent pas très bien entre elles. Pour les utiliser avec les observations faites dans d'autres observatoires munis d'instruments plus puissants, il faudra leur attribuer un poids moindre.

En combinant ensemble les observations des 12, 13 et 14 juin obtenues par comparaison avec la même étoile, mais dans des positions relatives différentes, on doit arriver à éliminer les erreurs constantes. De même pour les observations des 17, 18 et 19 juin.

Les observations ont été forcément arrêtées le 23 juin. La comète se trouvait alors au milieu d'étoiles de 13me grandeur, et sa position ne pouvait plus être déterminée avec sûreté. Au reste les mesures faites les 21 et 23 juin sont en quelque sorte hypothétiques.

[1] Les déclinaisons de la comète et de l'étoile de comparaison pour cette observation doivent être corrigées de — 1′ (A. N. 82, p. 92 et 94).

Du 12 au 23 juin la comète n'avait guère que 1′ à 1′ ½ de diamètre et présentait vers le milieu une très faible condensation.

XI. Observation de Pola.

Source : A. N. v. 82, p. 47.
Observateur : M. J. Palisa.
Instrument : Réfracteur de 17 cm.; micromètre à fils.
Longitude : — $1^m\ 48^s.3$, est de Berlin.

T. m. de Berlin. 1873	★ de comp.	α 1873.0	Δα cos δ	δ 1873.0	Δ δ
		h m s	s	° ′ ″	″
Juin 18.44130	7	16 15 26.14	+0.58	—20 56 30.4	+ 3.8

Je n'ai pas employé une observation du 2 mai faite par M. Winnecke à Strasbourg et qualifiée par lui d'incertaine quoiqu'il me paraisse indubitable qu'elle se rapporte à la comète de Tempel. Elle est publiée seulement d'une façon sommaire dans les A. N. v. 81, p. 337 et dans la note de v. Asten (Bulletin de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg, tome V, p. 17). Je n'ai pas pu utiliser les observations faites du 16 au 30 mai par M. Hind à l'observatoire de M. Bishop, à Twickenham. Ces observations sont mentionnées : M. N. v. XXXIII, p. 498 et v. XXXIV, p. 168; l'une d'elles a servi à M. Hind pour le calcul de son système d'éléments pour l'apparition de 1873[1], mais les observations elles-mêmes n'ont pas été publiées et il m'a été impossible de me les procurer.

§ 3. Discussion des observations. Formation des lieux normaux.

L'évaluation du poids des observations est toujours un peu arbitraire. Cependant lorsqu'on a plusieurs séries d'observations nombreuses faites chacune par le même observateur, on peut, d'une part, déterminer les

[1] P. 9.

régulière des divergences O—C pour des jours voisins. Je n'ai pas attribué une grande importance au nombre des comparaisons sur lesquelles est basée chaque observation, parce qu'un petit nombre de comparaisons indique souvent un état favorable de l'atmosphère et par suite une observation faite dans de bonnes conditions.

Voici les valeurs que j'ai adoptées pour les poids des différentes séries :

Marseille. Poids 2.0 pour toutes les observations en ascension droite et en déclinaison, sauf pour les quatre dernières déclinaisons auxquelles je ne donne que le poids 1.0, à cau sedes divergences assez fortes qu'elles présentent entre elles.

Poulkowa. L'observation du 26 avril repose sur une position peu certaine de l'étoile de comparaison. J'ai rejeté l'ascension droite et conservé la déclinaison avec le poids 0.5. J'ai donné le poids 1.5 à l'observation du 28 avril en ascension droite et en déclinaison.

Hambourg. Poids 1.5 en ascension droite et en déclinaison.

Greenwich. Observat ons peu concordantes. Je n'ai conservé que la première observation du 22 mai avec le poids 0.5 en ascension droite et en déclinaison, et rejeté les autres.

Leipzig. Observations peu concordantes. Poids 0.5 en ascension droite, 0.3 en déclinaison.

Clinton. Poids 2.0 en ascension droite et en déclinaison.

Berlin. Poids 1.5 en ascension droite et en déclinaison.

Paris. 1re série : poids 0.3 en ascension droite, 0.5 en déclinaison. 2me série : poids 1.5 en ascension droite, 0.5 en déclinaison, en rejetant la dernière déclinaison.

Washington et *Pola,* avec chacun seulement une observation : poids 1.0 en ascension droite et en déclinaison.

Athènes. Pour les observations du 12 au 19 juin, poids 0.5 en ascension droite, 0.3 en déclinaison. J'ai rejeté les observations du 20 juin et la déclinaison du 23 juin et j'ai attribué le poids 0.2 en ascension droite et en déclinaison aux observations du 21 juin et à l'ascension droite du 23 juin.

J'ai reproduit dans le tableau suivant tous les écarts $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$, rangés par ordre chronologique en indiquant les poids. Les écarts dont je n'ai pas tenu compte sont mis entre parenthèses; des traits horizontaux séparent les groupes qui ont servi à constituer les différents lieux normaux.

Nº	T. m. de Berlin. 1873	Observatoire.	Δα cos δ	Poids.	Δ δ	Poids.
			s		″	
1	Avril 3.660	Marseille.	— 0.09	2.0	+ 2.2	2.0
2	Avril 26.458	Poulkowa.	(— 1.00)		— 0.8	0.5
3	28.471	»	— 0.08	1.5	— 5.1	1.5
4	Mai 1.571	Marseille.	+ 0.17	2.0	— 1.9	2.0
5	Mai 16.507	Hambourg.	+ 0.08	1 5	— 0.1	1.5
6	19.579	Greenwich.	......		(— 18.0)	
7	19.595	»	(+ 1.15)		......	
8	21.529	Marseille.	+ 0.14	2.0	+ 0.4	2.0
9	21.543	Leipzig.	+ 0.13	0.5	— 14.6	0.3
10	22.504	Greenwich.	......		+ 5.2	0.5
11	22.568	»	+ 0.14	0.5	......	
12	22.574	»	......		(+ 25.9)	
13	22.581	»	......		(— 83.3)	
14	22.586	»	(— 1.00)		......	
15	23.503	Marseille.	+ 0.32	2.0	+ 1.2	2.0
16	23.802	Clinton.	+ 0.33	2.0	+ 0.3	2.0
17	23.802	»	+ 0.33	2.0	+ 0.4	2.0
18	24.512	Berlin.	+ 0.18	1.5	— 2.8	1.5
19	25.456	»	+ 0.23	1.5	— 8.6	1.5
20	Mai 27.545	Paris.	+ 0.02	0.3	— 6.3	0.5
21	28.472	»	+ 1.51	0.3	— 1.1	0.5
22	28.532	Hambourg.	— 0.16	1.5	— 2.7	1.5
23	28.556	Paris.	— 0.26	1.5	0.0	0 5
24	29.511	Marseille.	+ 0.58	2.0	— 2.2	2.0
25	29.513	Berlin.	+ 0.53	1.5	+ 1.1	1.5
26	29.514	Paris.	— 0.19	1.5	+ 8.5	0.5
27	30.490	Leipzig.	— 0.43	0.5	+ 4.6	0.3
28	30.505	Paris.	— 0.09	1.5	(— 38.3)	
29	30.856	Clinton.	— 0.21	2.0	+ 1.4	2.0
30	31.484	Leipzig.	— 0.41	0.5	— 11.4	0.3
31	31.726	Washington.	+ 0.52	1.0	+ 8.1	1.0
32	Juin 2.517	Leipzig.	+ 0.69	0.5	+ 3.2	0.3
33	2.538	Hambourg.	— 0.28	1.5	+ 2.4	1.5
34	Juin 12.346	Athènes.	+ 0.34	0.5	+ 17.5	0.3
35	12.350	»	+ 0.58	0.5	......	
36	12.354	»	+ 0.74	0.5	......	
37	13.342	»	+ 0.34	0.5	— 2.0	0.3
38	14.347	»	+ 1.09	0.5	— 0.8	0 3
39	17.346	»	+ 0.51	0.5	+ 23.4	0.3
40	18.361	»	— 0.05	0.5	+ 6.1	0.3
41	18.441	Pola.	+ 0.58	1.0	+ 3.8	1.0
42	19.354	Athènes.	+ 0.67	0.5	+ 14.5	0.3
43	20.348	»	(— 1.19)		(— 17.5)	
44	20.358	»	(— 1.34)		(— 25.7)	
45	21.354	»	— 0.93	0.2	— 9.9	0.2
46	21.368	»	+ 0.48	0.2	+ 8.6	0.2
47	Juin 23.360	Athènes.	+ 0.75	0 2	(— 23.9)	
48	24.469	Marseille.	+ 0.82	2.0	+ 14.1	1.0
49	26.473	»	+ 1.05	2.0	+ 1.4	1.0
50	29.457	»	+ 0 96	2.0	+ 8.1	1.0
51	Juillet 1.505	»	+ 1.20	2.0	+ 12.9	1.0

Pour former les lieux normaux, j'ai pris dans le tableau précédent la moyenne arithmétique, soit pour les dates, soit pour les écarts $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$ de chaque groupe. J'ai adopté comme poids d'un lieu normal la somme des poids des observations dont il est composé. J'obtiens ainsi :

1873	$\Delta\alpha \cos\delta$	Poids.	1873	$\Delta\delta$	Poids.
	s			"	
Avril 3.660	—0.090	2.0	Avril 3.660	+2.20	2.0
30.243	+0.063	3.5	29.770	—2.96	4.0
Mai 22.744	+0.229	13.5	Mai 22.759	—1.09	13.3
30.264	+0.060	16.1	30.284	+0.58	12.4
Juin 16.090	+0.482	5.4	Juin 17.348	+6.61	3.2
27.863	+1.001	8.2	27.976	+9.12	4.0

ou en rapportant ces résultats à des époques plus favorables au calcul:

1873	$\Delta\alpha \cos\delta$ en s	$\Delta\alpha \cos\delta$ en "	$\Delta\alpha$	Poids.	$\Delta\delta$	Poids.
	s	"	"		"	
Avril 3.5	—0.091	— 1.36	— 1.38	2.0	+ 2.23	2.0
30.0	+0.061	+ 0.92	+ 0.94	3.5	— 2.94	4.0
Mai 22.5	+0.228	+ 3.42	+ 3.56	13.5	— 1.12	13.3
30.5	+0.066	+ 0.99	+ 1.03	16.1	+ 0.64	12.4
Juin 16.5	+0.496	+ 7.44	+ 7.95	5.4	+ 6.36	3.2
28.0	+1.007	+15.10	+16.35	8.2	+ 9.12	4.0

J'ai calculé à nouveau pour ces dernières dates les ascensions droites et les déclinaisons de la comète d'après les éléments pris pour base du calcul de l'éphéméride.

1873	α 1873.0	δ 1873.0
	° ' "	° ' "
Avril 3.5	246 33 18.51	—10 38 30.63
30.0	249 28 53.11	—13 0 31.28
Mai 22.5	247 31 5.97	—16 13 14.48
30.5	246 16 37.55	—17 35 26.63
Juin 16.5	244 1 15.63	—20 36 19.05
28.0	243 27 46.24	—22 33 3.71

En y ajoutant les écarts ci-dessus, j'obtiens pour les lieux normaux les valeurs suivantes :

Lieux normaux.

1873	α 1873.0	Poids.	δ 1873.0	Poids.
	° ′ ″		° ′ ″	
Avril 3.5	246 33 17.13	2.0	—10 38 28.40	2 0
30 0	249 28 54.05	3.5	—13 0 34.22	4.0
Mai 22.5	247 31 9.53	13.5	—16 13 15.60	13.3
30.5	246 16 38.58	16.1	—17 35 25.99	12.4
Juin 16.5	244 1 23.58	5.4	—20 36 12.69	3.2
28.0	243 28 2.59	8.2	—22 32 54.59	4.0

§ 4. Perturbations durant la période des observations.

L'action perturbatrice des planètes doit être prise en considération dans un calcul définitif, basé sur l'ensemble de toutes les observations. La méthode de calcul qui convient le mieux en cas pareil est celle d'Encke [1], donnant les variations des coordonnées rectangulaires.

Aucune planète ne s'étant trouvée à grande proximité de la comète pendant son apparition de 1873, si ce n'est Mars dont la masse est fort petite, j'ai fait pour toutes le calcul avec le même intervalle de 20 jours. J'ai pris comme époque, celle du 15 avril, la même que pour le calcul des perturbations de la période de 1873 à 1879, et j'ai tenu compte de l'action des cinq planètes : Saturne, Jupiter, Mars, la Terre et Vénus.

Pour le calcul des coordonnées rectangulaires héliocentriques des planètes, rapportées à l'écliptique, j'ai emprunté les données nécessaires au *Berl. Jahrbuch,* en les ramenant à l'équinoxe moyen 1873.0. J'ai fait ce calcul pour huit dates équidistantes, du 16 mars au 3 août; j'ai aussi

[1] Encke, *Berl. Jahrbuch* de 1858. — Opp. II, p. 72 ss.

déduit des éléments fondamentaux de la p. 55, pour ces mêmes dates, les coordonnées rectangulaires héliocentriques de la comète rapportées à l'écliptique. Ces coordonnées, x_0 y_0 z_0 ont les valeurs suivantes :

1873	x_0	y_0	z_0
Mars 16.0	—1.55432	—0.94910	+0.23061
Avril 5.0	—1.34906	—1.17373	+0.18836
25.0	—1.11649	—1.37448	+0.14231
Mai 15.0	—0.86042	—1.54636	+0.09326
Juin 4.0	—0.58612	—1.68542	+0.04223
24.0	—0.29965	—1.78962	—0.00967
Juillet 14.0	—0.00720	—1.85848	—0.06140
Août 3.0	+0.28545	—1.89322	—0.11201

J'ai calculé séparément pour chaque planète les termes directs des perturbations, puis en prenant leur somme, j'ai déduit les termes indirects, qui additionnés aux précédents m'ont donné, pour les trois coordonnées, les valeurs de

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} \quad \frac{d^2\eta}{dt^2} \quad \frac{d^2\zeta}{dt^2} .$$

En faisant la somme de ces valeurs par les formules de l'intégration numérique, on obtient celles de ξ η ζ, variations des coordonnées rectangulaires rapportées à l'écliptique, exprimées en unité de la septième décimale :

1873	ξ	η	ζ
Mars 16.0	+ 18.65	+ 23.36	— 3.75
26.0	+ 8.46	+ 10.55	— 1.63
Avril 5.0	+ 2.15	+ 2.69	— 0.40
15.0	0.00	0.00	0.00
25.0	+ 2.20	+ 2.79	— 0.38
Mai 5.0	+ 8.86	+ 11.47	— 1.46
15.0	+ 20.04	+ 26.32	— 3.16
25.0	+ 35.67	+ 47.64	— 5.37
Juin 4.0	+ 55.56	+ 75.62	— 7.95
14.0	+ 79.37	+110.26	—10.74
24.0	+106.60	+151.46	—13.58
Juillet 4.0	+136.68	+198.95	—16.32
14.0	+168.96	+252.40	—18.83
24.0	+202.76	+311.30	—20.96
Août 3.0	+235.55	+375.10	—22.63

J'ai interpolé dans ce tableau les valeurs de ξ η ζ pour les dates des lieux normaux, et j'ai calculé les valeurs de ξ' η' ζ' rapportées au plan de l'équateur et correspondant à ξ η ζ pour le plan de l'écliptique. J'ai trouvé :

1873	$\xi = \xi'$	η	ζ	η'	ζ'
Avril 3.5	+ 2.84	+ 3.56	— 0.53	+ 3.48	+ 0.93
30.0	+ 4.97	+ 6.38	— 0.84	+ 6.18	+ 1.77
Mai 22.5	+ 31.36	+ 41.69	— 4.78	+ 40.14	+12.21
30.5	+ 46.10	+ 62.20	— 6.75	+ 59.75	+18.57
Juin 16.5	+ 85.88	+119.95	—11.45	+114.60	+37.25
28.0	+118.33	+169.72	—14.70	+161.54	+54.07

En ajoutant ξ' η' ζ' aux coordonnées rectangulaires héliocentriques équatoriales de la comète, on obtient pour l'ascension droite et la déclinaison les valeurs suivantes :

1873	α 1873.0	δ 1873.0
	° ′ ″	° ′ ″
Avril 3.5	246 33 18.54	—10 38 30.62
30.0	249 28 53.18	—13 0 31.27
Mai 22.5	247 31 6.36	—16 13 14.54
30.5	246 16 38.06	—17 35 26.75
Juin 16.5	244 1 16.36	—20 36 19.43
28.0	243 27 47.10	—22 33 4.32

Si l'on compare ces résultats aux lieux normaux obtenus ci-dessus, on en déduit les écarts définitifs entre l'observation et le calcul, en tenant compte des perturbations durant la période des observations :

1873	$\Delta\alpha$	$\Delta\alpha \cos\delta$	Poids.	$\Delta\delta$	Poids.
	″	″		″	
Avril 3.5	— 1.41	— 1.39	2.0	+ 2.22	2.0
30.0	+ 0.87	+ 0.85	3.5	— 2.95	4.0
Mai 22.5	+ 3.17	+ 3.04	13.5	— 1.06	13.3
30.5	+ 0.52	+ 0.50	16.1	+ 0.76	12.4
Juin 16.5	+ 7.22	+ 6.76	5.4	+ 6.74	3.2
28.0	+15.49	+14.31	8.2	+ 9.73	4.0

Ces valeurs de $\Delta\alpha \cos\delta$ et de $\Delta\delta$ serviront à déterminer les corrections des éléments par l'emploi de la méthode des moindres carrés, en y joignant les quantités analogues à déduire des observations de 1879.

V. TROISIÈME APPARITION, 1879

§ 1. Éphéméride.

J'ai déjà mentionné (p. 26) le système d'éléments qui a servi au calcul d'une éphéméride pour 1879 et à la comparaison avec les observations. Ce système d'éléments n'est pas celui qui correspond au système fondamental pour 1873, en tenant compte des perturbations pendant la période intermédiaire; mais il lui est très analogue et il n'y avait pas lieu de lui substituer ce dernier (p. 34) pour recommencer toute cette portion du travail. Je transcris de nouveau ici ces éléments en y joignant les valeurs de π' ☊$'$ i', éléments rapportés au plan de l'équateur :

$$
\begin{aligned}
M\ 1879\ \text{avril}\ 24 &= -2^\circ\ 12'\ 52''.893 \\
T &= 1879\ \text{mai}\ 7.4418 \\
\mu &= 593''.1418 \\
\log a &= 0.5178987 \\
\varphi &= 27^\circ\ 32'\ 46''.23 \\
\pi &= 238\ \ 24\ \ 19\ .65 \\
☊ &= 78\ \ 45\ \ 24\ .72 \\
i &= 9\ \ 46\ \ 31\ .08 \\
\pi' &= 240\ \ 24\ \ 26\ .44 \\
☊' &= 21\ \ 30\ \ 22\ .22 \\
i' &= 27\ \ 0\ \ 58\ .55
\end{aligned}
$$

(π à i′ : Équinoxe moy. 1879.0)

Il en résulte pour les coordonnées rectangulaires héliocentriques équatoriales de la comète les valeurs :

$$
\begin{aligned}
x &= r\ [9.9938932]\ \sin(v + 328^\circ\ 14'\ 38''.85) \\
y &= r\ [9.9572758]\ \sin(v + 242\ \ 45\ \ 39\ .47) \\
z &= r\ [9.6572886]\ \sin(v + 218\ \ 54\ \ \ 4\ .22)
\end{aligned}
$$

Le calcul de l'éphéméride a été fait avec soin en usant de tables à 7 décimales. J'ai pris d'après Le Verrier $\varepsilon = 23° \ 27' \ 18''.03$, et j'ai emprunté les valeurs des coordonnées rectangulaires du soleil au *Berl. Jahrbuch* de 1879. J'ai fait le calcul de quatre en quatre jours, du 15 avril au 16 juillet, pour minuit moyen de Berlin. Le tableau suivant donne pour la même heure, et de jour en jour pour les périodes d'observations, les valeurs de l'ascension droite et de la déclinaison moyennes pour l'équinoxe de 1879.0, et les valeurs correspondantes de log Δ. J'y ai joint les valeurs de ces coordonnées calculées directement pour quelques dates en dehors de ces périodes.

T. m. de Berlin. 1879	α 1879.0	δ 1879.0	log Δ
	h m s	° ′ ″	
Avril 15.5	16 46 37.60	— 12 38 33.5	9.972674
19.5	48 52.74	— 13 0 49.8	59505
20.5	49 21.24	6 40.3	56306
21.5	49 47.61	12 37.8	53148
22.5	50 11.82	18 42.6	50034
23.5	50 33.88	24 54.8	46966
24.5	50 53.77	31 14.8	43946
25.5	51 11.50	37 42.5	40977
26.5	51 27.07	44 18.3	38060
27.5	51 40.48	51 2.2	35199
28.5	51 51.74	57 54.4	32395
29.5	52 0.86	— 14 4 54.9	29650
30.5	52 7.85	12 3.9	26967
Mai 1.5	52 12.70	19 21.5	24349
2.5	52 15.46	26 47.7	21797
3.5	52 16.14	34 22.5	19313
4.5	52 14.74	42 5.9	16900
5.5	52 11.30	49 57.9	14561
9.5	51 37.47	— 15 22 51.3	05979
10.5	51 24.14	31 25.6	04040
11.5	51 8.91	40 8.2	02188
12.5	50 51.85	48 58.8	00426
13.5	50 33.00	57 57.4	9.898757
14.5	50 12.42	— 16 7 3.8	97183
15.5	49 50.16	16 17.8	95706

T. m. de Berlin. 1879	α 1879.0	δ 1879.0	log Δ
	h m s	° ′ ″	
Mai 16.5	16 49 26.29	— 16 25 39.1	9.894328
17.5	49 0.87	35 7.7	93052
18.5	48 33.99	44 43.1	91880
19.5	48 5.72	54 25.2	90814
20.5	47 36.15	— 17 4 13.6	89854
21.5	47 5.35	14 8.1	89003
22.5	46 33.43	24 8.3	88264
23.5	46 0.47	34 14.0	87636
24.5	45 26.58	44 24.6	87120
25.5	44 51.84	54 39.9	86718
26.5	44 16.37	— 18 4 59.5	86432
27.5	43 40.27	15 23.0	86261
28.5	43 3.63	25 49.9	86205
29.5	42 26.56	36 19.9	86265
30.5	41 49.16	46 52.6	86442
31.5	41 11.55	57 27.5	86735
Juin 1.5	40 33.81	— 19 8 4.1	87142
2.5	39 56.04	18 42.2	87665
3.5	39 18.33	29 21.2	88303
4.5	38 40.79	40 0.8	89055
5.5	38 3.50	50 40.6	89920
6.5	37 26.56	— 20 1 20.2	90897
7.5	36 50.07	11 59.2	91987
8.5	36 14.11	22 37.2	93187
9.5	35 38.79	33 13.9	94497
10.5	35 4.19	43 49.0	95915
11.5	34 30.42	54 22.2	97441
12.5	33 57.55	— 21 4 53.1	99073
13.5	33 25.69	15 21.4	9.900809
14.5	32 54.93	25 46.9	02647
15.5	32 25.35	36 9.2	04586
16.5	31 57.03	46 28.1	06624
17.5	31 30.06	56 43.4	08757
18.5	31 4.52	— 22 6 54.8	10985
19.5	30 40.49	17 2.1	13305
20.5	30 18.02	27 5.2	15715
21.5	29 57.20	37 3.9	18211
22.5	29 38.09	46 57.9	20791
23.5	29 20.74	56 47.1	23453
24.5	29 5.20	— 23 6 31.4	26194
25.5	28 51.53	16 10.6	29011

T. m. de Berlin. 1879	α 1879.0	δ 1879.0	log Δ
	h m s	° ′ ″	
Juin 26.5	16 28 39.77	— 23 25 44.6	9.931902
27.5	28 29.96	35 13.4	34862
28.5	28 22.13	44 36.7	37890
29.5	28 16.30	53 54.5	40985
30.5	28 12.50	— 24 3 6.7	44143
Juillet 4.5	28 17.85	38 58.1	57344
5.5	28 24.38	47 41.4	60775
6.5	28 33.01	56 18.7	64255
7.5	28 43.73	— 25 4 50.0	67781
8.5	28 56.56	13 15.4	71351
9.5	29 11.49	21 34.8	74962
10.5	29 28.53	29 48.2	78613
11.5	29 47.67	37 55.6	82301
12.5	30 8.92	45 56.9	86025
16.5	31 54.84	— 26 17 1.8	0.001236

§ 2. Observations.

Quatre observatoires seulement ont fourni des observations de la comète en 1879. On trouvera plus bas pour chacun d'entre eux le tableau de ces observations entièrement réduites à nouveau, ainsi que le résultat de leur comparaison avec l'éphéméride. Pour cette apparition toutes les données nécessaires sont publiées aux sources citées et je n'ai eu à indiquer dans les tableaux que les valeurs réduites. J'ai utilisé pour le travail de réduction les tables du *Berl. Jahrbuch* de 1879, et j'ai suivi exactement les mêmes principes et employé les mêmes constantes que pour l'apparition de 1873. Je m'abstiendrai donc de répéter les remarques et observations que je faisais dans le § 2 du chapitre précédent.

I. Observations d'Arcetri (Florence).

Sources : A. N. v. 95, p. 45 et 199; v. 96, p. 61. — Je dois en outre plusieurs renseignements à l'obligeance de M. W. Tempel.

Observateur : M. Wilhelm Tempel.

Instrument : Réfracteur d'Amici de 10 $^1/_2$ pouces; micromètres circulaires de 14′ et 7′ de diamètre intérieur; le plus grand n'a servi que pour l'observation du 1[er] mai.

Longitude : $+ 8^m 31^s.8$, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1879	Nombre des comp.	☆ de comp.	α 1879.0	Δα cos δ	δ 1879.0	Δ δ
			h m s	s	° ′ ″	″
Avril 24.6050 [1]	1	31	16 50 56.46	+0.90	−13 31 50.5	+ 4.6
25.50589	1	29	51 10.26	−1.30	−13 37 32.3	+12.5
Mai 1.62957	4	32	52 14.12	+0.92	−14 20 25.5	− 6.7
13.48093	10	33	50 33.43	+0.06	−15 57 53.9	− 6.8
17.50972	3 7	30	48 59.95	−0.64	−16 35 14.4	− 1.2
23.46162	8	27	46 1.13	−0.59	−17 33 37.3	+13.4
29.53942	5 5	22	42 24.54	−0.52	−18 36 37.7	+ 7.1
Juin 7.41559	3 3	11	36 52.48	−0.61	−20 10 50.3	+15.0
8.42741	11	16	36 15.90	−0.75	−20 21 47.9	+ 3.0
8.45656	6	17	36 15.09	−0.53	−20 21 54.2	+15.3
10.42195	8 6	13	35 6.45	−0.38	−20 42 49.8	+ 9.7
12.41887	2	14	33 58.87	−1.22	−21 3 52.1	+ 9.9
14.43004	4 6	12	32 56.78	−0.24	−21 24 38.6	+24.6
19.41540	18	6	30 42.16	−0.28	−22 15 45.1	+25.8
19.46695	6	6	30 40.82	−0.41	−22 16 27.2	+14.9
21.42738 [2]	8 4	4	29 58.48	−0.16	−22 35 58.3	+22.3
21.45008	2 4	8	29 57.43	−0.71	−22 36 9.8	+24.3
22.42546	7 8	5	29 38.49	−0.89	−22 45 52.7	+21.1
Juillet 7.40675	4 4	3	28 41.94	−0.63	−25 3 38.6	+24.0
8.42750	3	1	28 56.28	+0.65	−25 12 8.1	+30.8

Remarques de l'observateur.

Avril 24. — Le temps d'observation est incertain de plusieurs minutes. Pour la différence ☄—☆ en α, on a compté à $14^h : 8^s$, à $14^h 30^m : 9^s$, à $15^h 30^m : 11^s$. La position doit en somme être exacte à 10″ près. La comète est très faible et très petite, comme une nébuleuse de troisième classe.

» 25. — La comète est un peu mouchetée au milieu. Les nuages ont empêché de faire plus d'une comparaison avec une étoile de 9[me] à 10[me] grandeur.

[1] La δ apparente est indiquée correctement : A. N. 95, p. 45 et inexactement p. 199.

[2] Le temps d'observation est $10^h 13^m 47^s$ au lieu de $10^h 12^m 18^s$ (A. N. 95, p. 199).

Mai 1. — La comète est très faible. L'observation était très difficile, parce qu'il fallait employer le plus grand micromètre circulaire à cause de la différence ✶—☆ de plus de 9′ en δ. L'observation repose sur quatre comparaisons, dont trois concordent bien ensemble, la quatrième moins bien.

» 13. — La comète est faible et petite, elle se trouve dans le voisinage immédiat d'une petite étoile de 16me à 17me grandeur qui gêne beaucoup l'observation des contacts avec le cercle du micromètre.

» 29. — L'observation repose sur des comparaisons très concordantes.

Juillet 7 et 8. — La comète est excessivement faible. Elle présente certainement un ou plusieurs points lumineux, mais comme elle se trouve dans une portion du ciel très riche en petites étoiles, il est impossible de reconnaître exactement le noyau de la comète. L'observation du 7 juillet repose sur des comparaisons beaucoup plus concordantes que celle du 8.

Remarque sur le nombre des comparaisons. (A. N. v. 94, p. 94). Un chiffre seul indique que la comète et l'étoile passent, l'une au-dessus, l'autre au-dessous du centre du micromètre. Deux chiffres placés l'un à côté de l'autre indiquent le nombre de fois que les deux astres passent, tous deux au-dessus et tous deux au-dessous du centre du micromètre.

Les observations n'ont pas été corrigées de la réfraction par M. Tempel. Je me suis assuré que, vu la petitesse des différences ✶—☆ en δ, on pouvait fort bien négliger cette correction.

II. Observations de Leipzig.

Sources : A. N. v. 95, p. 333. — Je dois quelques renseignements complémentaires à l'obligeance de M. le Dr Peter.

Observateurs : M. le prof. Bruhns (B), M. le Dr Peter (P), M. le Dr Harzer (H).

Instrument : Équatorial de 215 mm.; micromètre à fils.

Longitude : + 4^{m} 0^{s}.9, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1879	Nombre des comp. α δ	★ de comp.	Observateur.	α 1879.0	Δα cos δ	δ 1879.0	Δδ
				h m s	s	° ′ ″	″
Mai 15.49979	12 3	26	P	16 49 52.15	+1.91	—16 16 52.0	—34.3
19.52621	12	28	P	48 4.19	—0.74	....	....
19.52917	4	28	P	....	....	—16 54 41.2	+ 1.1
22.53611	9 3	27	P	46 31.68	—0.55	—17 24 23.0	+ 7.1
24.53093	4 4	25	B	45 24.09	—1.07	—17 44 57.4	— 8.3
28.55273	6	21	B	43 0.36	—1.25	....	....
28.55448	3	21	B	....	....	—18 26 36.9	—12.7
29.55788	9 4	20	B	42 25.41	+0.96	—18 36 52.6	+ 3.9
31.55519	6 5	19	B	41 9.52	+0.04	—18 58 7.3	— 4.8
31.56616	4 4	19	H	41 10.21	+1.09	—18 58 11.4	— 1.8

Remarques des observateurs.

La comète était difficile à observer à cause de son extrême faiblesse.

Mai 15. — La comète apparaît comme une très fine nébulosité d'environ 2′ de diamètre présentant une légère condensation du côté sud. La comète est située au milieu de trois petites étoiles auxquelles on devait se référer pour l'observation, ce qui rend celle-ci incertaine.

» 19. — De temps en temps apparaissait une sorte de noyau nettement marqué qui brillait comme une étoile de 12me à 13me grandeur

» 31. — Le diamètre de la comète est environ de 1′.

III. Observations de Rio de Janeiro.

Sources : A. N. v. 95, p. 141. — C. R. LXXXVIII, p. 1311. — M. L. Cruls m'a communiqué quelques notes complémentaires.

Observateur : M. L. Cruls.

Instrument : Équatorial de 25 cm.

Longitude : + $3^h\ 46^m\ 16^s$, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1879	★ de comp.	α 1879.0	Δα cos δ	δ 1879.0	Δδ
		h m s	s	° ′ ″	″
Mai 23.53833	24	16 45 58.35	—0.80	—17 34 50.7	—13.4
23.85347	24	45 48.86	+0.26	—17 37 49.7	— 0.4
24.60856	23	45 21.63	—1.16	—17 45 27.5	+ 3.7
24.60856	25	45 21.65	—1.14	—17 45 43.3	—12.1
25.54715	23	44 48.64	—1.47	—17 54 34.5	+34.5
25.54715	25	44 49.83	—0.34	—17 54 50.5	+18.5

Remarques de l'observateur.

Les observations[1] ont été extrêmement difficiles à cause de l'excessive faiblesse de la comète. Celle-ci avait l'aspect d'une faible nébulosité sensiblement ronde, avec une légère condensation de lumière au centre. Le temps n'a pas été favorable le 26 et le 27 mai, et le 28 la comète n'était plus visible.

IV. Observations de Cordoba.

Source : A. N. v. 97, p. 287.
Observateur : M. Thome.
Instrument : Équatorial de 28 cm.; micromètre à fils.
Longitude : + 5h 10m 20s, ouest de Berlin.

T. m. de Berlin. 1879	Nombre des comp.	★ de comp.	α 1879.0	Δα cos δ	δ 1879.0	Δδ
			h m s	s	° ′ ″	″
Juin 21.56322	10	8	16 29 55.50	—0.41	—22 37 29.0	+12.6
22.52058	9	5	29 36.79	—0.86	—22 46 44.7	+25.3
23.55744	9	7	29 19.31	—0.45	—22 56 43.2	+37.6
24.52309	10	7	29 4.29	—0.52	—23 6 20.4	+24.4
25.55497	10	9	28 50.10	—0.68	—23 16 28.8	+13.5
26.56332	7	10	28 38.48	—0.56	—23 25 44.2	+36.6

[1] Le nombre des comparaisons, sur lesquelles chaque observation est fondée, n'est pas indiqué.

[illegible] directeur de l'observatoire [illegible]

[illegible] avec un diamètre de 1' ½, [illegible] centre. L'éclat de la [illegible] grandeur.

[illegible] illumination possible des fils, [illegible] trouvée sur champ [illegible]

[illegible]

[illegible] une grande précision [illegible]

[illegible] lieux normaux.

[illegible] considérables que celles de [illegible] différences constantes entre [illegible] certainement moindres que leurs [illegible] je me suis fondé sur les [illegible] précédente, et j'ai pu me [illegible]

[illegible] et de 32, en don- [illegible] depuis le 13 mai jusqu'à [illegible] qui présentent avec [illegible] supérieurs à ceux des observa- [illegible] observations à ces courbes, [illegible] qui correspond à une erreur [illegible] résultats suivants :

[illegible] et les deux dernières observations qui [illegible] pour les poids en ascension droite 0.7 [illegible] au commencement de juin et les décli-

naisons de la fin du même mois, prises séparément, ont un poids supérieur. Comme je voulais aussi tenir compte du fait que la série d'observations d'Arcetri est la plus considérable de toutes et qu'elle s'étend à la période entière des observations, j'ai sensiblement forcé son poids et j'ai adopté la valeur 1.5 en ascension droite et en déclinaison. J'ai fait des exceptions pour l'observation du 13 mai obtenue dans de mauvaises conditions et pour celle du 12 juin qui ne repose que sur deux comparaisons, en ne leur attribuant que les poids 1.0 et 0.5. L'observation du 24 avril est incertaine, je ne lui ai donné que le poids 0.5. J'ai complètement négligé celle du 25 avril qui ne concorde ni avec la précédente, ni avec celle du 1er mai et j'ai fait de même pour l'ascension droite de celle du 8 juillet, qui diffère trop de celle du 7; j'ai conservé la déclinaison du 8 juillet avec le poids 0.5.

Leipzig. Peu d'observations. Je donne le poids 1.0 en ascension droite et en déclinaison à celles de M. Peter, en négligeant, sur son indication, celle du 15 mai, et le poids 0.5 en ascension droite et en déclinaison aux observations de MM. Bruhns et Harzer.

Rio de Janeiro. Observations très peu concordantes; poids faible; j'adopte 0.3 en ascension droite et 0.1 en déclinaison.

Cordoba. Je trouve pour les ascensions droites le poids 1.5 et pour les déclinaisons le poids 0.1. J'adopte pour les premières 2.0 et pour les autres 1.0.

Voici le tableau complet des écarts $\Delta\alpha\cos\delta$ et $\Delta\delta$ entre les observations et l'éphéméride, rangés par ordre chronologique, avec l'indication des poids adoptés. Un trait sépare les observations qui n'appartiennent pas au même lieu normal; les différences négligées sont mises entre parenthèses.

Nº	T. m. de Berlin. 1879	Observatoire.	$\Delta\alpha \cos \delta$	Poids.	$\Delta \delta$	Poids.
1	Avril 24.605	Arcetri.	$+ 0^{s}.90$	0.5	$+ 4''.6$	0.5
2	25.506	»	(— 1.30)		(+ 12.5)	
3	Mai 1.630	»	+ 0.92	1.5	— 6.7	1.5
4	Mai 13.481	Arcetri.	+ 0.06	1.0	— 6.8	1.0
5	15.500	Leipzig.	(+ 1.91)		(— 34.3)	
6	17.510	Arcetri.	— 0.64	1.5	— 1.2	1.5
7	19.526	Leipzig.	— 0.74	1.0	......	
8	19.529	»	......		+ 1.1	1.0
9	Mai 22.536	Leipzig.	— 0.55	1.0	+ 7.1	1.0
10	23.462	Arcetri.	— 0.59	1.5	+ 13.4	1.5
11	23.538	Rio de Janeiro.	— 0.80	0.3	— 13.4	0.1
12	23.853	»	+ 0.26	0.3	— 0.4	0.1
13	24.540	Leipzig.	— 1.07	0.5	— 8.3	0.5
14	24.609	Rio de Janeiro.	— 1.16	0.3	+ 3.7	0.1
15	24.609	»	— 1.14	0.3	— 12.1	0.1
16	25.547	»	— 1.47	0.3	+ 34.5	0.1
17	25.547	»	— 0.34	0.3	+ 18.5	0.1
18	28.553	Leipzig.	— 1.25	0.5	......	
19	28.554	»	......		— 12.7	0.5
20	29.539	Arcetri.	— 0.52	1.5	+ 7.1	1.5
21	29.558	Leipzig.	+ 0.96	0.5	+ 3.9	0.5
22	31.555	»	+ 0.04	0.5	— 4.8	0.5
23	31.566	»	+ 1.09	0.5	— 1.8	0.5
24	Juin 7.416	Arcetri.	— 0.61	1.5	+ 15.0	1.5
25	8.427	»	— 0.75	1.5	+ 3.0	1.5
26	8.457	»	— 0.53	1.5	+ 15.3	1.5
27	10.422	»	— 0.38	1.5	+ 9.7	1.5
28	12.419	»	— 1.22	0.5	+ 9.9	0.5
29	14.430	»	— 0.24	1.5	+ 24.6	1.5
30	Juin 19.415	Arcetri.	— 0.28	1.5	+ 25.8	1.5
31	19.467	»	— 0.41	1.5	+ 14.9	1.5
32	21.427	»	— 0.16	1.5	+ 22.3	1.5
33	21.450	»	— 0.71	1.5	+ 24.3	1.5
34	21.563	Cordoba.	— 0.41	2.0	+ 12.6	1.0
35	22.425	Arcetri.	— 0.89	1.5	+ 21.1	1.5
36	22.521	Cordoba.	— 0.86	2.0	+ 25.3	1.0
37	23.557	»	— 0.45	2.0	+ 37.6	1.0
38	24.523	»	— 0.52	2.0	+ 24.4	1.0
39	25.555	»	— 0.68	2.0	+ 13.5	1.0
40	26.563	»	— 0.56	2.0	+ 36.6	1.0
41	Juillet 7.407	Arcetri.	— 0.63	1.5	+ 24.0	1.5
42	8.427	»	(+ 0.65)		+ 30.8	0.5

Comme pour l'apparition de 1873, j'ai divisé les observations en six groupes, correspondant aux périodes successives pendant lesquelles la

comète a été observée. Pour former les lieux normaux, j'ai pris dans chaque groupe la moyenne arithmétique des dates et des valeurs de $\Delta\alpha\cos\delta$ et de $\Delta\delta$, et pour poids de chaque lieu normal la somme des poids des observations dont il est composé.

Je remarque à ce propos que les poids que j'ai attribués aux observations de 1879 sont proportionnellement un peu supérieurs à ceux que j'ai adoptés pour 1873, quoique les lieux normaux basés sur les observations des deux apparitions doivent concourir ensemble à la détermination des meilleurs éléments pour la période entière. Cette légère augmentation relative des poids pour l'apparition de 1879 se justifie d'une part par le fait que les différentes séries d'observations concordent mieux entre elles, surtout les deux plus importantes d'Arcetri et de Cordoba, et d'autre part parce que la comète a été plus difficile à observer en 1879 à cause de l'extrême faiblesse de son éclat.

Voici les valeurs des moyennes pour chaque lieu normal, et ces mêmes valeurs rapportées à des dates plus commodes pour le calcul :

1879	$\Delta\alpha\cos\delta$	Poids.	1879	$\Delta\delta$	Poids.
	s			"	
Avril 29.874	+0.915	2.0	Avril 29.874	— 3.88	2.0
Mai 16.935	—0.469	3.5	Mai 16.936	— 2.14	3.5
26.414	—0.449	8.3	26.717	+ 4.10	7.1
Juin 9.992	—0.547	8.0	Juin 9.992	+13.29	8.0
22.812	—0.545	19.5	22.264	+23.16	13.5
Juillet 7.407	—0.630	1.5	Juillet 7.662	+25.70	2.0

1879	$\Delta\alpha\cos\delta$ en s	$\Delta\alpha\cos\delta$ en "	$\Delta\alpha$	Poids.	$\Delta\delta$	Poids.
	s	"	"		"	
Avril 28.5	+0.920	+13.80	+14.22	2.0	— 4.01	2.0
Mai 17.0	—0.469	— 7.03	— 7.33	3.5	— 2.12	3.5
26.5	—0.449	— 6.74	— 7.09	8.3	+ 3.96	7.1
Juin 10.0	—0.547	— 8.20	— 8.76	8.0	+13.29	8.0
22.5	—0.545	— 8.17	— 8.86	19.5	+23.26	13.5
Juillet 7.5	—0.631	— 9.46	—10.44	1.5	+25.67	2.0

La date du premier lieu normal aurait dû être ramenée au 29.5 ou au 30.0 avril et non pas au 28.5. Mais j'avais conservé au début l'observation du 25 avril, et j'avais attribué à cette observation et à celle du 24 avril des poids plus forts par rapport à celle du 1[er] mai ; il en résultait pour la date moyenne une époque plus précoce. Tous les calculs ultérieurs ayant été faits pour cette date du 28.5 avril, je l'ai conservée telle quelle, et comme les valeurs de $\Delta\alpha\cos\delta$ et de $\Delta\delta$ pour ce premier lieu normal sont incertaines, à cause du peu de concordance entre l'observation du 25 avril et les deux autres, cela n'a aucune importance.

Les éléments qui ont servi pour le calcul de l'éphéméride donnent pour les dates des lieux normaux les valeurs suivantes en ascension droite et en déclinaison :

1879	α 1879.0	δ 1879.0
	° ′ ″	° ′ ″
Avril 28.5	252 57 56.11	—13 57 54.35
Mai 17.0	252 18 26.54	—16 30 22.50
26.5	251 4 5.53	—18 4 59.53
Juin 10.0	248 50 20.97	—20 38 31.69
22.5	247 24 31.32	—22 46 57.86
Juillet 7.5	247 10 55.99	—25 4 50.03

En y ajoutant les écarts $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$ trouvés plus haut on obtient pour les lieux normaux :

Lieux normaux.

1879	α 1879.0	Poids.	δ 1879.0	Poids.
	° ′ ″		° ′ ″	
Avril 28.5	252 58 10.33	2.0	—13 57 58.36	2.0
Mai 17.0	252 18 19.21	3.5	—16 30 24.62	3.5
26.5	251 3 58.44	8.3	—18 4 55.57	7.1
Juin 10.0	248 50 12.21	8.0	—20 38 18.40	8.0
22.5	247 24 22.46	19.5	—22 46 34.60	13.5
Juillet 7.5	247 10 45.55	1.5	—25 4 24.36	2.0

§ 4. Perturbations durant la période des observations.

Comme pour l'apparition de 1873, j'ai calculé les perturbations d'après la méthode d'Encke. J'ai tenu compte de l'action des cinq planètes : Saturne, Jupiter, Mars, la Terre et Vénus et j'ai pris dans le *Berl. Jahrbuch* de 1879 les données nécessaires au calcul de leurs coordonnées rectangulaires héliocentriques par rapport à l'écliptique, en les ramenant à l'équinoxe moyen de 1879.0. J'ai calculé ces coordonnées pour huit dates séparées par des intervalles de 20 jours, et pour ces mêmes dates j'ai déterminé les valeurs suivantes des coordonnées rectangulaires héliocentriques écliptiques de la comète, d'après les éléments fondamentaux de la p. 76 :

1879	x_0	y_0	z_0
Mars 25.0	—1.43397	—1.08798	+0.20576
Avril 14.0	—1.21161	—1.29853	+0.16111
Mai 4.0	—0.96408	—1.48203	+0.11313
24.0	—0.69610	—1.63415	+0.06273
Juin 13.0	—0.41350	—1.75196	+0.01102
Juillet 3.0	—0.12248	—1.83433	—0.04092
23.0	+0.17091	—1.88191	—0.09210
Août 12.0	+0.46142	—1.89670	—0.14169

J'ai pris comme époque, celle du 24.0 avril pour laquelle les éléments de 1879 sont osculateurs. Il résulte du calcul, pour les variations ξ η ζ des coordonnées x_0 y_0 z_0, les valeurs suivantes, exprimées en unité de la septième décimale et obtenues de 10 en 10 jours par les formules de l'intégration numérique :

1879	ξ	η	ζ
Mars 25.0	+ 3.28	+ 17.41	— 1.86
Avril 4.0	+ 1.85	+ 7.94	— 0.84
14.0	+ 0.58	+ 2.04	— 0.21
24.0	0.00	0.00	0.00
Mai 4.0	+ 0.80	+ 2.19	— 0.21
14.0	+ 3.62	+ 9.14	— 0.85
24.0	+ 9.09	+ 21.45	— 1.86
Juin 3.0	+ 17.77	+ 39.78	— 3.20
13.0	+ 30.05	+ 64.81	— 4.76
23.0	+ 46.21	+ 97.20	— 6.44
Juillet 3.0	+ 66.39	+137.59	— 8.07
13.0	+ 90.60	+186.54	— 9.53
23.0	+118.74	+244.51	—10.65
Août 2.0	+150.63	+311.82	—11.24
12.0	+186.18	+388.45	—11.12

En interpolant ces valeurs pour les dates des lieux normaux et en calculant les valeurs ξ' η' ζ' rapportées à l'équateur et correspondant à ξ η ζ pour l'écliptique, on trouve :

1879	$\xi = \xi'$	η	ζ	η'	ζ'
Avril 28.5	+ 0.15	+ 0.43	— 0.04	+ 0.41	+ 0.13
Mai 17.0	+ 4.96	+ 12.24	— 1.12	+ 11.68	+ 3.84
26.5	+ 10.95	+ 25.44	— 2.17	+ 24.20	+ 8.14
Juin 10.0	+ 25.97	+ 56.56	— 4.28	+ 53.59	+18.58
22.5	+ 45.31	+ 95.40	— 6.36	+ 90.05	+32.14
Juillet 7.5	+ 76.79	+158.53	— 8.70	+148.89	+55.12

En ajoutant ces quantités ξ' η' ζ' aux coordonnées rectangulaires équatoriales de la comète et en déduisant les ascensions droites et les déclinaisons, on obtient des valeurs dans lesquelles l'action perturbatrice des planètes est éliminée.

Les éléments qui nous ont servi jusqu'ici pour cette apparition, ne sont pas ceux qui correspondent aux éléments adoptés pour celle de 1873. Les deux apparitions devant concourir à la détermination des éléments définitifs, il faut, pour déterminer les écarts $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$ entre les lieux normaux de 1879 et le calcul, employer pour cette apparition les éléments correspondants à ceux de 1873, auxquels a conduit le calcul des perturbations de la période de 1873 à 1879. Ces éléments sont consignés à la p. 34.

En les rapportant à l'équinoxe moyen 1879.0 et en y joignant les valeurs des éléments π' ☊$'$ i' rapportés au plan de l'équateur, on obtient:

M 1879 avril 24.0 = — 2° 12′ 52″.570
T = 1879 mai 7.44176
μ = 593″.119494
log a = 0.5179096
φ = 27° 32′ 41″.92

π =	238	24	14	.58	Équinoxe moy. 1879.0
☊ =	78	45	23	.73	
i =	9	46	30	.60	
π' =	240	24	21	.27	
☊$'$ =	21	30	21	.12	
i' =	27	0	58	.46	

Il en résulte pour les coordonnées rectangulaires héliocentriques équatoriales de la comète les valeurs :

$$x = r\,[9.9938934] \sin (v + 328°\ 14'\ 33''.79)$$
$$y = r\,[9.9572757] \sin (v + 242\ \ 45\ \ 34\ .19)$$
$$z = r\,[9.6572882] \sin (v + 218\ \ 54\ \ 0\ .15)$$

Si l'on calcule $x\ y\ z$ d'après ces formules pour les dates des lieux normaux, et qu'à ces valeurs on additionne celles que nous venons de trouver pour $\xi'\ \eta'\ \zeta'$, on trouve pour les ascensions droites et les déclinaisons affranchies des perturbations :

1879	α 1879.0	δ 1879.0
	° ′ ″	° ′ ″
Avril 28.5	252 57 40.60	—13 57 53.59
Mai 17.0	252 18 6.57	—16 30 19.71
26.5	251 3 44.21	—18 4 55.34
Juin 10.0	248 49 58.64	—20 38 25.50
22.5	247 24 9.33	—22 46 50.25
Juillet 7.5	247 10 34.91	—25 4 41.64

Ces valeurs comparées aux lieux normaux fournissent pour les écarts $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$ entre l'observation et le calcul, les valeurs définitives suivantes :

1879	Δα	Δα cos δ	Poids.	Δδ	Poids.
	″	″		″	
Avril 28.5	+29.73	+28.85	2.0	— 4.77	2.0
Mai 17.0	+12.64	+12.12	3.5	— 4.91	3.5
26.5	+14.23	+13.53	8.3	— 0.23	7.1
Juin 10.0	+13.57	+12.70	8.0	+ 7.10	8.0
22.5	+13.13	+12.10	19.5	+15.65	13.5
Juillet 7.5	+10.64	+ 9.64	1.5	+17.28	2.0

VI. DISCUSSION DES APPARITIONS DE 1873 ET DE 1879 COMBINÉES

§ 1. Équations de condition.

Les termes connus de ces équations, $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$, ont été obtenus dans les chapitres précédents, p. 75 et p. 92; je puis me dispenser de les reproduire ici. Les inconnues sont les corrections à appliquer aux éléments : $M_0\ \mu\ \varphi\ \pi'\ \Omega'\ i'$, ces derniers rapportés au plan de l'équateur. J'ai calculé les coefficients de ces inconnues d'après les formules données par v. Oppolzer[1], et au moyen des éléments qui ont servi aux calculs des éphémérides pour les deux apparitions. L'époque originelle adoptée est le 15.0 avril 1873. Les équations de condition sont de la forme :

$$\Delta\alpha \cos\delta = \frac{d\alpha \cos\delta}{d\Omega'}\Delta\Omega' + \frac{d\alpha\cos\delta}{di'}\Delta i' + \frac{d\alpha\cos\delta}{d\pi'}\Delta\pi' + \frac{d\alpha\cos\delta}{d\varphi}\Delta\varphi + \frac{d\alpha\cos\delta}{d\mu}\Delta\mu + \frac{d\alpha\cos\delta}{dM_0}\Delta M_0$$

$$\Delta\delta = \frac{d\delta}{d\Omega'}\Delta\Omega' + \frac{d\delta}{di'}\Delta i' + \frac{d\delta}{d\pi'}\Delta\pi' + \frac{d\delta}{d\varphi}\Delta\varphi + \frac{d\delta}{d\mu}\Delta\mu + \frac{d\delta}{dM_0}\Delta M_0$$

Pour les dates des six lieux normaux de l'apparition de 1873 et des six de 1879, ces équations ont les valeurs suivantes, où les corrections $\Delta\Omega'\ \Delta i'\ \Delta\pi'\ \Delta\varphi\ \Delta\mu\ \Delta M_0$ sont exprimées en secondes d'arc et où les coefficients, ainsi que $\Delta\alpha\cos\delta$ et $\Delta\delta$, sont donnés par leurs logarithmes :

[1] Opp. II, p. 391.

1873

ASCENSION DROITE

I	0.14301_n	$= 8.90708$	$\Delta☊' + 9.29884_n$	$\Delta i' + 0.17283$	$\Delta\pi' + 8.83439_n$	$\Delta\varphi + 2.11317$	$\Delta\mu + 0.66849$	ΔM_0
II	9.92942	$= 8.53312$	$+9.55504_n$	$+0.28709$	$+9.72696$	$+2.36690$	$+0.77687$	
III	0.48287	$= 7.63263_n$	$+9.71261_n$	$+0.34051$	$+9.97106$	$+2.46128$	$+0.82472$	
IV	9.69897	$= 8.21897_n$	$+9.75148_n$	$+0.34151$	$+0.01252$	$+2.47113$	$+0.82447$	
V	0.82995	$= 8.61952_n$	$+9.79596_n$	$+0.31096$	$+0.06454$	$+2.46317$	$+0.79239$	
VI	1.15564	$= 8.76732_n$	$+9.79714_n$	$+0.27155$	$+0.08807$	$+2.44707$	$+0.75209$	

DÉCLINAISON

I	0.34635	$= 9.89076$	$\Delta☊' + 9.76320_n$	$\Delta i' + 9.80040_n$	$\Delta\pi' + 9.72086$	$\Delta\varphi + 1.26991$	$\Delta\mu + 0.27428_n$	ΔM_0
II	0.46982_n	$= 9.92359$	$+0.04700_n$	$+9.84500_n$	$+9.48062$	$+1.13799_n$	$+0.32951_n$	
III	0.02531_n	$= 9.89500$	$+0.18986_n$	$+9.86837_n$	$+8.73918_n$	$+1.78701_n$	$+0.35581_n$	
IV	9.88081	$= 9.86677$	$+0.21882_n$	$+9.87275_n$	$+9.31791_n$	$+1.90779_n$	$+0.35861_n$	
V	0.82866	$= 9.77227$	$+0.24515_n$	$+9.86872_n$	$+9.71203_n$	$+2.07283_n$	$+0.34643_n$	
VI	0.98811	$= 9.68297$	$+0.24124_n$	$+9.85141_n$	$+9.82815_n$	$+2.13119_n$	$+0.32067_n$	

1879

ASCENSION DROITE

I	1.46015	$= 8.21449$	$\Delta☊' + 9.52000_n$	$\Delta i' + 0.27049$	$\Delta\pi' + 9.85882$	$\Delta\varphi + 4.10927$	$\Delta\mu + 0.76054$	ΔM_0
II	1.08350	$= 8.29039_n$	$+9.65280_n$	$+0.32943$	$+0.05450$	$+4.16290$	$+0.81328$	
III	1.13130	$= 8.54895_n$	$+9.70762_n$	$+0.34288$	$+0.10895$	$+4.17412$	$+0.82422$	
IV	1.10380	$= 8.75045_n$	$+9.76450_n$	$+0.33569$	$+0.15367$	$+4.16464$	$+0.81438$	
V	1.08279	$= 8.85921_n$	$+9.78342_n$	$+0.30502$	$+0.17028$	$+4.13279$	$+0.78211$	
VI	0.98408	$= 8.95592_n$	$+9.77070_n$	$+0.24948$	$+0.18268$	$+4.07553$	$+0.72405$	

DÉCLINAISON

I	0.67852_n	$= 9.90748$	$\Delta☊' + 0.04604_n$	$\Delta i' + 9.80761_n$	$\Delta\pi' + 9.38404$	$\Delta\varphi + 3.63451_n$	$\Delta\mu + 0.29264_n$	ΔM_0
II	0.69108_n	$= 9.89372$	$+0.17439_n$	$+9.82803_n$	$+8.38897_n$	$+3.66053_n$	$+0.31538_n$	
III	9.36173_n	$= 9.86842$	$+0.21796_n$	$+9.83721_n$	$+9.29323_n$	$+3.66997_n$	$+0.32279_n$	
IV	0.85126	$= 9.80141$	$+0.25450_n$	$+9.84588_n$	$+9.66896_n$	$+3.67471_n$	$+0.32438_n$	
V	1.19451	$= 9.71540$	$+0.26025_n$	$+9.84130_n$	$+9.82131_n$	$+3.66324_n$	$+0.31035_n$	
VI	1.23754	$= 9.57872$	$+0.24438_n$	$+9.81404_n$	$+9.91014_n$	$+3.62458_n$	$+0.26889_n$	

J'ai vérifié ces valeurs des coefficients des inconnues par des variations arbitraires appliquées aux éléments des deux apparitions; une concordance parfaite s'est manifestée entre les valeurs de $\Delta\alpha \cos \delta$ et de $\Delta\delta$ résultant de la substitution de ces variations dans les équations de condition et les mêmes quantités résultant d'un calcul d'éphéméride d'après les éléments arbitrairement modifiés.

Je savais par l'expérience faite sur l'apparition de 1873 prise isolé-

ment, qu'il existait une proportionnalité fâcheuse entre les coefficients de $\Delta\pi'$ et de ΔM_0, mais j'espérais que par la combinaison des deux apparitions cette circonstance défavorable disparaîtrait, au moins en partie. Cette espérance a été déçue; voici dans les 24 équations les

Valeurs du rapport des coefficients de ΔM_0 et de $\Delta\pi'$.

	1873		1879	
	α	δ	α	δ
I	+ 3.131	+ 2.978	+ 3.090	+ 3.055
II	3.089	3.051	3.047	3.072
III	3.049	3.072	3.030	3.059
IV	3.040	3.061	3.011	3.009
V	3.030	3.004	3.000	2.945
VI	3.024	2.946	2.983	2.850

Pour tenir compte des poids différents des lieux normaux, les équations de condition doivent être multipliées chacune par la racine carrée du poids p du lieu normal correspondant. Voici pour les 24 équations les

Valeurs de $\log\sqrt{p}$

	1873		1879	
	α	δ	α	δ
I	0.15052	0.15052	0.15052	0.15052
II	0.27204	0.30103	0.27204	0.27204
III	0.56517	0.56193	0.45954	0.42563
IV	0.60342	0.54671	0.45155	0.45155
V	0.36620	0.25258	0.64502	0.56517
VI	0.45691	0.30103	0.08805	0.15052

Ainsi transformées, les équations sont toutes ramenées à la même unité de poids; je suppose cette opération exécutée, sans en transcrire le résultat. J'ai suivi ensuite le procédé employé par v. Oppolzer[1], et j'ai substitué aux inconnues $\Delta\Omega'$ $\Delta i'$ $\Delta\pi'$ $\Delta\varphi$ $\Delta\mu$ ΔM_0, d'autres inconnues

[1] Opp. II, p. 318.

$x\ y\ z\ t\ u\ w$, égales aux premières multipliées par leur plus fort coefficient. On obtient ainsi des équations dans lesquelles les coefficients des différentes inconnues sont rendus aussi homogènes que possible et sont partout inférieurs ou égaux à l'unité. J'ai établi les relations :

$$\begin{aligned}
\log x &= \log \Delta\Omega' + 0.45693 \\
\log y &= \log \Delta i' + 0.82542 \\
\log z &= \log \Delta \pi' + 0.95004 \\
\log t &= \log \Delta \varphi + 0.81530 \\
\log u &= \log \Delta \mu + 4.77781 \\
\log w &= \log \Delta M_0 + 1.42789
\end{aligned}$$

Pour faciliter les calculs relatifs aux termes $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$, j'ai pris comme unité de ces quantités 50″.0, valeur qui se rapproche beaucoup de la valeur la plus élevée de $\Delta\alpha \cos\delta \sqrt{p}$ ou de $\Delta\delta\sqrt{p}$, et j'ai posé :

$n = \frac{\Delta\alpha \cos\delta \sqrt{p}}{50''}$ pour les équations dérivant des ascensions droites,

$n = \frac{\Delta\delta \sqrt{p}}{50''}$ pour celles qui dérivent des déclinaisons.

Il résulte de la nouvelle unité adoptée et de ce que $\log 50'' = 1.69897$, les valeurs suivantes pour $\Delta\Omega'$ $\Delta i'$ etc., exprimées en fonction de x y etc.

$$\begin{aligned}
\log \Delta\Omega' &= \log x + 1.24204 \\
\log \Delta i' &= \log y + 0.87355 \\
\log \Delta \pi' &= \log z + 0.74893 \\
\log \Delta \varphi &= \log t + 0.88367 \\
\log \Delta \mu &= \log u + 6.92116 \\
\log \Delta M_0 &= \log w + 0.27108
\end{aligned}$$

Les équations de condition ramenées à la même unité en les multipliant par $\sqrt{p}$, et rendues plus homogènes par l'introduction des nouvelles inconnues, prennent la forme :

$$ax + by + cz + dt + eu + fw = n$$

Afin d'avoir un moyen de contrôle pour les calculs ultérieurs, j'ai

formé, pour chaque équation, la somme s des coefficients des différentes inconnues, de sorte que :

$$s = a + b + c + d + e + f \ .$$

J'ai laissé n en dehors de cette somme parce que je prévoyais que, vu la grande analogie des valeurs de c et de f, je n'obtiendrais pas d'emblée un résultat définitif.

Le tableau suivant renferme les valeurs des logarithmes de a b c d e f s n. Contrairement à ce que j'avais fait précédemment, je n'ai pas mis ici ces quantités en équation, mais j'ai rangé celles qui se rapportent au même lieu normal les unes au-dessous des autres dans une même colonne verticale.

Coefficients des équations de condition.

1873

ASCENSION DROITE

	I	II	III	IV	V	VI
log a	8.60067	8.34823	7.74087_n	8.36546_n	8.52879_n	8.76730_n
log b	8.62394_n	9.00166_n	9.45236_n	9.52948_n	9.33674_n	9.42863_n
log c	9.37331	9.60909	9.95564	9.99489	9.72712	9.77842
log d	8.16961_n	9.18370	9.72093	9.80064	9.61544	9.72968
log e	7.48588	7.86113	8.24864	8.29674	8.05156	8.12617
log f	9.39112	9.62102	9.96200	0.00000	9.73070	9.78111
log s	9.670627	9.957226	0.316788	0.357621	0.094903	0.154623
log n	8.59456_n	8.50249	9.34907	8.60342	9.49718	9.91358

DÉCLINAISON

	I	II	III	IV	V	VI
log a	9.58435	9.76769	0.00000	9.95655	9.56792	9.52707
log b	9.08830_n	9.52261_n	9.92637_n	9.94011_n	9.67231_n	9.71685_n
log c	9.00088_n	9.19599_n	9.48026_n	9.46942_n	9.17126_n	9.20240_n
log d	9.05608	8.96635	8.48581_n	9.04932_n	9.14931_n	9.31388_n
log e	6.64262	6.66121_n	7.57113_n	7.67669_n	7.54760_n	7.65441_n
log f	8.99691_n	9.20265_n	9.48985_n	9.47743_n	9.17112_n	9.19381_n
log s	9.246063	8.449910	9.689745_n	9.831291_n	9.733732_n	9.851611_n
log n	8.79790	9.07188_n	8.88827_n	8.72855	9.38227	9.59017

Équations finales.

$+4.347964\ x$	$-4.094146\ y$	$-1.661397\ z$	$-0.840604\ t$	$-0.803083\ u$	$-1.673388\ w$	$=+0.842090$
-4.094146	$+5.095049$	-0.306799	-0.483719	-0.130832	-0.313919	$=-3.068330$
-1.661397	-0.306799	$+5.460067$	$+4.040397$	$+2.608097$	$+5.505965$	$=+3.019691$
-0.840604	-0.483719	$+4.040397$	$+3.386764$	$+2.312350$	$+4.062605$	$=+2.291063$
-0.803083	-0.130832	$+2.608097$	$+2.312350$	$+2.561637$	$+2.616358$	$=+2.230755$
-1.673388	-0.313919	$+5.505965$	$+4.062605$	$+2.616358$	$+5.552783$	$=+3.052116$

Le calcul de contrôle par les sommes s donne les résultats comparatifs suivants, où je représente par $\Sigma[\lambda a]$ $\Sigma[\lambda b]$..... les sommes des coefficients pour chacune des équations finales, de sorte que par exemple :

$$\Sigma[\lambda a] = [aa] + [ab] + [ac] + [ad] + [ae] + [af]$$

$[as] = -4.724628$	$\Sigma[\lambda a] = -4.724654$
$[bs] = -0.234369$	$\Sigma[\lambda b] = -0.234366$
$[cs] = +15.646320$	$\Sigma[\lambda c] = +15.646330$
$[ds] = +12.477787$	$\Sigma[\lambda d] = +12.477793$
$[es] = +9.164516$	$\Sigma[\lambda e] = +9.164527$
$[fs] = +15.750398$	$\Sigma[\lambda f] = +15.750404$
$[ns] = +8.367381$	$\Sigma[\lambda n] = +8.367385$

La somme des carrés des erreurs $[nn]$ a pour valeur $+6.028809$, ou si on l'exprime en secondes d'arc, en la multipliant par $(50'')^2$: $15072''.023$.

Dans la résolution des équations finales, j'ai employé $\Sigma[\lambda a]$ $\Sigma[\lambda b]$..... au lieu de $[as]$ $[bs]$....., afin que le contrôle se poursuivît jusqu'à la fin du calcul. Cette résolution m'a conduit aux équations suivantes pour la détermination successive des inconnues, équations où les coefficients sont de nouveau représentés par leurs logarithmes :

$0.6382859\ x$	$+0.6121633_n\ y$	$+0.2204734_n\ z$	$+9.9245915_n\ t$	$+9.9047604_n\ u$	$+0.2235967_n\ w$	$=9.9253585$
	$0.0933881\ y$	$+0.2721225_n\ z$	$+0.1055960_n\ t$	$+9.9479403_n\ u$	$+0.2763747_n\ w$	$=0.3570574_n$
		$0.3013085\ z$	$+0.2539771\ t$	$+9.9834269\ u$	$+0.3042347\ w$	$=8.9660103_n$
			$9.4818838\ t$	$+9.5816057\ u$	$+8.0484146_n\ w$	$=9.2934161$
				$9.9220291\ u$	$+6.63589\ w$	$=9.7448287$
					$6.04922\ w$	$=7.93156$

La grande similitude des coefficients c et f manifeste son influence dans la petitesse du dénominateur de la valeur de w, tel que le donne la dernière de ces équations. Le calcul ayant été fait avec grand soin, cette valeur doit être exacte à une ou deux unités près de la cinquième décimale; mais comme ce dénominateur est fort petit: $+ 0.000112$, cette approximation ne suffit pas pour donner la valeur de w avec la précision voulue. En adoptant cette valeur de w il aurait certainement fallu, comme précédemment pour l'apparition de 1873 [1], procéder à plusieurs calculs successifs.

J'ai préféré suivre la méthode indiquée par v. Oppolzer [2] et qui consiste à déterminer les valeurs des cinq premières inconnues en fonction de la sixième et à chercher la valeur de celle-ci par de nouvelles équations où elle entre comme inconnue unique. Par la cinquième équation on trouve u en fonction de w, et substituant cette valeur dans les quatre précédentes, on obtient pour les cinq premières inconnues les valeurs suivantes en fonction de w, où les coefficients sont exprimés par leurs logarithmes :

$$\begin{aligned} u &= 9.822800 + 6.713857_n\, w \\ t &= 9.275706_n + 8.574136\, w \\ z &= 9.294125_n + 0.017095_n\, w \\ y &= 0.267299_n + 7.876912_n\, w \\ x &= 0.186874_n + 8.097571_n\, w \end{aligned}$$

Si l'on suppose $w = o$, ces valeurs se réduisent chacune à leur premier terme; en le substituant pour chaque inconnue dans les équations de condition, on doit satisfaire à la condition que la somme des carrés des erreurs qui subsistent coïncide avec la valeur $[nn_5]$ obtenue par la résolution des équations finales. J'obtiens pour cette somme 1.18904, pendant que $[nn_5] = 1.18892$, concordance plus que suffisante.

Substituant dans les équations de condition les valeurs complètes des cinq premières inconnues, on obtient le nouveau système d'équations,

[1] P. 25.
[2] Opp. II, p. 362 ss.

où w est maintenant la seule inconnue, et où figurent les logarithmes des coefficients et non les coefficients eux-mêmes :

1873

ASCENSION DROITE	DÉCLINAISON
$6.52323_n\ w = 8.15158_n$	$7.72574\ w = 9.63141$
$7.07918\ w = 8.19529_n$	$7.40236\ w = 9.18484$
$7.00380_n\ w = 8.64640_n$	$7.28391_n\ w = 9.21579_n$
$7.16146_n\ w = 9.50685_n$	$7.41800_n\ w = 9.38618_n$
$6.71917\ w = 8.55314$	$6.57043_n\ w = 9.05661_n$
$7.39839\ w = 9.64699$	$7.17765\ w = 9.09571_n$

1879

ASCENSION DROITE	DÉCLINAISON
$7.42892\ w = 9.76709$	$7.07328\ w = 9.00539$
$7.10927\ w = 8.68775$	$6.95371_n\ w = 9.01959_n$
$6.15320\ w = 8.94556$	$7.29778_n\ w = 8.95557_n$
$6.97836_n\ w = 8.45791_n$	$6.98376_n\ w = 8.37422$
$6.68913_n\ w = 9.09380_n$	$7.41248\ w = 9.58554$
$6.38202\ w = 8.91836_n$	$7.52999\ w = 9.01046$

Ces équations ont la forme :

$$\beta w = \nu.$$

Pour faciliter le calcul j'introduis à la place de w une inconnue w' telle que :

$$\log w' = \log w + 7.72574 \quad \text{d'où résulte :} \quad \log w = \log w' + 2.27426.$$

Les coefficients β augmentant dans la même proportion où l'inconnue diminue, je les nomme β', et les équations deviennent :

$$\beta' w' = \nu.$$

On obtient pour les sommes des produits $\beta'\beta'$, $\beta'\nu$ et $\nu\nu$:

$$[\beta'\beta'] = +\ 3.329237$$
$$[\beta'\nu] = +\ 1.602529$$
$$[\nu\nu] = +\ 1.189042$$

faire disparaître en partie seulement des différences $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$ assez faibles entre l'observation et le calcul, on obtient pour les éléments de l'orbite de cette comète des corrections considérables.

On peut procéder maintenant à un contrôle général de tous les calculs qui précèdent. Substituant dans les équations de condition de la p. 94 les corrections des éléments que nous venons de trouver, et nommant v les erreurs qui restent encore dans ces équations après la substitution, on forme les carrés vv, on les multiplie par les poids correspondants p et l'on prend la somme $[pvv]$. Cette somme doit avoir la même valeur que $[\nu\nu_{,}]$ qui correspond à $[nn_{6}]$.

On trouve effectivement :

$$[pvv] = 1043''.93 \quad \text{ou dans l'autre unité :} \quad [pvv] = 0.41757.$$

La concordance avec la valeur trouvée précédemment pour $[\nu\nu_{,}]$ est tout à fait suffisante.

Appliquant les corrections aux éléments pris comme base pour les deux apparitions, j'ai calculé une éphéméride pour les dates des lieux normaux. Voici le tableau des écarts $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$ qui subsistent, mis en regard de celui des mêmes écarts obtenus par la substitution dans les équations de condition :

Équations de condition.

1873		1879	
$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
"	"	"	"
+ 0.57	− 1.89	+12.09	− 0.21
− 3.32	− 1.89	− 1.81	− 0.62
+ 0.64	+ 0.13	+ 1.31	+ 1.68
− 2.37	− 0.09	+ 1.02	+ 1.96
− 0.25	− 2.24	− 0.90	+ 2.06
+ 3.79	− 6.52	− 4.27	− 7.22

Éphéméride.

1873		1879	
$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
"	"	"	"
+ 0.17	− 1.71	+11.92	− 0.09
− 3.75	− 1.74	− 1.93	− 0.56
+ 0.32	+ 0.23	+ 1.18	+ 1.75
− 2.67	− 0.04	+ 0.84	+ 1.95
− 0.53	− 2.21	− 0.93	+ 2.03
+ 3.67	− 6.55	− 4.31	− 7.23

La concordance n'est pas absolue, ce qui ne doit pas étonner vu la

grandeur des corrections de certains éléments. On trouve pour la somme des carrés des erreurs obtenues par le calcul de l'éphéméride :

$$[pvv] = 1054''.53 \quad \text{et dans l'autre unité :} \quad [pvv] = 0.421811.$$

J'ai voulu faire disparaître cette divergence entre le calcul de l'éphéméride et la substitution dans les équations de condition, au moyen de nouvelles corrections à appliquer aux éléments. J'ai introduit dans les équations de condition comme termes connus les écarts $\Delta\alpha \cos\delta$ et $\Delta\delta$ ci-dessus obtenus par le calcul de l'éphéméride. En les rapportant à l'autre unité je les ai désignés par n', et j'ai formé les sommes de tous les produits an' bn'..... fn' sn', pour lesquelles je trouve :

$$
\begin{aligned}
[an'] &= +\ 0.022630 \\
[bn'] &= +\ 0.013200 \\
[cn'] &= -\ 0.089655 \\
[dn'] &= -\ 0.053181 \\
[en'] &= -\ 0.019890 \\
[fn'] &= -\ 0.090872 \\
[sn'] &= -\ 0.217773 \qquad \Sigma\,[\lambda n'] = -\ 0.217768 \\
[n'n'] &= +\ 0.421811
\end{aligned}
$$

Introduisant ces sommes dans les équations finales et les résolvant, on obtient pour la détermination des inconnues des équations qui ne diffèrent de celles de la p. 99 que par leurs seconds membres. Laissant de côté l'inconnue w pour les mêmes motifs que précédemment, on en déduit pour x y z t u, et par suite pour $\Delta\Omega'$ $\Delta i'$ $\Delta\pi'$ $\Delta\varphi$ $\Delta\mu$, les petites corrections :

$$
\begin{aligned}
\log u &= 7.92331 & \Delta\mu &= +\ 0''.0000070 \\
\log t &= 8.49262 & \Delta\varphi &= +\ 0\ .238 \\
\log z &= 8.66621_n & \Delta\pi' &= -\ 0\ .260 \\
\log y &= 7.62024_n & \Delta i' &= -\ 0\ .031 \\
\log x &= 7.94847_n & \Delta\Omega' &= -\ 0\ .155
\end{aligned}
$$

J'en suis resté là, estimant que pour de si faibles quantités il ne valait

pas la peine de former les équations de condition pour *w* seul et j'ai conservé à M_0 sa valeur précédente.

Par ce calcul on trouve :

$$[nn_5] = 0.41971 \quad \text{ou} \quad [nn_5] = 1049''.27.$$

Substituant les corrections dans les équations de condition, on obtient :

$$[pvv] = 1049''.40 \quad \text{ou} \quad [pvv] = 0.41976.$$

Enfin calculant une éphéméride avec les éléments corrigés une seconde fois :

$$[pvv] = 1049''.69 \quad \text{ou} \quad [pvv] = 0.41988.$$

Voici les tableaux des valeurs de $\Delta\alpha \cos\delta$ et de $\Delta\delta$ résultant de la substitution dans les équations de condition et du calcul de l'éphéméride; ces valeurs concordent parfaitement :

Équations de condition.

1873		1879	
$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
"	"	"	"
+ 0.58	— 1.90	+12.13	— 0.19
— 3.38	— 1.90	— 1.76	— 0.62
+ 0.65	+ 0.13	+ 1.32	+ 1.71
— 2.36	— 0.12	+ 0.93	+ 1.96
— 0.30	— 2.24	— 0.88	+ 2.06
+ 3.83	— 6.55	— 4.33	— 7.17

Éphéméride.

1873		1879	
$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$
"	"	"	"
+ 0.57	— 1.90	+12.11	— 0.18
— 3.41	— 1.89	— 1.77	— 0.61
+ 0.66	+ 0.12	+ 1.31	+ 1.72
— 2 34	— 0.13	+ 0.94	+ 1.98
— 0.29	— 2.23	— 0.88	+ 2.08
+ 3.84	— 6.55	— 4.33	— 7.16

§ 3. Erreurs moyennes des résultats.

J'ai calculé les poids des corrections des éléments d'après les formules

données par v. Oppolzer[1]. Toutefois pour l'estimation du poids de w, je n'ai pas emprunté à la sixième équation de la p. 99 :

$$[ff_5]\,w = [fn_5]\,,$$

la valeur de $[ff_5]$ telle quelle. J'ai pris la valeur de w trouvée plus tard, et de cette valeur et de celle de $[fn_5]$ j'ai déduit une valeur plus probable pour $[ff_5]$:

$$\log\,[ff_5] = 5.97484$$

Il résulte nécessairement de la proportionnalité des coefficients de $\Delta\pi'$ et de ΔM_0 dans les équations de condition et de la grandeur des valeurs obtenues pour ces corrections, que leurs poids devront être faibles. Désignant les poids par P, je trouve d'une part pour x y etc., et d'autre part pour $\Delta\Omega'$ $\Delta i'$ etc., en utilisant les relations de la p. 96 :

$\log P_x = 9.27620$	$P_{\Delta\Omega'} = 1.5491$
$\log P_y = 9.51107$	$P_{\Delta i'} = 14.518$
$\log P_z = 5.94051$	$P_{\Delta\pi'} = 0.006928$
$\log P_t = 8.69684$	$P_{\Delta\varphi} = 2.1252$
$\log P_u = 9.92100$	$P_{\Delta\mu} = 0.2997$
$\log P_w = 5.97484$	$P_{\Delta M_0} = 0.067705$

L'erreur moyenne ε d'une équation de condition réduite à l'unité de poids est donnée par la formule :

$$\varepsilon = \pm\sqrt{\frac{[pvv]}{m-m'}}$$

où $[pvv]$ représente comme précédemment la somme des carrés des erreurs restantes, m le nombre des équations et m' le nombre des inconnues. Nous avons trouvé (p. 105) :

$$[pvv] = 1049''.69.$$

Il en résulte pour l'erreur moyenne d'une équation de condition :

[1] Opp. II, p. 356.

$$\varepsilon = \pm\ 7''.637\ ,$$

et pour son erreur probable ρ :

$$\rho = \pm\ 5''.151\ .$$

Si l'on examine le tableau des écarts qui subsistent entre l'observation et le calcul (p. 105), on reconnaît que l'ascension droite du premier lieu normal de 1879, correspondant à la date du 28.5 avril, est mal représentée par les éléments obtenus en dernier lieu. Pour cette ascension droite en effet $v = +\ 12''.11$ et $pvv = 293''.30$.

Or ce lieu normal est formé de deux observations d'Arcetri qui cadrent assez bien entre elles et dont l'une, celle du 1[er] mai, d'après les détails que je dois à l'obligeance de M. Tempel, repose sur quatre comparaisons, dont trois très concordantes. L'observation du 25 avril qui, de même que celle du 24, n'est basée que sur une seule comparaison, diffère de plus de 2^s des deux autres en ascension droite, et c'est ce qui me l'avait fait rejeter lors de la formation des lieux normaux (p. 85). Or si l'on conservait cette observation du 25 avril et qu'on prît la moyenne arithmétique entre les trois, on obtiendrait une ascension droite qui serait presque exactement satisfaite par les éléments corrigés auxquels je suis parvenu.

Je rappelle encore que pour l'observation du 1[er] mai, qui est à la base de ce lieu normal du 28.5 avril, M. Tempel s'est servi d'un micromètre circulaire autre que pour toutes ses autres observations. Cette circonstance me semble être de nature à expliquer, au moins en partie, pourquoi cette observation se trouve en désaccord avec ses semblables, et pourquoi la méthode des moindres carrés appliquée à la recherche des éléments les plus probables n'a pas pu en tenir compte. Dans ces conditions il me paraît aussi qu'il serait licite de négliger l'ascension droite de ce lieu normal. En la supprimant on obtient :

$$[pvv] = 756''.39\ ,$$

et comme $m = 23$, on en déduit :

$$\varepsilon = \pm\, 6''.670 \quad \text{et} \quad \rho = \pm\, 4''.499\,.$$

Ces valeurs, de même que les précédentes, sont assez considérables, mais elles ne me semblent cependant pas dépasser la limite de ce que l'on pouvait attendre, étant données, d'une part les quelques divergences qui existent entre les séries d'observations de différents observatoires, et d'autre part la grande faiblesse de l'éclat de la comète qui rendait l'observation très difficile, surtout en 1879.

Pour l'estimation des erreurs moyennes E des corrections aux éléments, j'ai conservé la première valeur de ε :

$$\varepsilon = \pm\, 7''.637\,,$$

et par les formules :

$$E_{\Delta\Omega'} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{P_{\Delta\Omega'}}}\,, \quad E_{\Delta i'} = \frac{\varepsilon}{\sqrt{P_{\Delta i'}}}\,, \quad \text{etc.}\ldots$$

j'ai obtenu :

$$\begin{aligned} E_{\Delta\Omega'} &= \pm\, 6''.14 & \qquad E_{\Delta\varphi} &= \pm\, 5''.24 \\ E_{\Delta i'} &= \pm\, 2\,.00 & \qquad E_{\Delta\mu} &= \pm\, 0\,.000140 \\ E_{\Delta\pi'} &= \pm 91\,.75 & \qquad E_{\Delta M_0} &= \pm 29\,.35 \end{aligned}$$

J'aurai à déterminer les modifications subies par les éléments $\Omega\ i\ \pi$, rapportés au plan de l'écliptique; on trouve aisément les erreurs moyennes des corrections à appliquer à ces éléments par les valeurs que nous venons d'obtenir pour $E_{\Delta\Omega'}\ E_{\Delta i'}\ E_{\Delta\pi'}$ [1], et au moyen des relations entre les variations de $\Omega'\ i'\ \pi'$ et celles de $\Omega\ i\ \pi$ [2] :

$$\begin{aligned} E_{\Delta\Omega} &= \pm\, 13''.18 \\ E_{\Delta i} &= \pm\ \ 2\,.61 \\ E_{\Delta\pi} &= \pm\, 91\,.75 \end{aligned}$$

[1] Opp. II, p. 416.
[2] Opp. II, p. 395.

ÉLÉMENTS

DEUXIÈME APPARITION 1873		TROISIÈME APPARITION 1879		Erreurs moyennes communes aux deux systèmes.
M_0 1873 avril 15.0 = — 4° 5′ 24″.177		M 1879 avril 24.0 = — 2° 10′ 2″.454		± 29″.35
μ = 592″.9765465		μ = 593″.1200165		± 0 .000140
φ = 27° 33′ 22″.79		φ = 27° 33′ 6″.69		± 5 .24
π' = 240° 2′ 52″.71	Équinoxe moy. 1873.0	π' = 240° 15′ 31″.77	Équinoxe moy. 1879.0	± 1′ 31″.75
☊′ = 21 29 0 .30		☊′ = 21 29 34 .33		± 6 .14
i' = 27 0 58 .62		i' = 27 0 39 .50		± 2 .00
π = 238° 2′ 52″.98	Équinoxe moy. 1873.0	π = 238° 15′ 30″.65	Équinoxe moy. 1879.0	± 1′ 31″.75
☊ = 78 43 48 .42		☊ = 78 45 55 .66		± 13 .18
i = 9 45 58 .59		i = 9 46 2 .64		± 2 .61
T = 1873 mai 9.83096 t. m. de Berlin.		T = 1879 mai 7.15493 t. m. de Berlin.		± 0j.0495
log a = 0.5179794		log a = 0.5179093		
log q = 0.2482605		log q = 0.2482463		
e = 0.4626205		e = 0.4625512		

MÉMOIRES
DE LA
SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE
Tome XXIX. — N° 13.

PÉNÉTRATION
DE LA
LUMIÈRE DU JOUR
DANS
LES EAUX DU LAC DE GENÈVE
ET DANS
CELLES DE LA MÉDITERRANÉE

PAR

MM. HERMANN FOL & ÉDOUARD SARASIN

GENÈVE
IMPRIMERIE CHARLES SCHUCHARDT



PÉNÉTRATION DE LA LUMIÈRE DU JOUR

DANS

LES EAUX DU LAC DE GENÈVE

ET

DANS CELLES DE LA MÉDITERRANÉE[1]

La Commission spéciale nommée par la *Société de physique et d'histoire naturelle* pour faire l'étude de la couleur et de la transparence des eaux du lac de Genève, nous avait plus particulièrement chargés de la partie du travail qui consistait à déterminer la limite extrême qu'atteint la lumière du jour dans la profondeur du lac.

Divers naturalistes ont porté avant nous leurs investigations sur cet intéressant sujet. Nous n'avons pas à rappeler ici les recherches de notre excellent ami et collègue, le professeur F. A. Forel, de Morges, qui s'est constitué dès longtemps l'observateur par excellence du lac de Genève et de tous les phénomènes naturels dont il est le théâtre. Opérant avec du papier sensibilisé pour positifs de photographies, qu'il plongeait le soir, pour le retirer une ou plusieurs nuits après, M. Forel[2] est arrivé à des

[1] Nous réunissons ici les diverses notes que nous avons publiées sur ce sujet dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* et dans les *Archives des Sciences physiques et naturelles*, en les complétant par la description plus détaillée, avec planche, de nos divers appareils.

[2] *Archives des sciences physiques et naturelles*, 1877, t. LIX, p. 137.

conclusions fort intéressantes sur la plus grande transparence des eaux du lac en hiver qu'en été. Mais le peu de sensibilité du papier albuminé ne lui a pas permis, même avec une exposition prolongée, de déterminer la limite extrême à laquelle l'action de la lumière du jour se fait sentir dans les profondeurs du lac; et ce n'était point d'ailleurs ce qu'il cherchait.

Un autre naturaliste suisse, M. Asper, s'est occupé avec succès du même sujet et a recherché pour plusieurs lacs, spécialement ceux de Zurich et de Wallenstadt la limite extrême de la pénétration de la lumière du jour[1]. Pour cela il a employé, non pas comme M. Forel, le papier albuminé peu sensible, mais les plaques photographiques sèches au gelatino-bromure d'argent. Toutefois, il ne disposait pas d'un appareil spécial réalisant l'exposition de la plaque pendant un temps déterminé et seulement à la profondeur voulue sous l'eau. Usant du même procédé que M. Forel, il plongeait ses plaques de nuit et les retirait une nuit suivante, négligeant ainsi l'action qu'exerce sur la plaque sensible au moment où on l'immerge, comme pendant qu'on la retire, la lumière que le ciel répand encore, même dans une nuit sans lune. Cette action, comme nous le verrons plus loin, n'est pourtant point négligeable et constitue pour des expériences de ce genre une cause d'erreur appréciable. D'ailleurs, les recherches de M. Asper, à l'intérêt desquelles nous nous plaisons à rendre hommage, ont été exécutées dans des lacs dont les eaux sont moins pures, partant moins transparentes que celles du lac de Genève, ses résultats sont spéciaux aux lacs qu'il a étudiés et ne donnent pas de réponse à la question que nous étions chargés d'élucider en ce qui concerne notre lac, question qui dès lors restait intacte. Au reste, M. Asper ayant trouvé de la lumière à la profondeur la plus grande où il ait descendu ses plaques (140^{m}), n'avait pu trancher la question de la limite de pénétration.

[1] *Archives des sciences phys. et nat.*, 1881, t. VI, p. 318 et *Vierteljahrschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich*, 26me année, p. 382.

1. Sur la limite extrême de la pénétration de la lumière du jour dans les eaux du lac de Genève.

Nos expériences ont consisté comme celles de M. Asper à exposer des plaques photographiques à des profondeurs diverses dans la région des plus grands fonds du lac. Nous avons employé pour cela des plaques au gelatino-bromure rapide de Monkhoven. Seulement, à l'inverse de M. Asper, nous nous sommes munis d'un appareil spécial mettant la plaque sensible absolument à l'abri de toute lumière autre que celle qui pénètre réellement à la profondeur à laquelle on la plonge sous l'eau. Cet appareil que nous avons fait construire à la *Société genevoise pour la construction d'instruments de physique*, est représenté dans la Planche fig. 1. Il consiste en une boîte, soit châssis rectangulaire, en laiton *bb*, de 40 cm. de longueur sur 20 cm. de largeur, contenant en son milieu la plaque sensible *p* fixée par des taquets. Ce châssis est fermé à sa partie supérieure par deux volets en laiton *vv*, glissant dans des rainures à double recouvrement et s'écartant l'un de l'autre sous l'action d'un fort ressort contenu dans le fond de la boîte, de manière à découvrir entièrement la plaque, ainsi que cela est indiqué dans la fig. 1. Au fond du châssis est fixé une forte tige en fonte *t* en forme de ⊥ qui porte les axes de rotation de deux leviers coudés accouplés en forme de ciseaux *ll*. Chacun de ces leviers se termine à sa partie supérieure en une fourchette dont les deux dents passent de part et d'autre du châssis et s'appuient contre deux goupilles *gg* que porte chacun des deux volets. Sous l'action du ressort intérieur les volets s'écartent et avec eux les deux bras de levier. Un poids P est suspendu aux extrémités opposées des deux leviers et agit sur eux comme la pression des doigts fermant une paire de ciseaux; les deux fourchettes se rapprochent et avec elles les deux volets qui recouvrent alors entièrement la plaque et la mettent à l'abri de toute action lumineuse du dehors. Un crochet *c* fixé à l'un

des volets, se retourne sur l'appareil lorsqu'il est fermé, et s'accroche dans la rainure *r* de l'autre volet, les empêchant ainsi de s'écarter pendant le transport de la chambre noire au lieu de l'expérience; on ne le soulève qu'au moment où l'appareil est intercalé dans la ligne de sonde et actionné par le poids. Pendant tout le temps de la descente, l'appareil reste fermé sous l'action de la traction du poids; dès que le poids de sonde touche le fond, il s'ouvre sous l'action du ressort antagoniste; il se referme ensuite de nouveau aussitôt qu'on le retire et que le poids quittant le fond recommence à agir. Connaissant la profondeur par un sondage préalable on règle la longueur de la corde par laquelle le poids est suspendu à l'appareil, 100, 200, 300 mètres par exemple, de manière à avoir la plaque photographique à découvert, à la distance voulue de la surface de l'eau. Après une durée d'exposition déterminée, on retire l'appareil et on le transporte dans la chambre noire établie sur le bateau pour changer les plaques et au besoin les développer immédiatement.

La durée de l'exposition a été de dix minutes dans toutes les expériences. Le développement a été effectué avec le révélateur normal à l'oxalate de fer, que nous avons fait agir uniformément pendant dix minutes sur chaque plaque. Celles-ci étaient toutes d'un même lot et recouvertes par conséquent de la même émulsion.

Les expériences ont été faites en avant d'Évian, où le lac présente une plaine assez étendue à 310^{m} de profondeur. M. le Dr Marcel a eu l'extrême obligeance de mettre, à deux reprises, à la disposition de la Commission son yacht à vapeur le *Héron;* M. le prof. Forel, de Morges, a bien voulu non seulement nous prêter sa ligne de sonde, mais se joindre lui-même à nous et nous aider de ses conseils et de son expérience.

Le 16 août 1884, par un temps calme et un soleil brillant, nous exposâmes :

a. A 237^{m} de profondeur, deux plaques, l'une à midi et demi, l'autre à 1 h. 7 m.;

b. A 113^{m} de profondeur, une plaque à 2 h. 20 m.;

c. A 300^{m} de profondeur (10^{m} du fond), une plaque à 2 h. 44 m.

Le 23 septembre 1884, par un temps couvert mais clair, nuages minces et assez lumineux, vent léger variant de l'est au nord, nous exposâmes :

d. A 147^m, une plaque à 1 h. de l'après-midi;

e. A 170^m, une plaque à 2 h. 26 m.;

f. A 113^m, une plaque à 3 h. 3 m.;

g. A 90^m,50, une plaque à 3 h. 34 m.

Comme point de comparaison, M. Fol avait, le 15 août, à 10 h. du soir, exposé par une nuit claire, mais sans lune :

h. Une plaque à l'air libre pendant dix minutes;

i. Une plaque à l'air libre pendant cinq minutes.

Au développement, il se trouva que la plaque *c* (300^m de profondeur) n'avait reçu aucune impression lumineuse quelconque. Il en fut de même des plaques *a* (237^m). La plaque *e*, à 170^m, était légèrement voilée, à peu près comme la plaque *i*, exposée de nuit pendant cinq minutes. La plaque *d*, à 147^m, avait été fortement impressionnée, plus que la plaque *h* exposée la nuit pendant dix minutes. Des deux plaques à 113^m, la plaque *f* du second jour est très noircie, tandis que la plaque *b* du premier jour n'est pas plus impressionnée que la plaque *d* du second jour. Enfin la plaque *g*, exposée à 90^m, est tellement impressionnée que des caractères qui avaient été tracés au dos ne sont qu'incomplètement réservés sur le fond noir de la couche développée.

En comparant les résultats obtenus dans les deux journées d'expériences, on est frappé de ce fait, que l'effet photographique a été beaucoup plus fort le 28 septembre que le 16 août.

On est donc amené à conclure de ces premiers essais :

1° *Que la lumière du jour pénètre dans les eaux du lac de Genève en septembre à 170^m de profondeur et probablement un peu au delà, qu'à cette profondeur, la force d'éclairage en plein jour est à peu près comparable à celle que l'on perçoit par une nuit claire sans lune;*

2° *Qu'à 120^m l'action de la lumière transmise est encore très forte;*

3° *Qu'en septembre, par un temps couvert, la lumière pénètre en plus grande abondance et plus profondément dans l'eau qu'en août, par un temps absolument beau.*

Des expériences ultérieures devaient nous apprendre si cette diffé-

rence est attribuable à la plus grande transparence de l'eau en automne et en hiver, que les expériences de M. Forel ont mise hors de doute, ou bien si la lumière diffusée par les nuages pénètre plus profondément que les rayons plus ou moins obliques du soleil.

Antérieurement à ces expériences, comme nous l'avons dit plus haut, M. Asper avait exposé des plaques au gélatinobromure dans le lac de Zurich, à des profondeurs comprises entre 40^{m} et 90^{m}, dans le lac de Wallenstadt de 90^{m} à 140^{m}, et il a obtenu un effet sur toutes. Il les descendait la nuit, les laissait exposées une journée entière et les retirait la nuit suivante. Mais, comme l'a démontré l'exposition des plaques *h* et *i*, la nuit la plus sombre est encore claire pour une plaque au gélatinobromure rapide. Les expériences rapportées ici sont donc faites dans des conditions plus probantes.

2. Sur la limite extrême de la pénétration de la lumière du jour dans les eaux de la mer Méditerranée.

Après nous être ainsi assurés du bon fonctionnement de notre appareil par les premières expériences exécutées dans le lac de Genève, nous avons conçu le désir d'entreprendre des expériences analogues dans la mer, où la plus grande transparence de l'eau pouvait faire supposer que la limite extrême des rayons lumineux se trouverait à un niveau encore plus bas.

A cet égard, l'on ne possédait encore aucune donnée satisfaisante, car les expériences de la croisière du *Porcupine* sont restées à l'état de projet, l'appareil imaginé par M. Siemens s'étant refusé à fonctionner. La limite de pénétration de la lumière du jour dans la mer était donc encore à trouver.

Grâce à l'entremise obligeante de M. le Dr J. Barrois, directeur de la station zoologique de Villefranche-sur-Mer, l'*Albatros*, aviso de la marine française, a été mis à notre disposition pour plusieurs jours au printemps de 1885. Le concours éclairé et empressé de M. le lieutenant

de vaisseau d'Aboville, qui commandait ce navire, et de tous les officiers du bord ont puissamment contribué à la réussite de ces expériences délicates.

Notre procédé a été le même que pour les expériences dans le lac, seulement nous dûmes préserver la couche sensible contre l'action chimique de l'eau de mer, en l'enduisant d'une forte couche de vernis au bitume. L'impression lumineuse se faisait par le dos de la plaque et à travers l'épaisseur du verre. Des lavages répétés à l'essence de térébenthine et à l'alcool absolu suffisaient à enlever le vernis, avant de procéder au développement. Comme précédemment, nous avons employé le révélateur à l'oxalate de fer que nous laissions agir chaque fois pendant dix minutes.

Les expériences ont eu lieu le 25 et le 26 mars 1885 et ont été favorisées d'un temps beau et calme. C'est au large du cap Ferrat, qui protège l'entrée de la rade de Villefranche, que nous trouvâmes les profondeurs qu'il nous fallait, à savoir celles de 400^m à 600^m. Laissant de côté les plaques d'un moindre intérêt, nous citerons les suivantes qui nous paraissent suffire à résoudre le problème que nous nous étions posé :

A. De 10 h. 30 m. à 10 h. 40 m., plaque exposée à la profondeur de 200^m pour commencer; le navire marchant à la dérive, il fallut lâcher encore 60^m de corde, pour éviter la fermeture prématurée de l'appareil.

B. De 12 h. 45 m. à 12 h. 50 m., à la profondeur de 280^m.

C. De 11 h. 30 m. à 11 h. 40 m., à la profondeur de 345 à 350^m.

D. De 10 h. 55 m. à 11 h. 5 m., à la profondeur de 360^m.

E. De 10 h. 15 m. à 10 h. 25 m., à 380^m de profondeur. Cette expérience a eu lieu dans des circonstances tout particulièrement favorables; il n'y avait ni brise ni houle, le bateau est resté absolument immobile, la ligne parfaitement verticale, en sorte que nous n'avons pas été obligés de lâcher de la corde pendant la durée de l'exposition.

F. De 1 h. 20 m. à 1 h. 30 m., par un temps couvert, mais encore assez lumineux, à la profondeur de 405 à 420^m.

Toutes ces plaques, à l'exception de la plaque *F*, ont été exposées par un beau soleil.

Au développement, les plaques *A* et *B* se sont montrées fortement surexposées. Sur les plaques *C*, *D* et *E*, la force de l'impression va en diminuant d'une manière très régulière avec l'augmentation de la profondeur. Sur la plaque *E*, la force de l'impression est notablement inférieure à celle d'une exposition de même durée à l'air, par une nuit claire et sans lune. Elle est comparable à celle d'une exposition de moitié plus courte, soit de cinq minutes seulement, dans ces dernières conditions.

Enfin, la plaque *F* ne porte plus la moindre trace d'une impression quelconque. Il est sans doute à regretter que cette dernière expérience n'ait pas eu lieu, comme les autres, par un temps tout à fait clair. Mais le degré d'impression de la plaque *E*, de 380^{m}, est déjà si faible, qu'on en peut conclure, avec assez de certitude, que la limite extrême ne pouvait pas être à plus d'une vingtaine de mètres plus bas. D'autre part, les expériences faites dans le lac de Genève nous ont appris, comme nous l'avons dit plus haut, que la dispersion de la lumière du soleil par une légère couche de nuages n'amène pas une diminution notable dans la profondeur qu'elle peut atteindre dans l'eau.

Nous nous croyons donc en droit de conclure de nos expériences, que : ***Au mois de mars, au milieu du jour et par un beau soleil, les dernières lueurs de l'éclairage diurne s'arrêtent à 400^{m} de la surface, dans la Méditerranée.***

3. Effets des saisons sur la limite de pénétration de la lumière du jour dans les eaux du lac de Genève.

Après ces résultats, ceux des expériences que nous avons encore continuées depuis lors dans le lac de Genève, pour le compte de la commission de la Société de Physique et d'Histoire naturelle, n'ont plus qu'un intérêt, pour ainsi dire, local. A l'absorption propre de l'eau vient ici s'ajouter celle qui résulte des particules en suspension, plus ou moins abondantes selon le niveau. Nous tenions cependant à élucider un point intéressant, relatif à l'influence des saisons sur le degré de la transparence de ces eaux.

Les expériences de M. Forel, dont nous avons déjà parlé plus haut, ont montré que le papier photographique albuminé au chlorure d'argent plongé dans le lac se noircit, en hiver, jusqu'à une profondeur de 100^m, tandis qu'en été il ne subit pas d'altération au delà de 45^m. Il était intéressant de savoir si cette variation de transparence avec la saison est propre aux couches superficielles, ou bien si la même loi se vérifie aussi à des niveaux inférieurs.

Le 18 mars 1885, nous nous rendîmes au milieu du lac sur le *Sachem*, yacht à vapeur de M. E. Reverdin, que son propriétaire mit à notre disposition avec une parfaite obligeance. Comme dans les précédentes expériences sur le lac, M. F.-A. Forel voulut bien nous accompagner et nous aider. Le temps était assez clair; une légère couche de nuages dispersait la lumière sans arrêter complètement les rayons directs du soleil. Nous exposâmes, toujours par les mêmes moyens, les plaques suivantes :

k. De 9 h. 20 m. à 9 h. 30 m., par 158^m de profondeur.
l. De 10 h. à 10 h. 10 m., par 192^m.
m. De 10 h. 30 m. à 10 h. 40 m., par 235^m.
n. De 11 h. 10 m. à 11 h. 20 m., par 240^m à 245^m.
o. De 11 h. 48 m. à 12 h. 23 m., par 280^m à 300^m.

La durée de l'exposition a donc été uniformément de dix minutes pour toutes, sauf la dernière qui est restée à découvert, par 280^m, pendant trente-cinq minutes. Malgré cela, pas la moindre trace d'impressionnement n'est visible, ni sur cette plaque, ni sur les plaques *m* et *n*. Le cliché *l* se montre très faiblement impressionné, à peu près comme la plaque *E* de 380^m en mer. Enfin, la plaque *k* de 158^m est à peu près de même force que le cliché *C*.

Ces expériences démontrent donc que *l'extrême limite de l'action de la lumière du jour dans le lac, en hiver, est un peu au delà de 200^m* [1].

[1] Une expérience subséquente nous a appris que dans les circonstances les plus favorables cette limite atteint au mois d'avril la profondeur de 250 mètres environ.

Il résulte de la comparaison entre cette série d'expériences et les précédentes, que la lumière ne descend guère en mars qu'à 20m ou 30m plus bas qu'en septembre; avec le mois d'août, la différence est peut-être un peu plus considérable. Les couches d'eau situées au-dessous de 100m échappent donc à la loi de variation de transparence établie par M. Forel pour les couches plus superficielles, ce à quoi on devait du reste s'attendre, les variations de température qui accompagnent les saisons et sur l'effet desquelles M. Forel base sa théorie ne se faisant pas sentir d'une manière sensible au delà d'une certaine profondeur.

Comparée aux séries de plaques exposées dans le lac, la série que nous avons rapportée de la Méditerranée frappe par sa gradation plus lente et plus régulière. Ceci fait naître l'idée que, tandis que dans le lac la lumière serait promptement interceptée par des couches profondes plus ou moins troubles, dans la Méditerranée, l'absorption propre de l'eau pure serait le principal, sinon l'unique facteur de l'arrêt des rayons lumineux.

4. Sur la pénétration de la lumière dans la profondeur de la mer a diverses heures du jour.

Les expériences qui précèdent nous avaient conduits à des déterminations très sensiblement exactes de la limite extrême de pénétration de la lumière du jour dans les eaux du lac de Genève et dans celles de la Méditerranée. Ce premier résultat acquis il s'agissait d'étudier la question à un point de vue un peu différent.

Poursuivant l'année suivante le même genre d'expériences, nous nous sommes attachés à la recherche de la relation qui existe entre la profondeur que la lumière atteint dans l'eau et l'inclinaison du soleil ou les variations dans la force de l'éclairage. L'aviso de la marine française *le Corse* avait été gracieusement mis à notre disposition grâce à l'entremise de M. Barrois. Nous devons tous nos remercîments, pour la manière dont ils nous ont secondés dans cette campagne, à M. Sicard, lieutenant de vaisseau qui commandait *le Corse* et aux officiers du bord.

Comme nous ne recherchions plus une seule limite maximale, mais une série de limites, à des moments précis de la journée, il nous fallait des séries de plaques exposées au même instant à diverses profondeurs et absolument comparables entre elles. Au lieu d'un seul grand appareil comme celui que nous avions précédemment, nous en avons employé douze petits, construits sur le même principe, que nous placions à intervalles réguliers, de 20^{m} en 20^{m} par exemple, le long de la corde. Ces appareils nous ont été également fournis par la *Société genevoise d'instruments de physique.* Leur disposition est indiquée dans les fig. 2 et 3. Ils consistent en un petit châssis rectangulaire en laiton *bb* dans lequel glisse à double rainure le tiroir *t* contenant la plaque sensible, et qu'un ressort intérieur tend sans cesse à faire ouvrir. Le châssis est fixé à deux anneaux en laiton *aa* qui à leur partie supérieure laissent passer l'axe de rotation d'un levier coudé *ll.* L'appareil est suspendu à la corde de sonde par le bras supérieur de ce levier coudé, tandis que le bras inférieur agit sur une goupille fixée au tiroir. La partie inférieure de la corde de sonde est attachée à une traverse qui relie le bas des deux anneaux. Lorsque la corde est tendue sous l'action du poids de sonde, le bras supérieur du levier coudé se place dans le prolongement de la corde, soit dans la position verticale, et le bras inférieur maintient le tiroir fermé (fig. 3). Lorsque l'action du poids de sonde cesse, le tiroir s'ouvre sous l'action du ressort antagoniste (fig. 2). Le jeu est le même que dans le grand appareil, mais sous une forme un peu différente, permettant un dispositif beaucoup plus petit et plus léger qui se prête mieux à la superposition en série. Pour éviter avec cette disposition que les appareils inférieurs n'empêchent, par leurs poids additionnés, les appareils supérieurs de s'ouvrir, lorsque cesse l'action du plomb de sonde, chaque appareil et la corde correspondante étaient exactement contre-balancés par un flotteur de verre *f* en forme d'ampoule, enfermé dans un filet et attaché à la corde immédiatement au-dessous de l'appareil qu'il s'agit de rendre libre. Dans ces conditions les appareils superposés s'ouvrent tous simultanément, aussitôt que le poids de sonde touche le fond et se

referment aussi tous ensemble au moment où l'on retire la corde et où le poids de sonde recommence à agir sur eux. L'on obtient ainsi l'exposition absolument simultanée de plusieurs plaques, à des profondeurs diverses, fixées d'avance, ce qui permet de suivre l'action décroissante de la lumière avec la profondeur, dans une seule et même expérience, toutes circonstances égales d'ailleurs.

Les plaques sensibles employées dans cette campagne étaient celles au gélatinobromure extra-rapide de M. Lumière à Lyon; elles étaient protégées par un vernis contre l'action de l'eau de mer. La durée de l'exposition et celle du développement ont toujours été l'une et l'autre de dix minutes, comme dans nos précédentes expériences.

Nous avons opéré dans une localité présentant une profondeur de 550^{m} environ, afin que la pureté de l'eau et la limite de la lumière ne fussent pas influencées par le voisinage du fond. L'endroit choisi se trouve à 1300^{m} ou 1500^{m} environ au large du cap du mont Boron, qui sépare la rade de Villefranche du golfe de Nice.

Parmi les séries de plaques obtenues, nous en mentionnerons trois qui ont bien réussi et sont particulièrement instructives :

Série A. — Entre 1 h. 15 m. et 1 h. 25 m., heure du lieu, le 7 avril 1886, par conséquent le soleil étant à 60° environ au-dessus de l'horizon. Le ciel était d'une grande pureté et le soleil éclatant; une brise modérée de l'est soulevait de petites vagues.

La plaque 1, exposée à 430^{m}, ne présente aucune trace d'impression lumineuse.

La plaque 2, exposée de 390^{m} à 393^{m}, une trace extrêmement faible, mais pourtant nette.

La plaque 3, exposée à 350^{m}, une impression encore faible.

La plaque 4, exposée à 310^{m}, une impression forte.

La plaque 5, exposée à 270^{m}, une impression très forte.

La plaque 6, exposée à 230^{m}, complètement noircie, ainsi que les suivantes.

La limite de la lumière se trouve donc très exactement vers 400^{m}, en avril au milieu du jour par un beau temps. C'est une confirmation aussi

complète que possible de la conclusion à laquelle nous étions arrivés dans notre précédente campagne.

Série B. — Entre 8 h. 20 m. et 8 h. 30 m., heure du lieu, le 5 avril 1886. Ciel voilé d'une couche uniforme de nuées blanches assez épaisses pour que le soleil ne projette pas d'ombre. Brise de l'est modérée.

Les plaques 1, de 450^{m}, et 2, de 415^{m}, n'ont aucune trace d'impression.

La plaque 3, de 350^{m}, présente une impression très légère, un peu moins forte que celle de la plaque 2 (390^{m}) de la série A.

La plaque 4, de 315^{m}, est sensiblement de même force que la plaque 3 de la série A.

La plaque 5 a manqué par accident.

La plaque 6, de 245^{m}, et les suivantes sont complètement noircies.

Série C. — Entre 6 h. 5 m. et 6 h. 15 m. heure du lieu, le 8 avril. Le soleil couchant était caché par un banc de nuages noirs. Le reste du ciel était assez pur, avec quelques petits cirro-strati faiblement éclairés en blanc. La lumière était en somme faible et semblable à celle qu'on a d'habitude quand le soleil vient de se coucher. La surface de la mer était peu agitée, avec légère brise de l'ouest.

Les plaques 1, de 400^{m}, 2, de 340^{m}, et 3 de 300^{m} n'ont aucune trace d'impression.

La plaque 4, de 260^{m}, est de même force à peu près que la plaque 3 de la série A.

La plaque 5, de 220^{m}, semblable à la plaque 4 de la série A.

La plaque 6, de 180^{m}, comme la plaque 5 de la série A.

La plaque 7 et les suivantes sont complètement noircies.

La limite dans cette dernière série peut être placée avec toute probabilité à 290^{m} ou 295^{m} de la surface.

Il résulte de ces expériences que *les couches situées à 300^{m} sont éclairées chaque jour, non pas pendant un temps très court, mais pendant tout le temps que le soleil passe au-dessus de l'horizon; à 350^{m}, la lumière pénètre au moins pendant huit heures par jour.*

Suivant les tableaux que M. Holatschek a dressés pour la latitude de Vienne, surtout d'après les expériences photochimiques de MM. Bunsen et Roscoë, l'intensité actinique de la lumière du ciel bleu serait, le

21 avril, de 33 à 8 h. 30 m. du matin, de 38,07 à midi et de 14,18 à 6 h. du soir; celle du ciel et du soleil à la fois serait en moyenne, en avril, de 75 à 8 h. 30 m. du matin, de 133 à midi, et de 15 à 6 h. du soir.

D'après ces chiffres, la profondeur que les rayons actiniques atteignent dans la mer après le coucher du soleil est très remarquable. Nous attendrons cependant d'avoir des données expérimentales plus nombreuses pour essayer de calculer une formule d'absorption, dont nous aurons à déterminer la constante pour l'eau de mer.

5. Nouvelles expériences sur l'effet des saisons sur la limite de pénétration de la lumière du jour dans le lac de Genève.

A la fin de mars 1886 nous avons voulu à la fois essayer, avant de les utiliser dans la mer, les petits appareils en chaîne décrits à la page 13 et contrôler nos résultats précédents au point de vue de l'influence des saisons sur la transparence des eaux du lac de Genève. Nos expériences faites au large d'Évian sur un simple bateau de pêche ont laissé beaucoup à désirer sous plusieurs rapports. Les nouveaux appareils dont nous avions encore à étudier le fonctionnement et que nous n'avions pas suffisamment équilibrés ne se sont ouverts qu'en partie et en outre les indications de profondeur n'ont pas été suffisamment rigoureuses. Toutefois il convient de signaler le fait qu'une plaque exposée vers le milieu du jour par un soleil radieux à la profondeur de 240^m environ s'est montrée faiblement, mais nettement impressionnée. Ce résultat qui demanderait à être confirmé par des expériences faites dans de meilleures conditions semble indiquer que la différence de transparence entre les eaux du lac en hiver et en été est plus grande que nous ne l'avions cru tout d'abord. D'autre part le désaccord avec les expériences de la série 3 donne à penser que la répartition en étendue et en profondeur des couches d'eau trouble, apportées par les affluents du lac, est soumise à des variations difficiles à prévoir et à apprécier.

6. NOUVEL APPAREIL POUR EXPÉRIENCES A EXÉCUTER AU LARGE SUR LA PÉNÉTRATION DE LA LUMIÈRE DU JOUR DANS LES MERS ET LES OCÉANS.

Les deux types d'appareils que nous avons appliqués successivement aux expériences qui précèdent nous ont donné, on a pu le voir, de très bons résultats et ont pleinement répondu au but que nous poursuivions. Mais ils présentent un inconvénient inhérent au principe sur lequel ils sont construits et qui est basé sur l'intervention du fond du lac ou de la mer dans lequel on opère. Ils nécessitent des sondages préalables et exigent que l'expérience ne se fasse pas par de trop grands fonds. Ils retiennent forcément l'observateur à une petite distance des côtes où l'eau a chance d'être moins pure qu'au large. Enfin ils demandent que le navire ne se déplace pas sensiblement pendant le temps des expériences; car d'une part si le fond est accidenté, ce déplacement rend les sondages préalables illusoires et trouble par conséquent les dispositions prises pour obtenir l'exposition à la profondeur voulue; d'autre part le poids de sonde faisant ancre et devant rester immobile, il force à lâcher de la corde, pour empêcher la traction du poids et la fermeture prématurée de l'appareil, de telle sorte que la mesure de la profondeur à laquelle on opère devient incertaine.

Pour nous affranchir de ces conditions, nous avons fait construire à la *Société genevoise d'instruments de physique* un nouvel appareil dont l'ouverture et l'obturation se font sous l'action d'un mouvement d'horlogerie, fig. 4 et 5. La ou les plaques photographiques, qui sont alors très petites et ne mesurent que 4^{cm} sur 5^{cm}, sont contenues dans un châssis circulaire, horizontal, en laiton *c* suspendu axialement à une corde de sonde, portant à sa partie inférieure un appareil d'horlogerie mû par un poids P enfermé dans un tube T. Le châssis est fermé par trois disques superposés, fig. 5, l'un fixe et percé d'une ouverture au-dessus de chaque plaque *p*, les deux autres au-dessus et au-dessous de celui-là,

percés d'ouvertures superposées et tournant ensemble sous l'impulsion du mouvement d'horlogerie, par l'intermédiaire du pignon *r*, agissant sur le disque supérieur qui forme une roue dentée. Le passage des ouvertures *oo* de ce double disque mobile au-dessus de la plaque et de l'ouverture du disque fixe, détermine le temps d'exposition de la plaque. Comme le montre la figure 4, ces ouvertures sont découpées de telle sorte que le temps d'exposition soit différent pour différentes parties de la plaque et permette ainsi des comparaisons entre l'action obtenue à une certaine profondeur dans un temps donné et celle obtenue à une profondeur moindre pendant un temps plus court. La rapidité de la marche de l'appareil est modérée par un régulateur à ailette qui sert en même temps à arrêter cette marche jusqu'au moment où l'appareil étant descendu à la profondeur voulue, elle peut commencer. Cette ailette *a* vient en effet butter contre l'extrémité inférieure d'un levier coudé *ll* dont l'autre extrémité aboutit contre la corde de sonde et est maintenu soulevé par un ressort. Lorsque l'appareil est arrivé à la profondeur voulue et doit être mis en marche, on lance le long de la corde de sonde un poids annulaire *g* qui, arrivant à l'appareil, abaisse le bras supérieur du levier coudé et dégage l'ailette du régulateur. Le mouvement d'horlogerie continue à marcher, pendant qu'on remonte l'appareil, mais on l'arrête aussitôt à l'arrivée de celui-ci, avant que les ouvertures de l'obturateur aient pu revenir sur les plaques.

Nous avons essayé cet appareil au printemps 1887 dans notre dernière campagne en mer devant Nice, sur le yacht à vapeur l'*Amphiaster* appartenant à M. Fol, qui le tient à la disposition de la Station Zoologique de Villefranche-sur-Mer. Il nous a donné des résultats satisfaisants, mais trop incomplets encore pour être publiés. Nous pouvons toutefois dès à présent recommander cette disposition pour les expériences à exécuter au large sur la pénétration de la lumière du jour dans les eaux des mers et des océans.

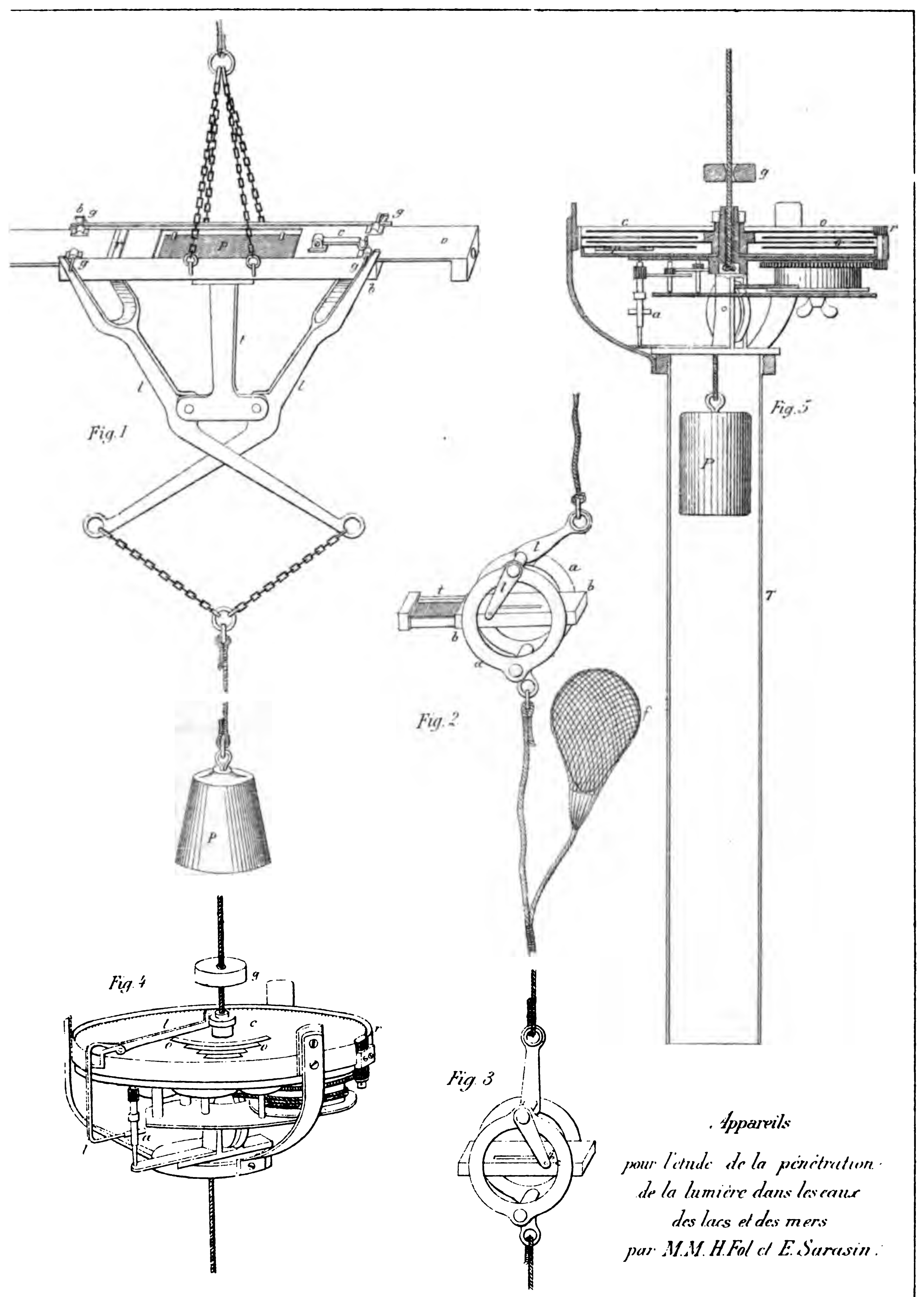

Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Appareils
pour l'étude de la pénétration
de la lumière dans les eaux
des lacs et des mers
par M.M. H. Fol et E. Sarasin.

TABLE ALPHABÉTIQUE

DES AUTEURS

ET DES MATIÈRES CONTENUES DANS LE VINGT-NEUVIÈME VOLUME




MÉMOIRES

DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE

ET

D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE



TOME XXIX. — PREMIÈRE PARTIE

GENÈVE

Librairie pour la France :
A. CHERBULIEZ, rue Bovy-Lysberg
PARIS
FISCHBACHER, 33, rue de Seine

Librairie pour l'Allemagne :
HENRI GEORG, rue de la Corraterie
BALE
Même maison, près la Poste

1884-1885






TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LA PREMIÈRE PARTIE

DU TOME VINGT-NEUVIÈME

Imp. Schuchardt.





MÉMOIRES

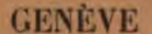
DE LA

SOCIÉTÉ DE PHYSIQUE

ET

D'HISTOIRE NATURELLE

DE GENÈVE



TOME XXIX. — SECONDE PARTIE

GENÈVE

Librairie pour la France : A. CHERBULIEZ, rue Bovy-Lysberg
PARIS
FISCHBACHER, 33, rue de Seine

Librairie pour l'Allemagne : HENRI GEORG, rue de la Corraterie
BALE
Même maison, près la Poste

1886-1887





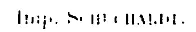




TABLE DES MATIÈRES

CONTENUES DANS LA SECONDE PARTIE

DU TOME VINGT-NEUVIÈME



Imp. SCHUCHARDT.